Bevis for analysens hovedsætning med brug af tretrinsreglen

Vi erindrer først om opskriften på tretrinsreglen, her skrevet med *F*:

1. trin: Opskriv differenskvotienten (sekanthældningen) $\dfrac{F(t+h)-F(t)}{h}$

2. trin: Omskriv differenskvotienten til noget overskueligt.

3. trin: Lad $h \to 0$ og argumenter for, hvad der sker med (det omskrevne udtryk for) differenskvotienten.

Konkluder, hvis der er en grænseværdi i punkt 3: Funktionen er differentiabel, og differentialkvotienten er lig med denne grænseværdi.

$F(t)$ er integralfunktionen: $F(t)=\int_a^t f(x)\,dx$.

Trin1: $$\frac{F(t+h)-F(t)}{h}=$$

$$\frac{\int_a^{t+h} f(x)\,dx-\int_a^t f(x)\,dx}{h}$$ Opskriv sekanthældningen for *F*

Trin 2: $$\frac{\int_a^t f(x)\,dx+\int_t^{t+h} f(x)\,dx-\int_a^t f(x)\,dx}{h}=$$ Omskriv ved at anvende indskudssætningen

$$\frac{1}{h}\cdot\int_t^{t+h} f(x)\,dx=$$ Reducer tælleren

$f(\theta)$, hvor $\theta\in[t\,;t+h]$ Anvend middelværdisætningen

Trin 3: Lad $h\to 0$. Så vil $\theta\to t$.

Da *f* er kontinuert gælder der, at så vil $f(\theta)\to f(t)$ for $h\to 0$.

Men det viser jo netop, at *differenskvotienten* går mod $f(t)$ for $h\to 0$

Konklusion: *F* er differentiable og $F'(t)=f(t)$.