ISBN 9788770668781

L&R Uddannelse EGMONT

Projekt 3.6 Logistisk vækst med jagt/fiskeri

I dette miniprojekt vil vi se på en simpel generalisering af logistisk vækst, hvor der inkluderes jagt / fiskeri af populationen, dvs. der lægges et ydre tryk på den.
Den logistiske vækst eksemplificerer vi ved

$$y' = 2y - \tfrac{1}{2}\cdot y^2$$

men det kunne være en hvilken som helst logistisk differentialligning.

a) Tegn linjeelementer og tegn nogle typiske løsningskurver. Find de stationære (dvs. konstante) løsninger og marker, hvilken der er tiltrækkende og hvilken der er frastødende.

b) Hvis der inkluderes jagt/fiskeri i modellen kan det gøres simpelt ved at trække en konstant fra:

$$y' = 2y - \tfrac{1}{2}\cdot y^2 - a$$

Konstanten a repræsenterer da den hastighed, hvormed der skydes/fiskes i populationen.

Lav grafiske billeder af typiske løsningskurver for a = 3/2 og a = 3.

Angiv de stationære løsninger i tilfældet a = 3/2 og marker, hvilken der er tiltrækkende og hvilken der er frastødende.

Forklar, hvorfor der ikke kan være stationære løsninger i tilfældet a =3.

Bestem den kritiske værdi af a (1 dec.), hvor de stationære løsninger forsvinder, og gør rede for, hvilke konsekvenser det har for populationen, hvis jagten/fiskeriet overstiger den kritiske værdi.

c) Hvis der inkluderes sæsonsvingninger i modellen, kan differentialligningen fx ændres til denne:

$$y' = \left(2 + \cos(x)\right)\cdot y - \tfrac{1}{2}\cdot y^2 - a$$

Lav nogle løsningskurver for tilfældet a = 1. De konstante løsninger forsvinder, men i stedet dukker der nogle "periodiske" løsninger op, hvor den ene er tiltrækkende og den anden er frastødende.

Lav også nogle løsningskurver for tilfældet a = 2, og forklar, hvorfor der ikke kan være periodiske løsninger i dette tilfælde.

Find gennem eksperimenter den kritiske værdi af a (1 dec.), hvor de periodiske løsninger forsvinder, og gør rede for, hvilke konsekvenser det har for populationen, hvis jagten/fiskeriet overskrider denne værdi.