

Forholdet mellem honorering af kapital og honoreringen af arbejde

Lad os antage, vi i en bestemt sektor har en produktionsfunktion af typen (**). En del af produktionen anvendes til at honorere arbejdskraften, en anden anvendes til at honorere den investerede kapital. Vi betragter produktionen over et kort tidsrum og antager, at i dette korte tidsrum er honoreringen pr enhed konstant, både mht arbejdskraft og kapital. Man kalder honorering pr enhed af arbejdskraft for *lønraten*, ω og honorering pr enhed af kapitalen for *profitraten*, μ . Den samlede honorering af arbejdskraft og kapital betegnes U (udgifter / omkostninger). Vi kan opstille ligningen:

$$U = \mu \cdot I + \omega \cdot A$$

Lad os sige, værdien af produktionen er C . Så vil kapital og arbejdskraft opfylde:

$$k \cdot I^\alpha \cdot A^{1-\alpha} = C$$

Øvelse 5.3

a) Vis ved brug af potensregneregler, at $I = \left(\frac{C}{k}\right)^{1/\alpha} \cdot A^{(\alpha-1)/\alpha}$

b) Indsættes dette udtryk i formelen for U får vi: $U = \mu \cdot \left(\frac{C}{k}\right)^{1/\alpha} \cdot A^{(\alpha-1)/\alpha} + \omega \cdot A$

Vis, at $\frac{dU}{dA} = \mu \cdot \left(\frac{C}{k}\right)^{1/\alpha} \cdot \left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right) \cdot A^{-1/\alpha} + \omega$

c) Vi ønsker at minimere omkostningerne, U . Dette kræver, at $\frac{dU}{dA} = 0$. Vis, at dette giver ligningen:

$$\left(\frac{C}{k}\right)^{1/\alpha} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \cdot A^{-1/\alpha} = \left(\frac{\omega}{\mu}\right)$$

d) Vis ved at differentiere to gange, at dette faktisk er et minimum,

e) Vis, ved at indsætte udtrykket for C , at vi får:

$$I \cdot A^{(1-\alpha)/\alpha} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \cdot A^{-1/\alpha} = \left(\frac{\omega}{\mu}\right)$$

f) Vis, at dette kan reduceres til:

$$\frac{I}{A} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) = \left(\frac{\omega}{\mu}\right)$$

g) Vis, at denne ligning kan omskrives til følgende forhold:

$$\frac{\mu \cdot I}{\omega \cdot A} = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

Nu husker vi ovenfra, at $\mu \cdot I$ svarer til *honoreringen af kapitalen*, mens $\omega \cdot A$ svarer til *honoreringen af arbejdskraften*. Dvs:

Forholdet mellem honorering af kapitalen og honoreringen af arbejdskraften er lig med forholdet mellem de to potenser, α og $1-\alpha$,