

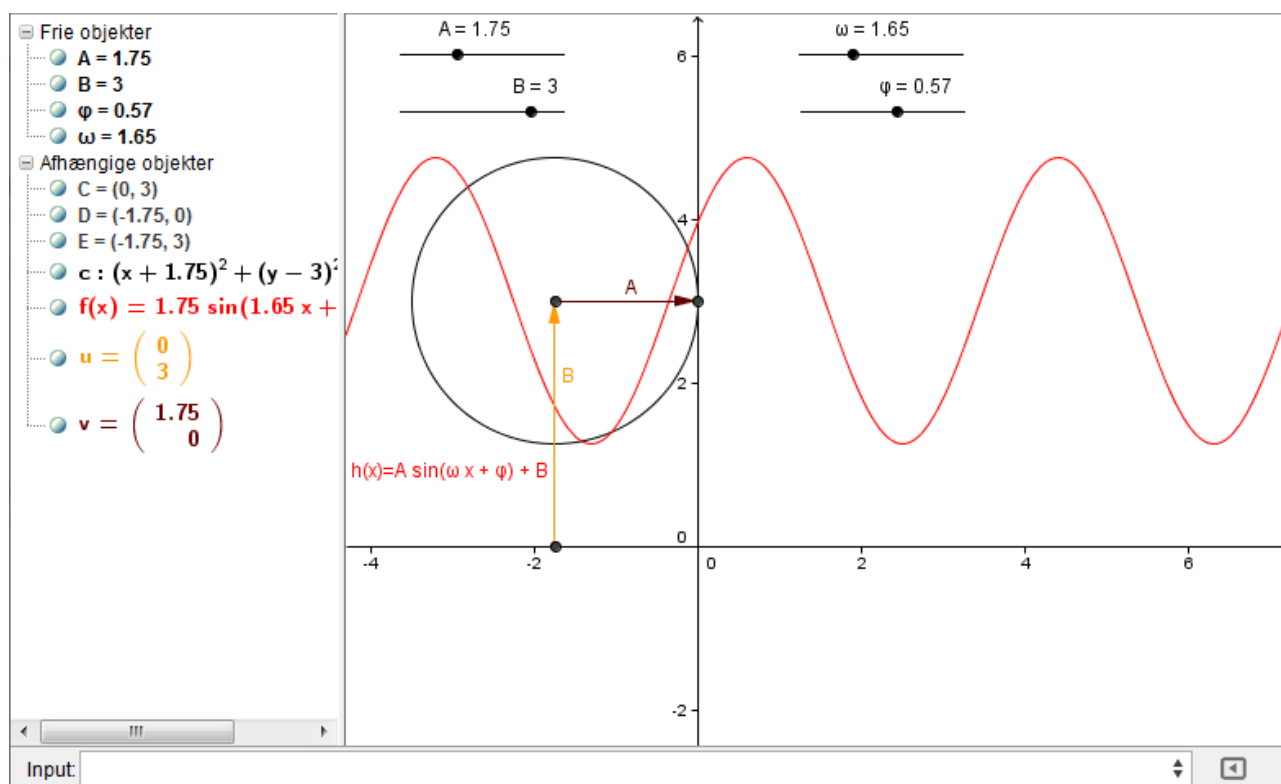
## Udfoldning af den harmoniske svingning - vejledning

### Konstruktionsforklaring til Geogebra

Grafen for den harmoniske svingning oprettes med fire skydere for parametrene  $A$ ,  $B$ ,  $\omega$  og  $\varphi$ :

$$h(x) = A \cdot \sin(\omega \cdot x + \varphi) + B$$

Der tilføjes en cirkel med radius  $A$  og højde  $B$  som rører  $y$ -aksen fra venstre. Det sker fx ved at tilføje punkterne  $(-A, 0)$ ,  $(0, B)$  og  $(-A, B)$ . Cirklen har da centrum i  $(-A, B)$  og går gennem punktet  $(0, B)$ :

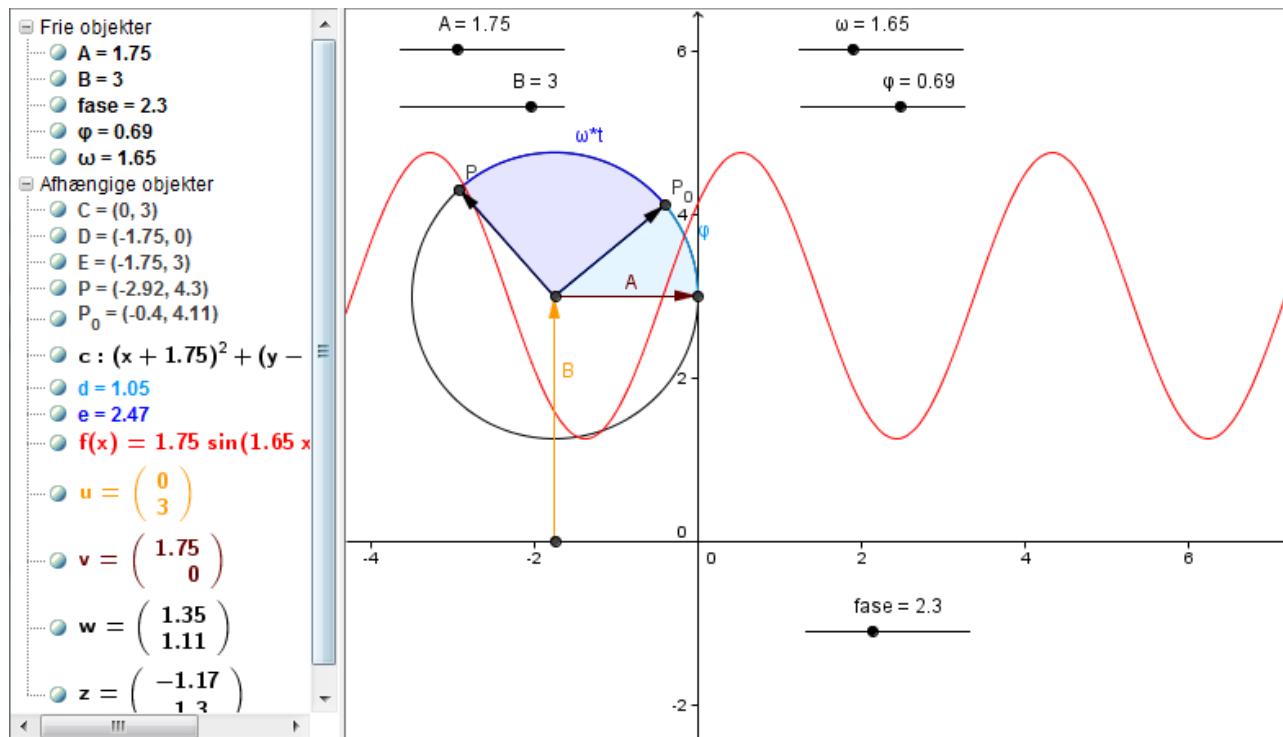


Vi tilføjer nu vektorer, der viser hvor højt grafen er løftet, dvs.  $B$ , og stort udsvinget er, dvs. Amplituden  $A$ .

Det er denne cirkel vi skal have udfoldet til den harmoniske svingning. Vi har allerede styr på de ydre parametre  $A$  og  $B$ . For at få adgang til de indre parametre  $\omega$  og  $\varphi$  opretter vi nu en skyder **fase** for fasen, dvs. vi opløser den harmoniske svingning i sine ydre og indre komponenter:

$$h(x) = A \cdot \sin(\text{fase}) + B, \quad \text{fase} = \omega \cdot x + \varphi$$

Fasen består af to dele: nulphasen  $\varphi$  og den variable fase  $\omega \cdot x$ , der vokser jævnt med fasehastigheden  $\omega$ . Vi afsætter nu først nulphasen  $P_0$  ved at dreje punktet  $(0, B)$  med nulphasen  $\varphi$  omkring cirkelens centrum. Den lyseblå cirkelsektor afsættes fra punktet  $(0, B)$  til  $P_0$ . Den navngives  $\varphi$  med en billedtekst. Derefter afsættes fasepunktet  $P$  ved at dreje punktet  $(0, B)$  med skydevinklen **fase** omkring cirkelens centrum. Den blå cirkelsektor afsættes fra punktet  $P_0$  til  $P$ . Den navngives  $\omega \cdot t$  med en billedtekst. Der afsættes også vektorer fra centrum til de to fasepunkter:



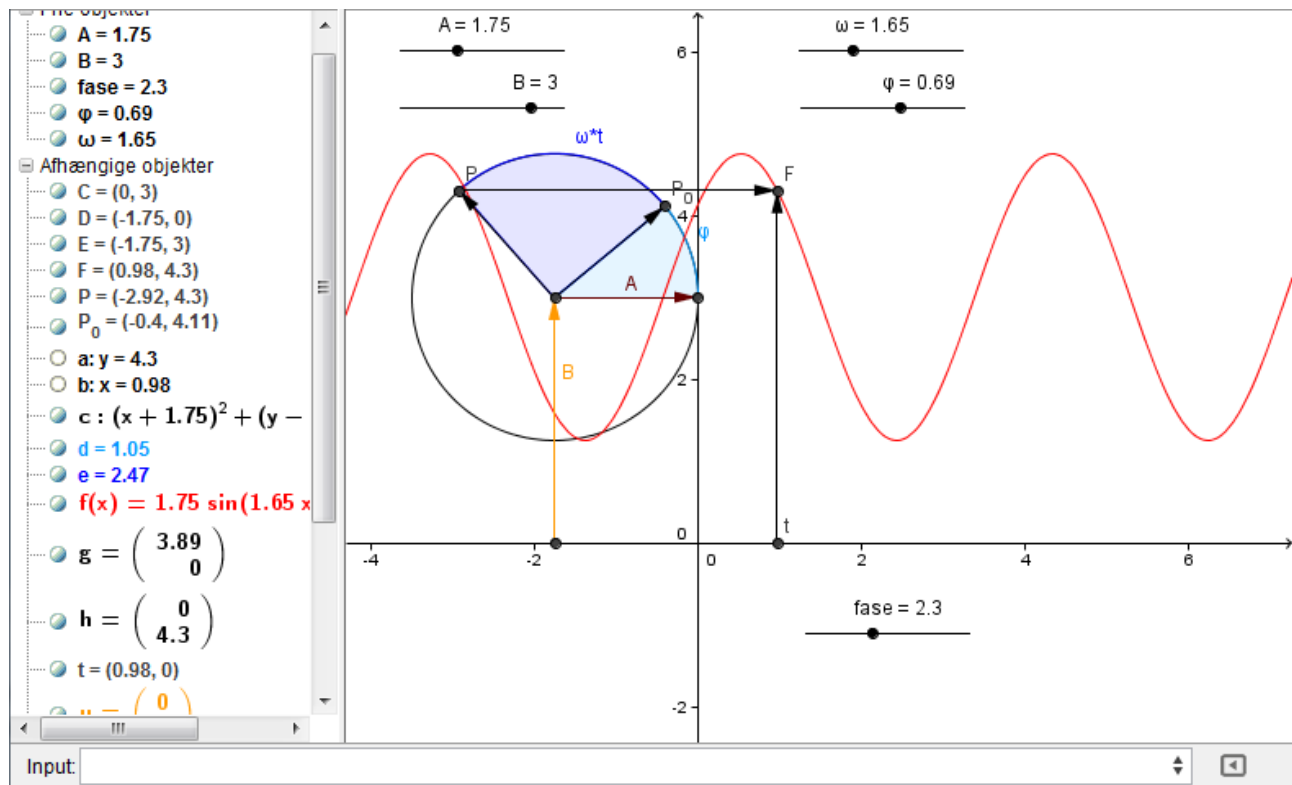
Vi har nu opløst fasen i dens to bestanddele, den variable fase  $\omega \cdot t$  og nulphasen  $\varphi$ . Vi udregner så den tilhørende tid afsat på x-aksen ved hjælp af formlen:

$$\left( \frac{\text{fase} - \text{nulphase}}{\omega}, 0 \right)$$

Oprettes vinkelrette til akserne gennem fasepunktet  $P$  og tidspunktet  $t$  finder vi nu det tilhørende punkt på den harmoniske svingning. De vinkelrette skjules og erstattes af vektorer, der peger hen mod grafpunktet.

Vi kan så udfolde den harmoniske svingning ved at trække i fase-skyderen, ligesom vi kan undersøge hvilken indflydelse de fire parametre har ved at trække i parameterskyderne.

website: link fra kapitel 1, afsnit 2



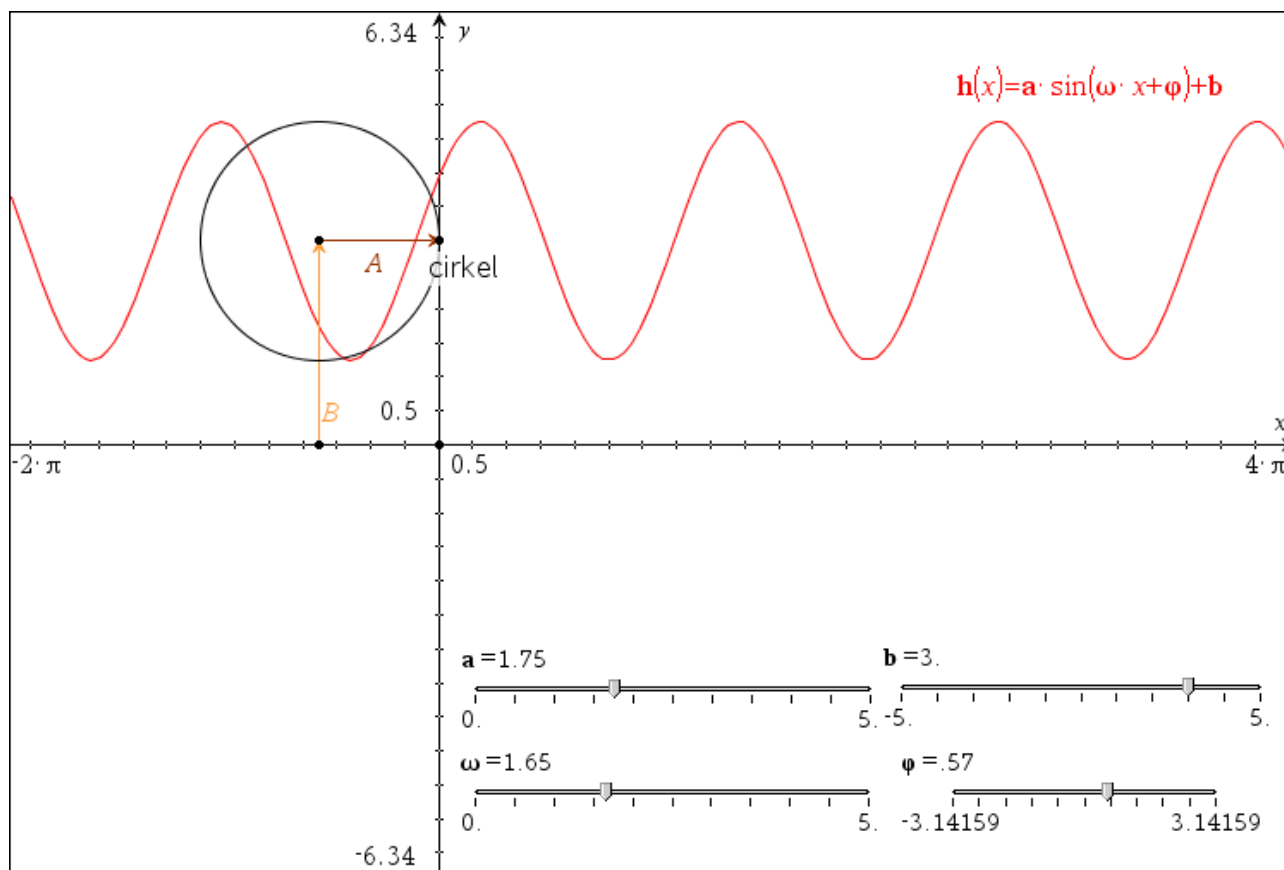
## Konstruktionsforklaring til TI-Nspire CAS

Du kan [her](#) finde animationen i TI-Nspire CAS.

Grafen for den harmoniske svingning oprettes med fire skydere for parametrene  $A$ ,  $B$ ,  $\omega$  og  $\varphi$ :

$$h(x) = A \cdot \sin(\omega \cdot x + \varphi) + B$$

Der tilføjes en cirkel med radius  $A$  og højde  $B$  som rører  $y$ -aksen fra venstre. Det sker fx ved at oprette punkter på  $x$ -aksen og  $y$ -aksen og derefter kæde koordinaterne til parametrene  $A$  og  $B$ : Punktet  $(A, 0)$  på  $x$ -aksen spejles derefter i  $y$ -aksen, så det i stedet får koordinaterne  $(-A, 0)$ . Et par vinkelrette til aksepunkterne giver da centerpunktet med koordinaterne  $(-A, B)$ . Der fuldendes med at skjule hjælpepunktet  $(A, 0)$  samt de vinkelrette, samtidigt med at der oprettes vektorer, der viser hvor højt grafen er løftet, dvs.  $B$ , og stort udsvinget er, dvs. Amplituden  $A$ . Endelig tilføjes en cirkel med centrum i  $(-A, B)$ , som går gennem punktet  $(0, B)$ :

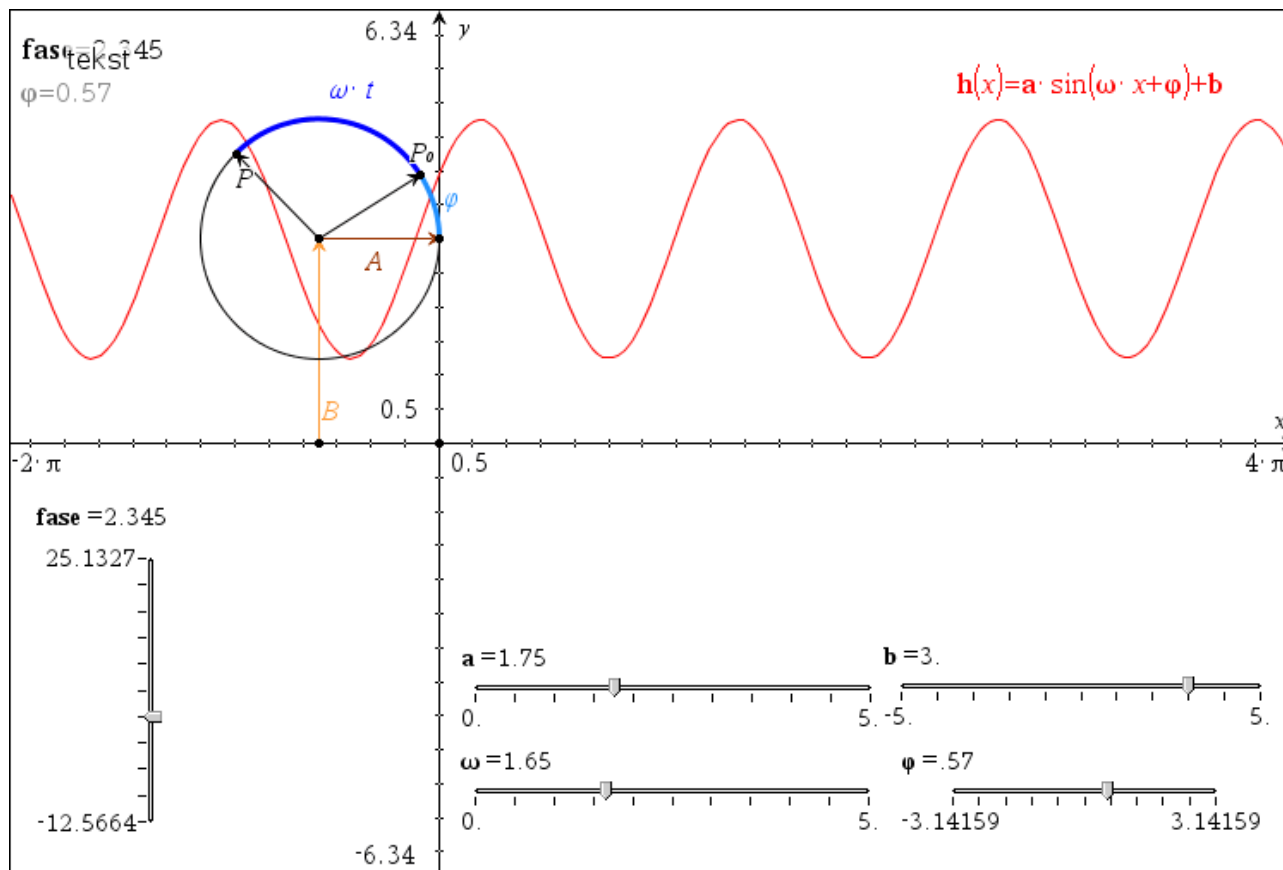


Det er denne cirkel vi skal have udfoldet til den harmoniske svingning. Vi har allerede styr på de ydre parametre  $A$  og  $B$ . For at få adgang til de indre parametre  $\omega$  og  $\varphi$  opretter vi nu en skyder **fase** for fasen, dvs. vi opløser den harmoniske svingning i sine ydre og indre komponenter:

$$h(x) = A \cdot \sin(\text{fase}) + B, \quad \text{fase} = \omega \cdot x + \varphi$$

website: link fra kapitel 1, afsnit 2

Fasen består af to dele: nulphasen  $\varphi$  og den variable fase  $\omega \cdot x$ , der vokser jævnt med fasehastigheden  $\omega$ . Vi afsætter nu først nulphasen  $P_0$  ved at dreje punktet  $(0,B)$  med nulphasen  $\varphi$  omkring cirkelns centrum. Det gøres ved først at udføre en vilkårlig drejning og derefter kæde drejningsvinklen til nulphasen  $\varphi$ . Den lyseblå cirkelsektor afsættes fra punktet  $(0,B)$  til  $P_0$ . Den navngives  $\varphi$ . Derefter afsættes fasepunktet  $P$  ved at dreje punktet  $(0,B)$  med skydevinklen **fase** omkring cirkelns centrum. Det gøres ved først at udføre en vilkårlig drejning og derefter kæde drejningsvinklen til fasen **fase**. Den blå cirkelsektor afsættes fra punktet  $P_0$  til  $P$ . Den navngives  $\omega \cdot t$ . Der afsættes også vektorer fra centrum til de to fasepunkter:



Hvis vi som vist ønsker at afsætte cirkelbuer svarende til den variable fase  $\omega \cdot x$  og nulphasen  $\varphi$  får vi brug for midtpunkterne til cirkelbuerne. Cirkelbuen hørende til nulphasen konstrueres ved hjælp af en

vinkelhalveringslinje: Det passer sammen med negative og positive nulfaser, dvs. vinkler mellem  $-\frac{\pi}{2}$  og  $\frac{\pi}{2}$ .

Cirkelbuen hørende til fasen konstrueres ved hjælp af en midtnormal. Det passer med vinkler mellem 0 og  $\pi$ .

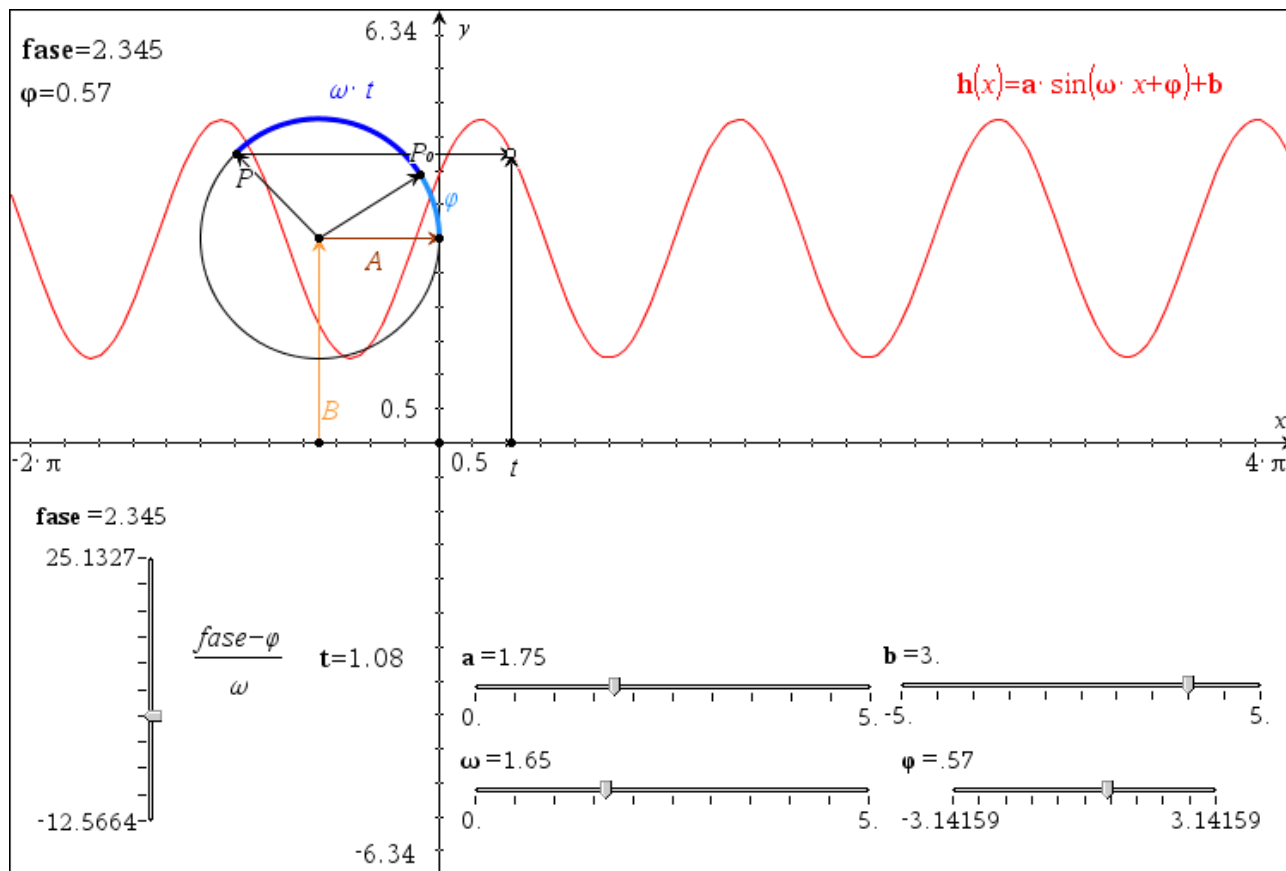
Vi har nu opløst fasen i dens to bestanddele, den variable fase  $\omega \cdot t$  og nulphasen  $\varphi$ . Vi udregner så den tilhørende tid afsat på x-aksen ved hjælp af den følgende formel opskrevet i en tekstboks:

$$\frac{\text{fase} - \text{nulfase}}{\omega}$$

Formlen beregnes og lagres som variabelen  $t$ . Denne overføres derefter til x-aksen fx ved hjælp af **Overfør måling**.

website: link fra kapitel 1, afsnit 2

Oprettes vinkelrette til akserne gennem fasepunktet  $P$  og tidspunktet  $t$  finder vi nu det tilhørende punkt på den harmoniske svingning. De vinkelrette skjules og erstattes af vektorer, der peger hen mod grafpunktet.



Vi kan så udfolde den harmoniske svingning ved at trække i fase-skyderen, ligesom vi kan undersøge hvilken indflydelse de fire parametre har ved at trække i parameterskyderne.