ISBN 9788770668781

L&R Uddannelse
EGMONT

Bevis for sætning 3 – Regneregler for ubestemte integraler

Sætning: **Regneregler for ubestemte integraler**
Hvis *f* og *g* er to funktioner, der hver har en stamfunktion, og hvis *k* er en konstant, så har også funktionerne $f+g$, $f-g$ og $k \cdot f$ stamfunktioner, og der gælder:

1) $\int f(x)+g(x)dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

2) $\int f(x)-g(x)dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

3) $\int k \cdot f(x)dx = k \cdot \int f(x)dx$

Når man skal vise, at to udtryk med ubestemte integraler er ens, er den normale teknik at anvende ”integrationsprøven”, hvilket betyder, at man differentierer de to udtryk, og ser om det giver det samme. Hvis de gør det, så er de oprindelige to udtryk begge stamfunktioner til resultatet. De adskiller sig evt ved en konstant, men skrives stamfunktioner som ubestemte integraler er de ens, fordi et ubestemt integral indeholder en konstant.

I grundbogen har vi bevist **den første af regnereglerne**.

Bevis for **den anden af regnereglerne**:

Venstre side: $\left(\int f(x)-g(x)dx\right)' = f(x)-g(x)$

hvor vi har anvendt, at differentiation og integration ophæver hinanden.

Højre side: $\left(\int f(x)dx - \int g(x)dx\right)' = \left(\int f(x)dx\right)' - \left(\int g(x)dx\right)' = f(x)-g(x)$

hvor vi undervejs har anvendt en regneregel fra differentialregning, samt at differentiation og integration ophæver hinanden.
Vi ser, at de to udtryk er ens. Men så er også de oprindelige udtryk på venstre og højre side ens

Bevis for **den tredje af regnereglerne**:

Venstre side: $\left(\int k \cdot f(x)\ dx\right)' = k \cdot f(x)$

hvor vi har anvendt, at differentiation og integration ophæver hinanden.

Højre side: $\left(k \cdot \int f(x)\ dx\right)' = k \cdot \left(\int f(x)\ dx\right)' = k \cdot f(x)$

hvor vi undervejs har anvendt regnereglen fra differentialregning om differentiation af et produkt med en konstantfaktor, og hvor vi dernæst har anvendt, at differentiation og integration ophæver hinanden.
Vi ser, at de to udtryk er ens. Men så er også de oprindelige udtryk på venstre og højre side ens