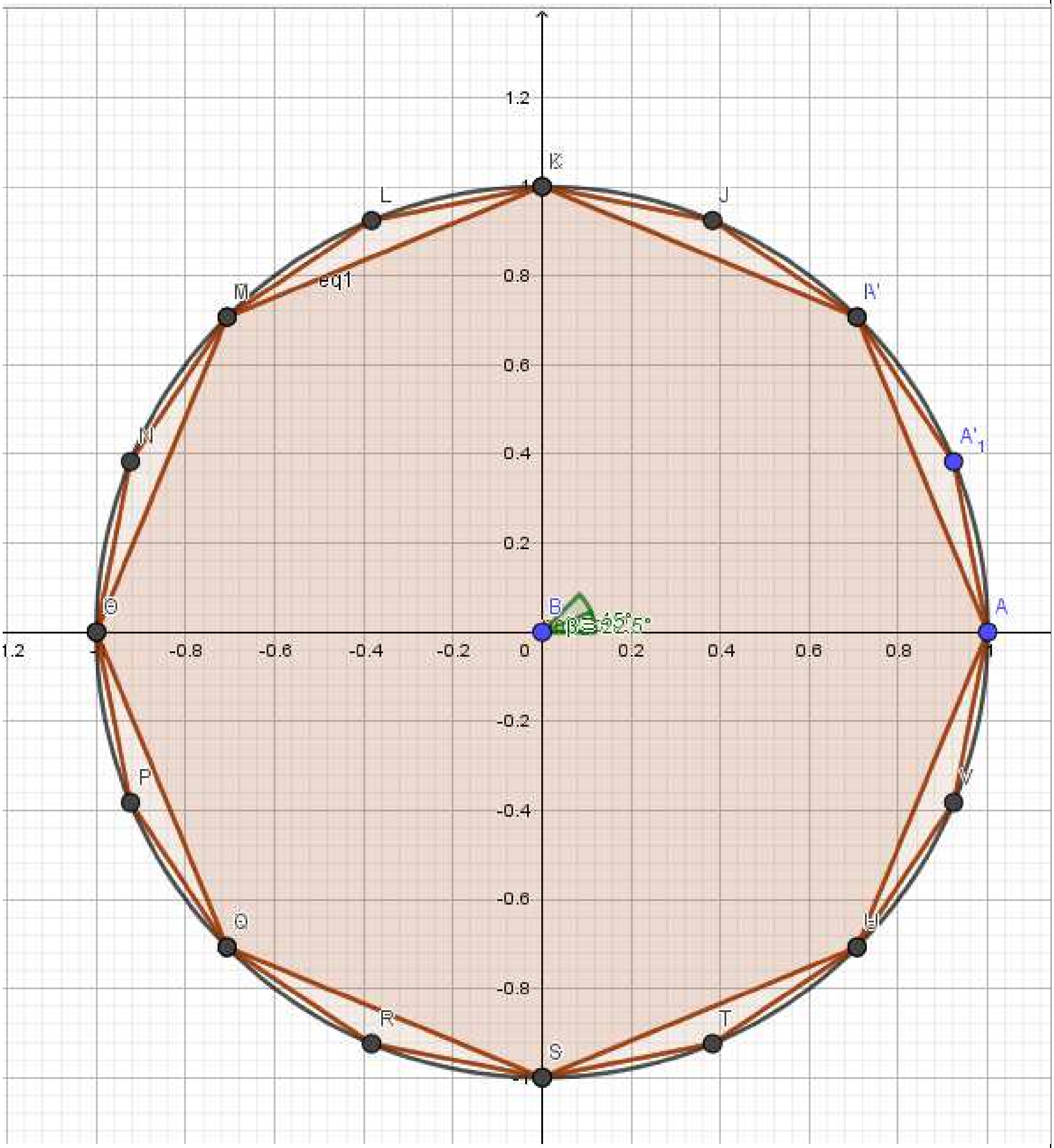
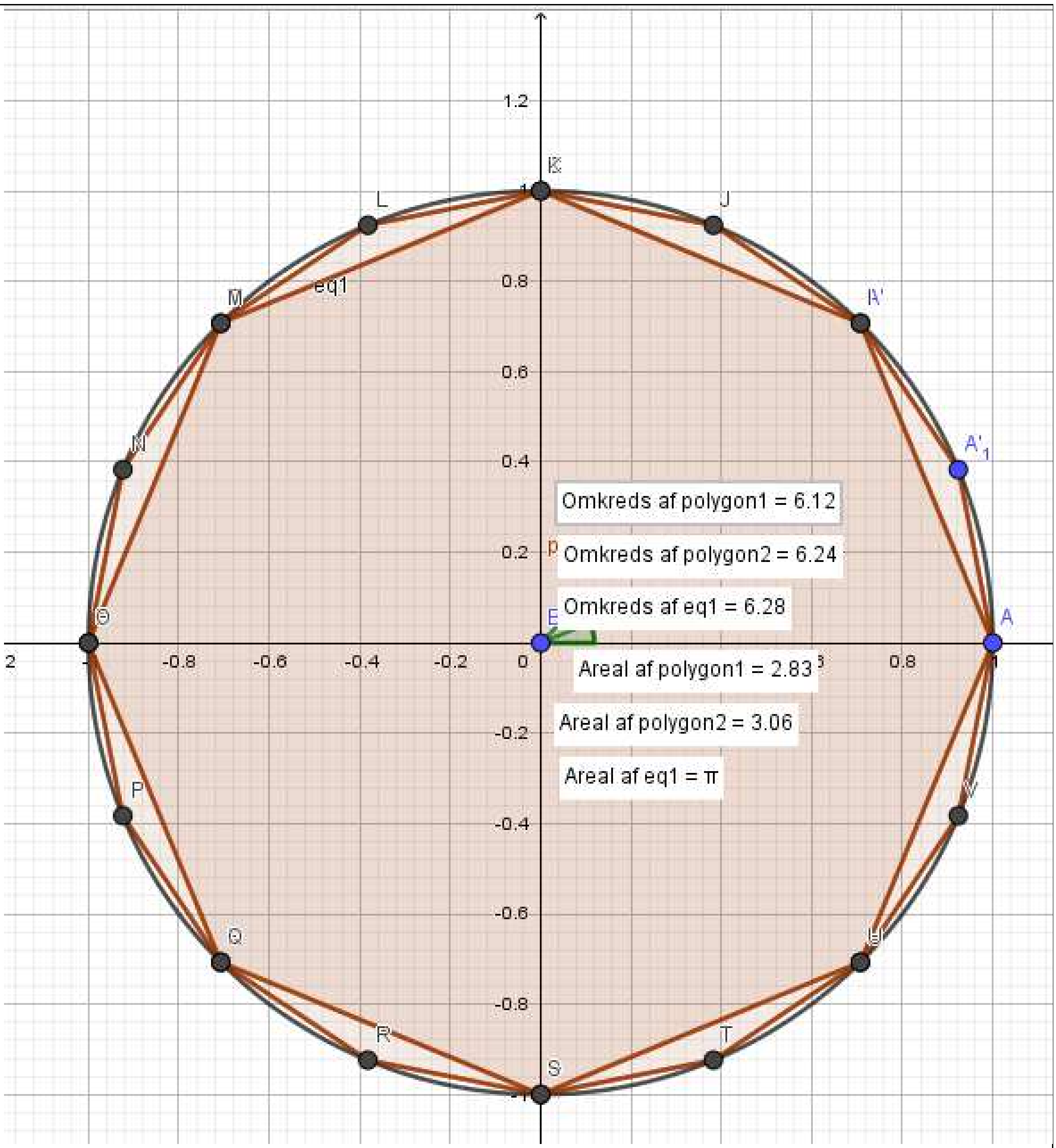
ISBN 9788770668781

Løsninger til øvelser i kapitel 2

Øvelse 2.1	Eksperimenter selv
Øvelse 2.2	Forudsætning 1: Anvendelse af lineal Forudsætning 2: Anvendelse af lineal Forudsætning 3: Anvendelse af passer Forudsætning 5: Anvendelse af lineal
Øvelse 2.3	a) Vi tegner en cirkel med centrum i $C(0,0)$ og $r=1$. For en regulær ottekant er hver vinkel $v=\frac{360^\circ}{8}$ og for en sekstenkant er hver vinkel $v=\frac{360^\circ}{16}$. Ud fra dette kan ottekanten og sekstenkanten konstrueres.  b)

ISBN 9788770668781



c) Vi kan opstille en ulighed $\dfrac{\pi - n\cdot\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot \sin\left(\frac{360^\circ}{n}\right)}{\pi} < 0{,}001$, hvor vi bruger cirklens areal og areal af polygon ud fra areal af trekant og antal trekanter, som svarer til n. Vi løser

$$\frac{\pi - \frac{n\cdot 1}{2}\cdot Sin\left(\frac{360}{n}\right)}{\pi} = 0.001$$

$$\xrightarrow{\text{solve}}$$

$$\frac{\pi - \frac{n\sin\left(\frac{6.283185308}{n}\right)}{2}}{\pi} = 0.001$$

81.10339808

Konklusion: Når antallet af kanter er større end 81, så er forskellen mindre end 0,1%.

Øvelse 2.4	Se Hvad er matematik ? Afsnit 5.1 i kapitel 8.

ISBN 9788770668781

Øvelse 2.5

De første 5 gule rektangler kan forskydes hen i de 5 røde rektangler, så de er lige store. Resten er det sidste 6. gule rektrangel.

Øvelse 2.6

Uanset hvilken lodret linje vi tegner i den lyseblå trekant, findes en præcis magen til i den gule trekant, og omvendt. Så arealerne er lige store!

Øvelse 2.7

a)

1. koordinat	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1

b)

Højder under parabel	$0^2=0$	$0{,}2^2=0{,}04$	$0{,}4^2=0{,}16$	$0{,}6^2=0{,}36$	$0{,}8^2=0{,}64$	$1^2=1$

Sum=2,2

c)

Højder under kvadrat	1	1	1	1	1	1

Sum=6

d) Forhold mellem sum af højder= $\frac{2{,}2}{6}=0{,}3667$.

A	B	C
1.koor	højde under parabel.	højde under kvadrat
0	0	1
0.2	0.04	1
0.4	0.16	1
0.6	0.36	1
0.8	0.64	1
1	1	1
	2.2	6
	Forhold mellem højder	0.3667

Øvelse 2.8

a)

1.koor	højde under parabel.	højde under kvadrat
0	0	1
0.1	0.01	1
0.2	0.04	1
0.3	0.09	1
0.4	0.16	1
0.5	0.25	1
0.6	0.36	1
0.7	0.49	1
0.8	0.64	1
0.9	0.81	1
1	1	1
	3.85	11
	Forhold mellem højder	0.35

b)

	0.85	0.7225	1
	0.86	0.7396	1
	0.87	0.7569	1
	0.88	0.7744	1
	0.89	0.7921	1
	0.9	0.81	1
	0.91	0.8281	1
	0.92	0.8464	1
	0.93	0.8649	1
	0.94	0.8836	1
	0.95	0.9025	1
	0.96	0.9216	1
	0.97	0.9409	1
	0.98	0.9604	1
	0.99	0.9801	1
	1	1	1
		33.835	101
		Forhold mellem højder	0.335

c) Forholdet nærmer sig 0,33333….. dvs. $\frac{1}{3}$. Højderne vil dække punktmængderne tættere og tættere.

Øvelse 2.9

a)

1. koordinat	$\frac{0 \cdot x}{5}$	$\frac{1 \cdot x}{5}$	$\frac{2 \cdot x}{5}$	$\frac{3 \cdot x}{5}$	$\frac{4 \cdot x}{5}$	$\frac{5 \cdot x}{5}$

ISBN 9788770668781

Øvelse 2.10

Når antallet af højderne går mod uendelig, så højderne ligger tættere og tættere, så punktmængderne er helt dækket. Desto flere højder desto tættere kommer forholdet 0,3333….
Siderne I rektanglet er x og x^2.

Øvelse 2.11

Når antallet af højderne går mod uendelig, så højderne ligger tættere og tættere, så punktmængderne er helt dækket. Forholdet er 0,5.

1.koor	højde under lineær graf.	højde under kvadrat	1.koor	højdre under lineær graf.	højde under kvadrat
0	0	1	0	0	1
0.2	0.2	1	0.1	0.1	1
0.4	0.4	1	0.2	0.2	1
0.6	0.6	1	0.3	0.3	1
0.8	0.8	1	0.4	0.4	1
1	1	1	0.5	0.5	1
	3	6	0.6	0.6	1
	Forhold mellem højder	0.5	0.7	0.7	1
			0.8	0.8	1
			0.9	0.9	1
			1	1	1
				5.5	11
				Forhold mellem højder	0.5

$$\frac{\text{Areal under } x}{\text{Areal under kvadrat}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\text{Areal under } x}{x \cdot x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\text{Areal under } x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Areal under } x = \frac{1}{2} \cdot x^2$$

Øvelse 2.12

a), b), c), d)

1.koor	højde under kubisk graf.	højde under kvadrat	1.koor	højdre under kubisk graf.	højde under kvadrat
0	0	1	0	0	1
0.2	0.008	1	0.1	0.001	1
0.4	0.064	1	0.2	0.008	1
0.6	0.216	1	0.3	0.027	1
0.8	0.512	1	0.4	0.064	1
1	1	1	0.5	0.125	1
	1.8	6	0.6	0.216	1
	Forhold mellem højder	0.3	0.7	0.343	1
			0.8	0.512	1
			0.9	0.729	1
			1	1	1
				3.025	11
				Forhold mellem højder	0.275

Forholdet mellem summerne af højder nærmer sig 0,25.

ISBN 9788770668781

L&R Uddannelse EGMONT

Øvelse 2.13

$$\frac{\text{Areal under } x^3}{\text{Areal under rektangel}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\text{Areal under } x^3}{x \cdot x^3} = \frac{1}{4}$$

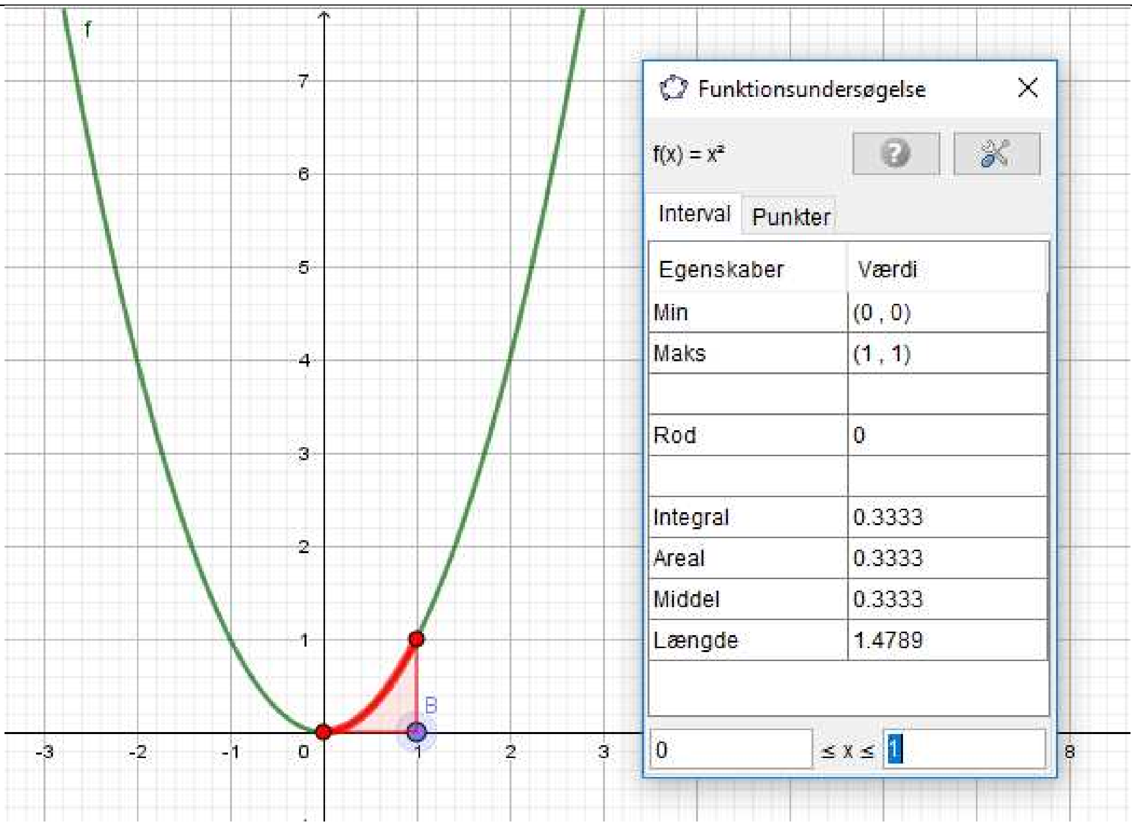
$$\frac{\text{Areal under } x^3}{x^4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Areal under } x^3 = \frac{1}{4} \cdot x^4$$

Øvelse 2.14

Da cirklen kan beskrives med ligningen $(x-0)^2 + (y-0)^2 = 1^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$. Når vi er over 1.aksen, så er y>0. Vi isolerer y i ligningen $y^2 = 1 - x^2 \Leftrightarrow y = \sqrt{1-x^2}$.

Øvelse 2.15



a)

b) Vi ser arealet af den med rødt markerede punktmængde er $0,3333$, , hvor førstekoordinaten til B er 1. På samme vis får vi de tilsvarende arealværdier for punktmængderne

$x=2$	$x=3$	$x=4$
Areal=2,6667	Areal=9	Areal=21,3333

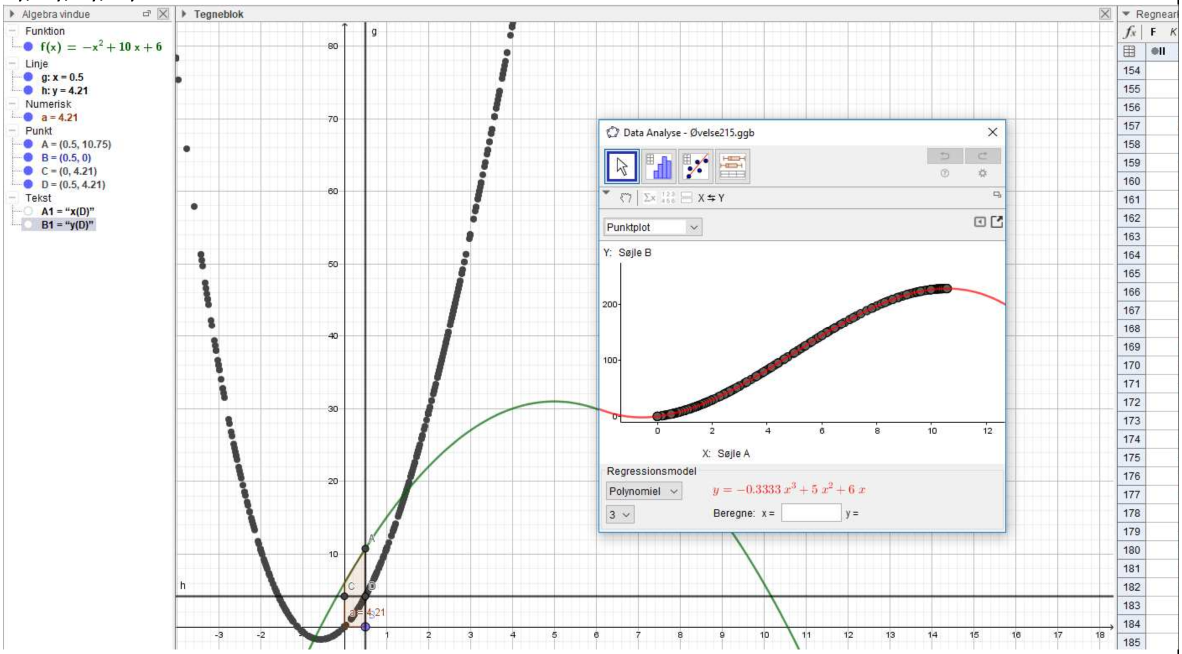
Øvelse 2.16

$A'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x^{2-1} = x$, $A'(x) = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot x^{3-1} = x^2$ og $A'(x) = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot x^{4-1} = x^3$.

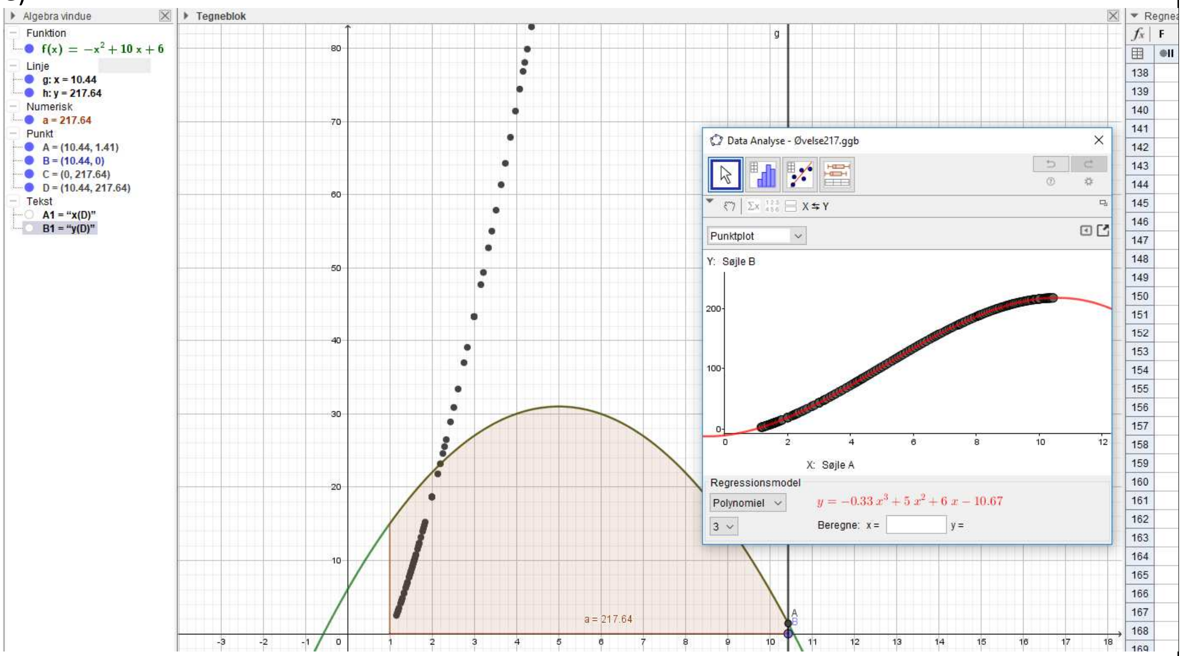
L&R Uddannelse
EGMONT

Øvelse 2.17

a), b), c), d)



e)



Grafen for arealfunktionen bliver forskudt lodret.

Øvelse 2.18

$f(x)$	0	5	$6x+5$	$3x^2+1$	$28x^3$	$12x^5-20x^4$	$\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$	$3e^{3x}$	$\frac{1}{x}$

Øvelse 2.19

$F(x)$	k	$5x+k$	x^3+x^2+	x^5-x^4+2x+	$2x^5+k$	$\frac{1}{7}x^7+k$	$\frac{1}{13}x^{13}+$	$\frac{1}{k}e^{kx}$	$3\cdot\ln(x)$	x^{-3}

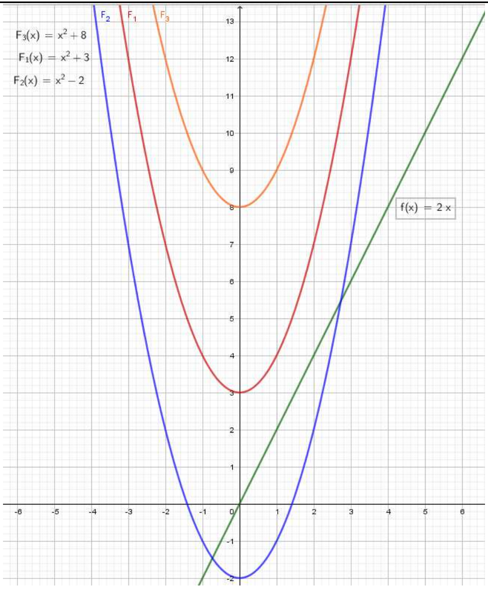
Øvelse 2.20

$F(x)$	$-\frac{1}{2}x^{-2}$	$-x^{-1}$	$\ln(x)$	x^1	$\frac{1}{2}x^2$	$\frac{1}{3}x^3$	$\frac{1}{4}x^4$	$\frac{1}{5}x^5$	$\frac{1}{6}x^6$	$\frac{1}{7}x^7$

Øvelse 2.21

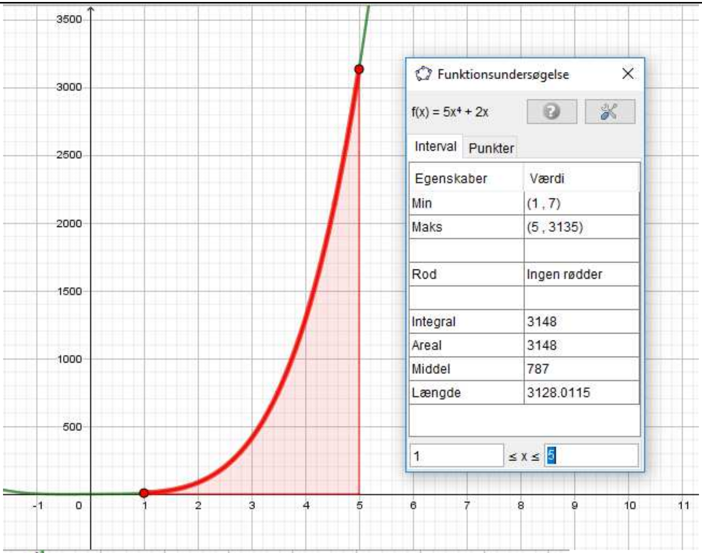
$F_1(x)=x^2+3$, $F_2(x)=x^2-2$ og $F_3(x)=x^2+8$.

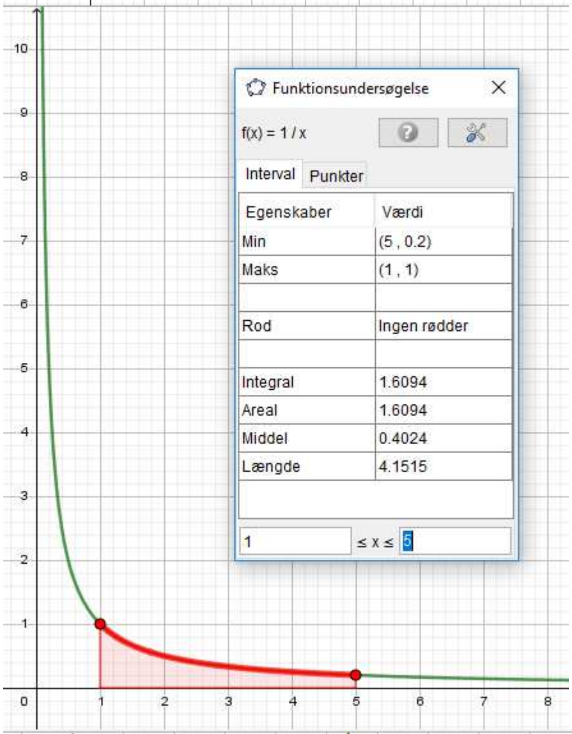
ISBN 9788770668781

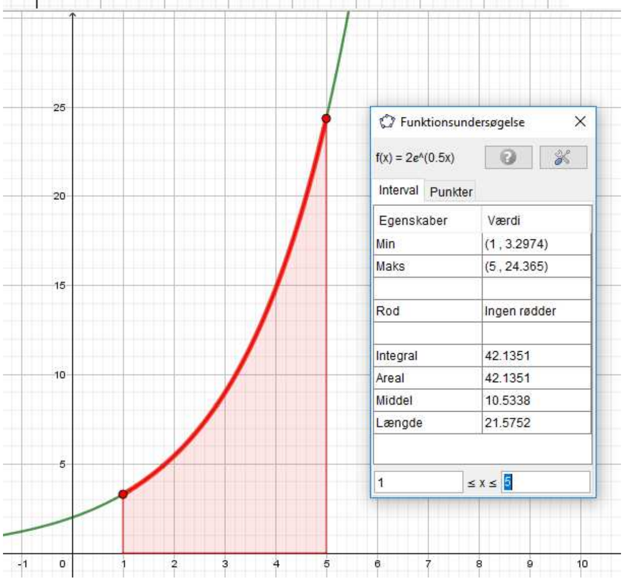
	 Graferne er lodrette parallelforskydninger.
Øvelse 2.22	a) Graferne er lodrette parallelforskydninger. b) Når vi indsætter punktet *P* i forskriften for stamfunktionen, så får vi en førstegradsligning i *k*. Denne ligning har netop en løsning.
Øvelse 2.23	Samtlige stamfunktioner til f kan skrives på formen $F(x)=2x^4+\frac{1}{2}x^2+k$. Indsættes punktet fås $5=2\cdot 1^4+\frac{1}{2}\cdot 1^2+k \Leftrightarrow k=\frac{5}{2}$. Konklusion $F(x)=2x^4+\frac{1}{2}x^2+\frac{5}{2}$.
Øvelse 2.24	a) $F(x)=\frac{1}{2,5}x^{1,5+1}=\frac{1}{2,5}x^{2,5}$. b) $F(x)=\frac{1}{0,5}x^{-0,5+1}=2x^{0,5}$. c) $F(x)=\frac{1}{4}\mathrm{e}^{4x}$. d) $F(x)=4\cdot\ln(x)$. e) $F(x)=\frac{1}{\ln(2,7)}\cdot 2,7^x$. f) $F(x)=-\frac{1}{0,5}\cdot\cos(0,5\cdot x)$. g) $F(x)=\frac{1}{7}\cdot\sin(7\cdot x)$
Øvelse 2.25	Se QR kode.
Øvelse 2.26	1) Stamfunktionen til en sum af to funktioner er lig med summen af stamfunktionen til den ene funktion og stamfunktionen til den anden funktion. 2) 1) Stamfunktionen til en differens af to funktioner er lig med differensen af stamfunktionen til den ene funktion og stamfunktionen til den anden funktion. 3) 1) Stamfunktionen til en konstant multipliceret med en funktion er lig med konstanten multipliceret med stamfunktionen til funktionen.
Øvelse 2.27	a) $F(x)=3x^3+5x^2+k$, $G(x)=3x^2-10x+k$ og $H(x)=2x^4+3x^3-100x+k$.
Øvelse 2.28	Vi bestemmer først samtlige stamfunktioner $F(x)=x^3+20\cdot\mathrm{e}^{-0,2x}+k$. Vi indsætter punktet i forskriften $-2=0^3+20\cdot\mathrm{e}^{-0,2\cdot 0}+k \Leftrightarrow -2=20+k \Leftrightarrow k=-22$. Konklusion $F(x)=x^3+20\cdot\mathrm{e}^{-0,2x}-22$.

Øvelse 2.29	$\int\sqrt{1-x^4}\,dx$ $\frac{x\sqrt{-x^4+1}}{3}+\frac{2\sqrt{-x^2+1}\sqrt{x^2+1}\,\mathrm{EllipticF}(x,I)}{3\sqrt{-x^4+1}}$ $\int\sqrt{e^x}\,dx$ $2\sqrt{e^x}$ $\int\sqrt{\ln(x)}\,dx$ $\int\sqrt{\ln(x)}\,dx$ $\int\sqrt{\sin(x)}\,dx$ $-\frac{\sqrt{\sin(x)+1}\sqrt{-2\sin(x)+2}\sqrt{-\sin(x)}\left(2\,\mathrm{EllipticE}\left(\sqrt{\sin(x)+1},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\mathrm{EllipticF}\left(\sqrt{\sin(x)+1},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)}{\cos(x)\sqrt{\sin(x)}}$ $\int\sqrt{\tan(x)}\,dx$ $\frac{\sqrt{\tan(x)}\cos(x)\sqrt{2}\arccos(\cos(x)-\sin(x))}{2\sqrt{\cos(x)\sin(x)}}-\frac{\sqrt{2}\ln\left(\cos(x)+\sqrt{2}\sqrt{\tan(x)}\cos(x)+\sin(x)\right)}{2}$
Øvelse 2.30	Vi differentierer som sammensat differentiation, hvor e^x er den ydre funktion, og $-x^2$ er den indre funktion. $\left(-\frac{1}{2}e^{-x^2}\right)'=-\frac{1}{2}\cdot\left(e^{-x^2}\right)'=-\frac{1}{2}\cdot e^{-x^2}\cdot(-2x)=x\cdot e^{-x^2}$
Øvelse 2.31	Vi ser, at integranden $2x\cdot(x^2+1)^2$ er produkt af to funktioner, hvor den ene faktor er en sammensat funktion $(x^2+1)^2$. Og den anden faktor svarer til den afledte af den indre funktion x^2+1. Den ydre funktion er x^2, som har stamfunktion $\frac{1}{3}x^3$ Dvs. vi kan anvende integration ved substitution $\int 2x\cdot(x^2+1)^2\,dx=\frac{1}{3}(x^2+1)^3+k$
Øvelse 2.32	Vi ser, at integranden $5x\cdot e^{x^2+1}$ er produkt af to funktioner, hvor den ene faktor er en sammensat funktion e^{x^2+1}. Og den anden faktor svarer til en konstant multipliceret med den afledte af den indre funktion x^2+1. Den ydre funktion er x^2, som har stamfunktion $\frac{1}{3}x^3$ Dvs. vi kan anvende integration ved substitution $\int 5x\cdot e^{x^2+1}\,dx=\int 2{,}5\cdot 2\cdot x\cdot e^{x^2+1}\,dx=2{,}5e^{x^2+1}+k$.
Øvelse 2.33	a) Så gælder dobbeltuligheden $f(x_0)\geq\frac{A(x_0+h)-A(x_0)}{h}\geq f(x_0+h)$. b) $f(x_0)\cdot h\geq A(x_0+h)-A(x_0)\geq f(x_0+h)\cdot h$. Når vi dividerer med h, som er negativt, så vender ulighedstegnene til $f(x_0)\leq\frac{A(x_0+h)-A(x_0)}{h}\leq f(x_0+h)$.
Øvelse 2.34	Vi vælger to stamfunktioner F_1 og F_2. Jf. sætningen om samtlige stamfunktioner, så ved vi, at $F_1(x)=F_2(x)+k$. Dvs. $F_1(b)-F_1(a)=F_2(b)+k-\left(F_2(a)+k\right)=F_2(b)+k-F_2(a)-k=F_2(b)-F_2(a)$. Så uanset valg af stamfunktion, så vil det bestemte integral give det samme.
Øvelse 2.35	1. metode: $int(5x^4+2x, x=1..5)$ 3148 $int\left(\frac{1}{x}, x=1..5\right)$ $\ln(5)$ $int(2\cdot e^{0.5\cdot x}, x=1..5)$ 42.13509076 2. metode:

ISBN 9788770668781

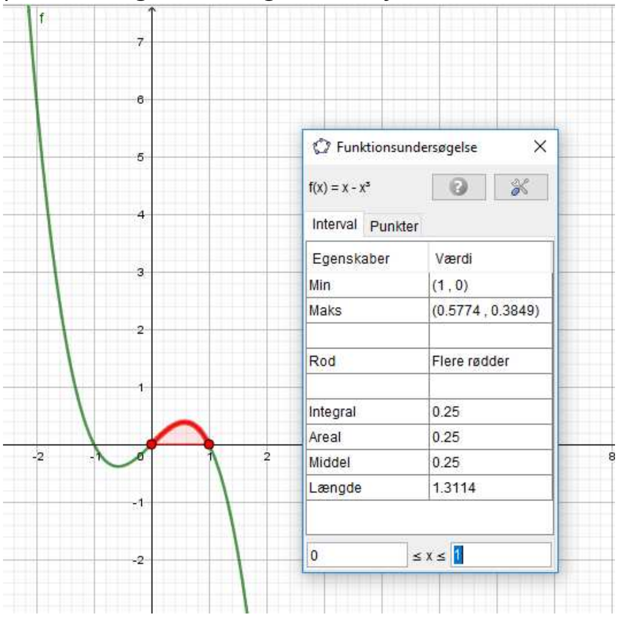




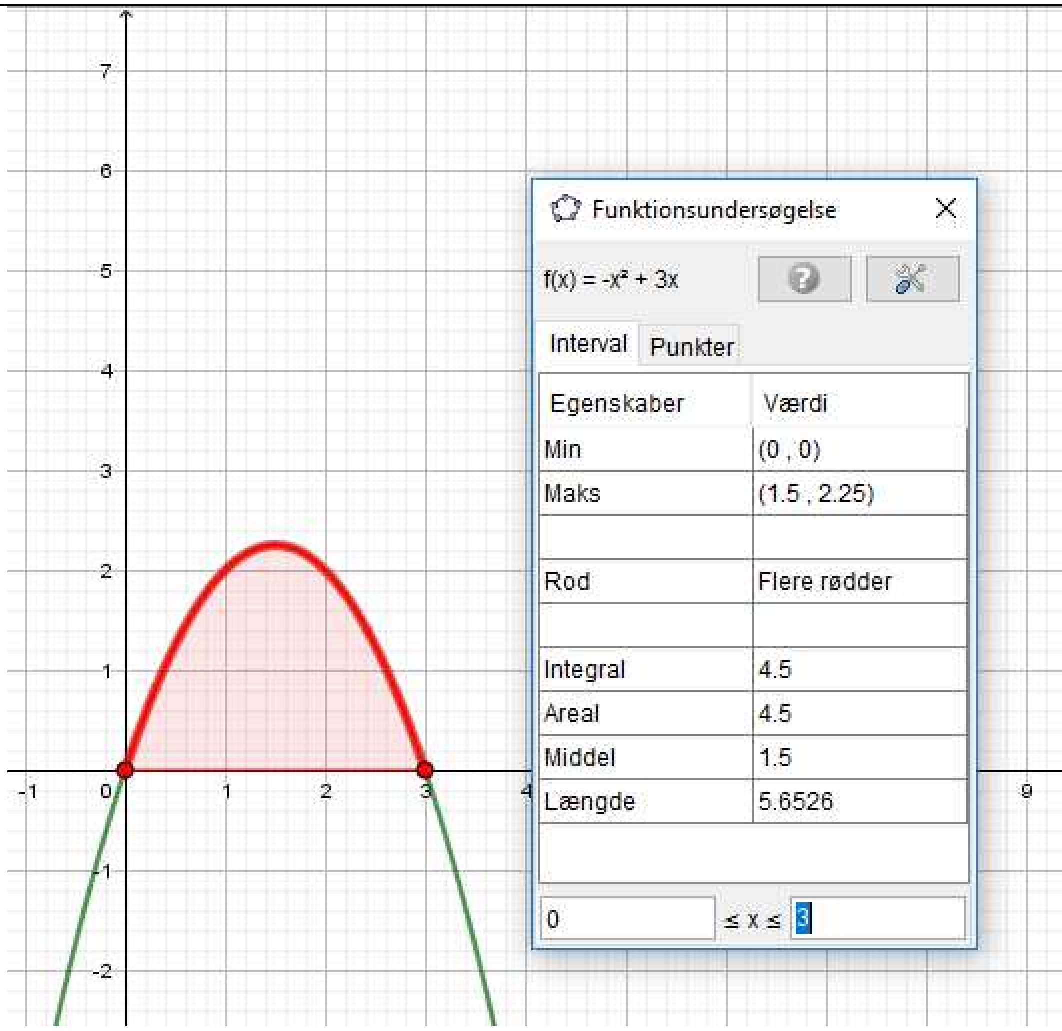


3. metode:

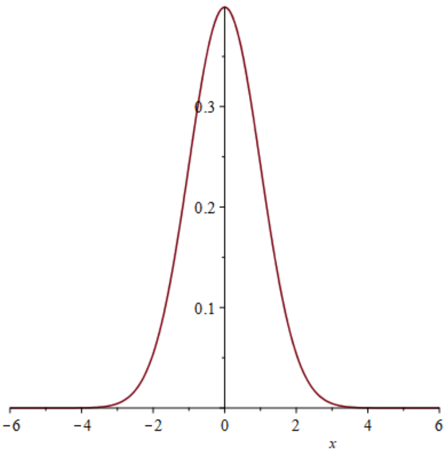
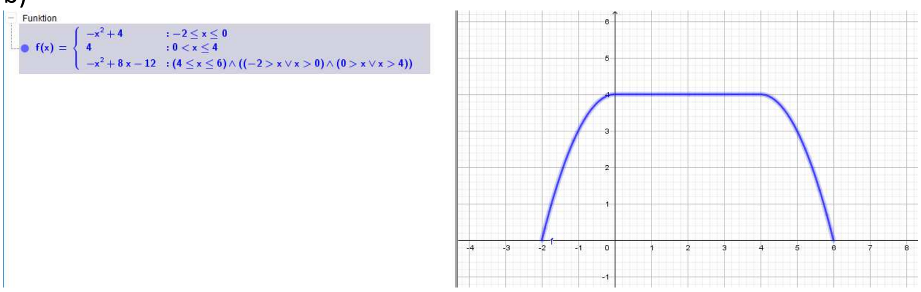
ISBN 9788770668781

	Kanonisk stamfunktion $F(x)=x^5+x^2$. Arealet= $\int_1^5 5x^4+2xdx=F(5)-F(1)=(5^5+5^2)-(1^5+1^2)=3125+25-2=3148$. Kanonisk stamfunktion $F(x)=\ln(x)$. Arealet= $\int_1^5 \frac{1}{x}dx=F(5)-F(1)=\ln(5)-\ln(1)=\ln(5).$ Kanonisk stamfunktion $F(x)=4\mathrm{e}^{0,5\cdot x}$. Arealet= $\int_1^5 2\cdot \mathrm{e}^{0,5\cdot x}\,dx=F(5)-F(1)=4\cdot \mathrm{e}^{0,5\cdot 5}-4\mathrm{e}^{0,5\cdot 1}=42{,}1351.$
Øvelse 2.36	a) Integranden $f(x)=\sqrt{x}$ er ikke-negativ i intervallet $[0;5]$. Dvs. værdien af det bestemte integral er arealet under grafen for *f* i intervallet $[0;5]$. b) Integranden $f(x)=-x^2+9$ er ikke-negativ i intervallet $[-3;3]$. Dvs. værdien af det bestemte integral er arealet under grafen for *f* i intervallet $[-3;3]$.
Øvelse 2.37	a) Funktionen f er et tredjegradspolynomium, og ligningen $f(x)=0 \Leftrightarrow x-x^3=0 \Leftrightarrow x\cdot(1-x^2)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=-1 \vee x=1$. I førstekvadrant får vi en punktmængde under grafen for *f*.  b) a) Funktionen f er et andengradspolynomium, og ligningen $f(x)=0 \Leftrightarrow -x^2+3x=0 \Leftrightarrow x\cdot(-x+3)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=3$. I førstekvadrant får vi en punktmængde under grafen for *f*.

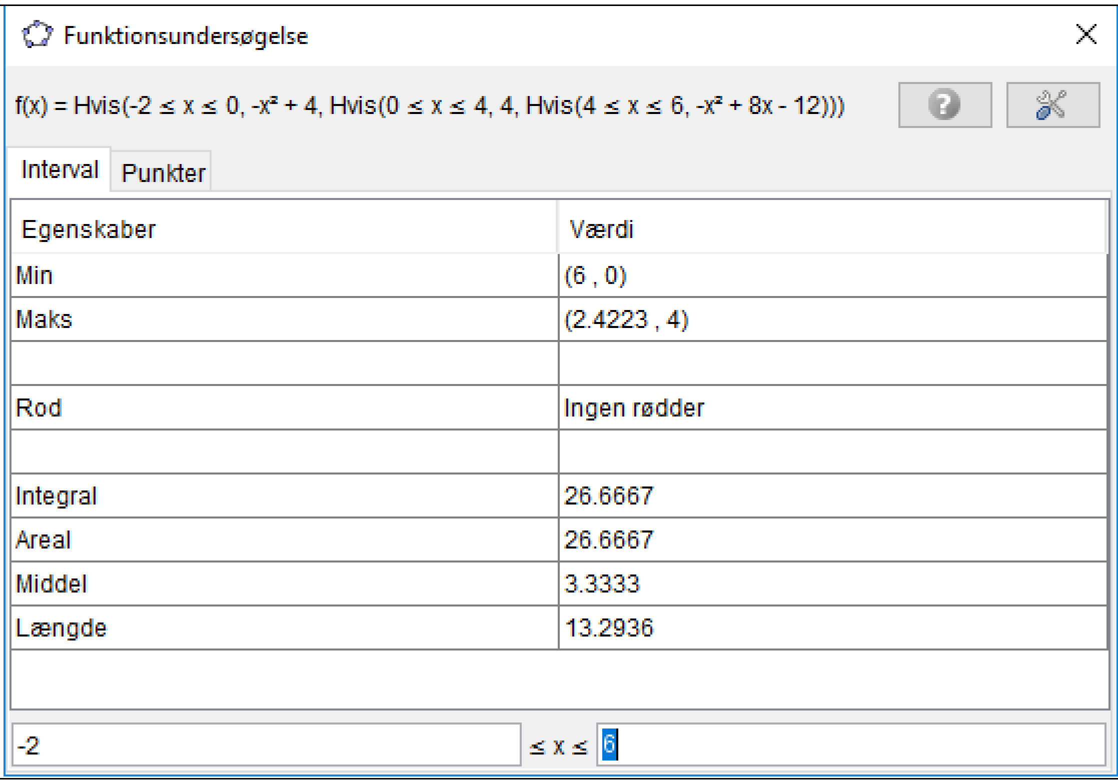
ISBN 9788770668781

	
Øvelse 2.38	$\int_0^2 0.2\cdot x^2\cdot e^{2x^2-4}\,dx = 5.090736565$
Øvelse 2.39	a) Punkterne på cirklen med centrum i $C(0,0)$ og radius $r=1$ opfylder ligningen $(x-0)^2+(y-0)^2=1^2$. Vi løser denne ligning mht. y for $y\geq 0$ $x^2+y^2=1^2 \Leftrightarrow y^2=1-x^2 \Leftrightarrow y=\sqrt{1-x^2}$. Vi kan opfatte denne ligning som en funktion *f*, da der til hver *x*-værdi er en *y*-værd, hvor $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ og $\mathrm{Dm}(f)=[-1;1]$. Arealet kan bestemmes ved det bestemte integral $\int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}\,dx$. $\int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}\,dx=\frac{\pi}{2}$. På grund af symmetri omkring x-aksen, så bliver arealet af cirklen π.

L&R Uddannelse EGMONT

Øvelse 2.40	$f(x) := \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot e^{\frac{-x^2}{2}}$ $f := x \mapsto \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$ $plot(f(x), x=-6..6)$  $\int_{-3}^{3} e^{\frac{-x^2}{2}}\,dx = \mathrm{erf}\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{2}\,\sqrt{\pi} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} 2.4999$ $\int_{-6}^{6} e^{\frac{-x^2}{2}}\,dx = \mathrm{erf}\left(3\sqrt{2}\right)\sqrt{2}\,\sqrt{\pi} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} 2.5067$ $\sqrt{2\cdot\pi} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} 2.5067$ Vi ser, at arealet under grafen for *f* med 5 decimaler svarer til konstanten.
Øvelse 2.41	a) Vi ser, at $\mathrm{Dm}(f_1)=[-2;0]$ og $\mathrm{Dm}(f_2)=[4;6]$. Vi undersøger $f_1(0)=-0^2+4=4$ og $f_2(4)=-4^2+8\cdot4-12=-16+32-12=4$. Dvs. vandrette stykke har ligningen $y=4$. b)  c) Tværsnitsareal= $\int_{-2}^{6} f(x)dx=\int_{-2}^{0}-x^2+4dx+\int_{0}^{4}4dx+\int_{4}^{6}-x^2+8x-12dx=$ $\left(-\frac{1}{3}0^3+4\cdot0\right)-\left(-\frac{1}{3}(-2)^3+4\cdot(-2)2\right)+4\cdot4-4\cdot0+\left(-\frac{1}{3}6^3+8\cdot6-12\cdot6\right)-\left(-\frac{1}{3}4^3+8\cdot4-12\cdot4\right)=$ $26,6667$

L&R Uddannelse EGMONT



Øvelse 2.42	Se QR kode.
Øvelse 2.43	Vi bemærker, at den afledede til funktion x^2+1 er lig med $2x$. Vi kan derfor x^2+1 som den indre funktion, og derfor foretager vi substitutionen $u=x^2+1$. Vi får $\frac{du}{dx}=2x$ dvs. $du=2xdx$. Grænserne ændres med substitutionen, så $x=-1$ giver $u=2$, og $x=3$ giver $u=10$. $\int_{-1}^{3} 2x\cdot(x^2+1)^5\,dx=\int_{-1}^{3}(x^2+1)^5\cdot 2xdx=\int_{2}^{10}u^5du=\left[\frac{1}{6}u^6\right]_2^{10}=\frac{1}{6}10^6-\frac{1}{6}2^6=166656$.
Øvelse 2.44	Vi bemærker, at den afledede til funktion x^2+1 er lig med $2x$. Vi kan derfor x^2+1 som den indre funktion, og derfor foretager vi substitutionen $u=x^2+1$. Vi får $\frac{du}{dx}=2x$ dvs. $du=2xdx$. Grænserne ændres med substitutionen, så $x=0$ giver $u=1$, og $x=1$ giver $u=2$. $\int_{0}^{1} 5x\cdot e^{x^2+1}\,dx=\frac{5}{2}\int_{0}^{1}e^{x^2+1}\cdot 2xdx=\frac{5}{2}\int_{1}^{2}e^u\,du=\frac{5}{2}\cdot\left[e^u\right]_1^2=\frac{5}{2}\cdot\left(e^2-e^1\right)$.
Øvelse 2.45	a)

ISBN 9788770668781

$f(x) := x + 4$

$f := x \mapsto x + 4$

$g(x) := 3x + 4$

$g := x \mapsto 3x + 4$

$f(x) = g(x)$ $x + 4 = 3x + 4 \xrightarrow{\text{solve for x}} [[x = 0]]$Da

$f(2)$

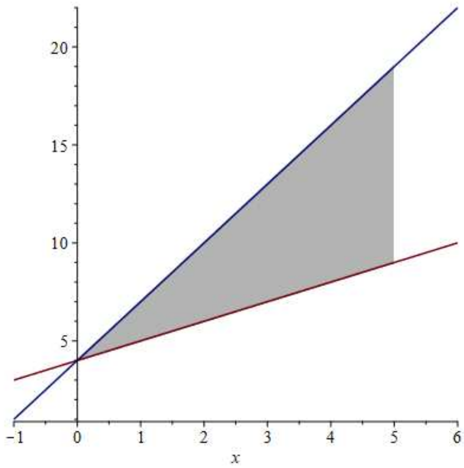
6

$g(2)$

10

så er $g(x) \geq f(x)$.

$skraver([f(x), g(x)], x = -1..6, x = 0..5)$



$Areal = \int_0^5 g(x) - f(x)\, dx$

$Areal = 25$

b)

$f(x) := -2x^2 + 20x - 32$

$f := x \mapsto -2x^2 + 20x - 32$

$g(x) := 2x + 4$

$g := x \mapsto 2x + 4$

$g(x) = f(x)$

$2x + 4 = -2x^2 + 20x - 32$

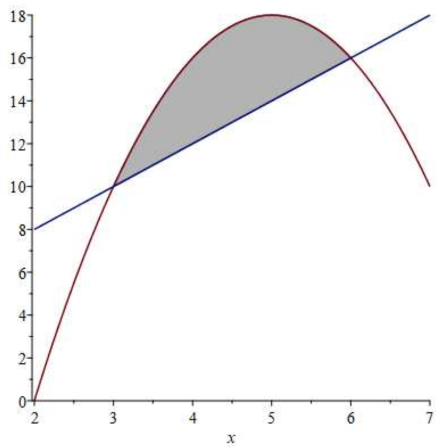
$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$[[x = 6], [x = 3]]$

$g(4) < f(4)$

$12 < 16$

$skraver([f(x), g(x)], x = 2..7, x = 3..6)$



$Areal = \int_3^6 f(x) - g(x)\, dx$

$Areal = 9$

ISBN 9788770668781

Øvelse 2.46

a) I intervallet [a;b] opfylder funktionen $g(x)=0$ uligheden $g(x)\geq f(x)$. Arealet af punktmængden kan da bestemmes

$$\int_a^b (0-f(x))dx=\int_a^b 0dx-\int_a^b f(x)dx=0-\int_a^b f(x)dx=-\int_a^b f(x)dx$$

b)

$f(x) := x^2-9$ $\quad f := x \mapsto x^2-9$

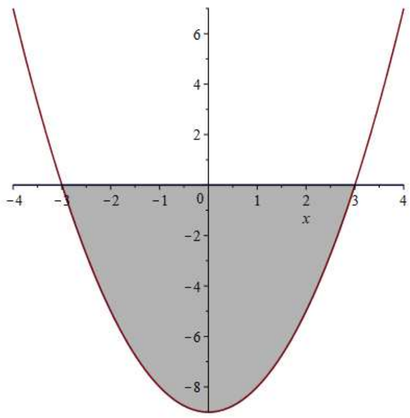
$g(x) := 0$ $\quad g := x \mapsto 0$

$g(x)=f(x)$ $\quad 0 = x^2-9$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$ $\quad [[x=-3],[x=3]]$

$g(0) > f(0)$ $\quad -9<0$

$skraver([f(x), g(x)], x=-4..4, x=-3..3)$



$Areal = -\int_{-3}^{3} f(x)\,dx$

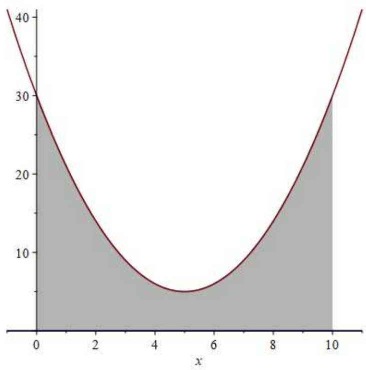
$Areal = 36$

Øvelse 2.47

a)

$f(x) := x^2-10x+30$ $\quad f := x \mapsto x^2-10x+30$

$skraver([f(x), 0], x=-1..11, x=0..10)$



$Areal = \int_0^{10} f(x)\,dx$

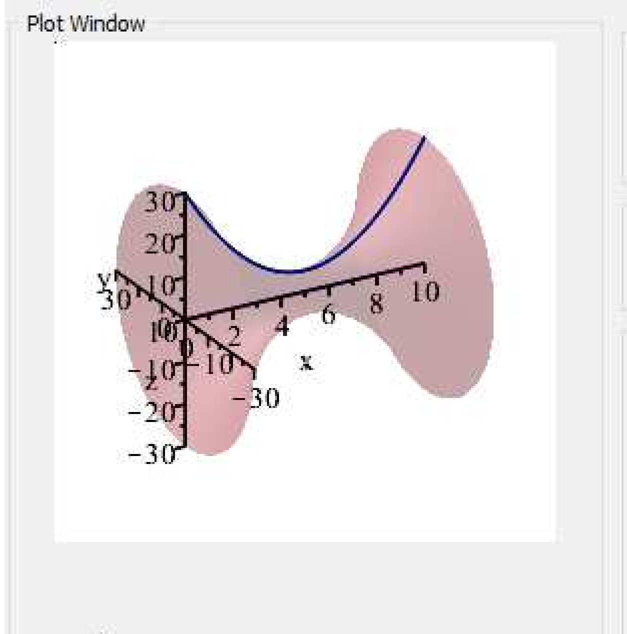
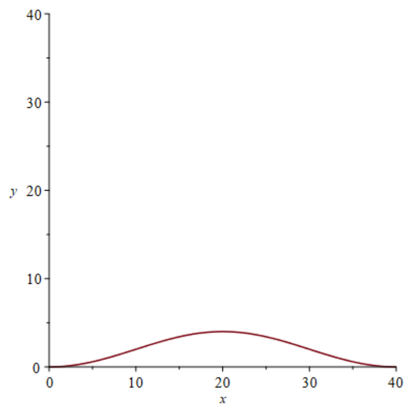
$Areal = \frac{400}{3}$

b)

$Rumfang = \pi\cdot\int_0^{10} (f(x))^2\,dx$

$Rumfang = \frac{7000\,\pi}{3}$

ISBN 9788770668781

<table>
<tr><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td>Øvelse 2.48</td><td>a)
$f(x) := 2 \cdot \sin(0.05 \cdot \pi \cdot x - 0.5 \cdot \pi) + 2$
$f := x \mapsto 2\sin(0.05\,\pi x + (-1)\,0.5\,\pi) + 2$
$plot(f(x), x = 0..40, y = 0..40)$


b)
$Volumen_{biceps} = \pi \cdot \int_0^{40} (f(x))^2 \, dx$
$Volumen_{biceps} = 753.9822370$
Konklusion: Bicepsmusklens volume er 754 mm^3.
c) Da funktionen f er en harmonisk svingning med perioden $T = \dfrac{2 \cdot \pi}{0{,}05 \cdot \pi} = 40$ og $\mathrm{Dm}(f)) = [0;40]$, så antager funktionen f sit maksimum, der er $2 \cdot 1 + 2 = 4$. Da ethvert tværsnit er en cirkel, så er har den største cirkel radius 4 mm, og det største tværsnitareal er $\pi \cdot 4^2 = 50{,}3$ mm^2.</td></tr>
<tr><td>Øvelse 2.49</td><td>a)</td></tr>
</table>

ISBN 9788770668781

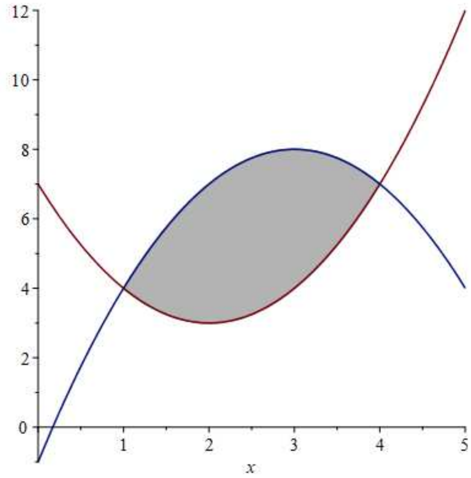
$f(x) := x^2 - 4 \cdot x + 7$ $\quad f := x \mapsto x^2 - 4x + 7$

$g(x) := -x^2 + 6x - 1$ $\quad g := x \mapsto -x^2 + 6x - 1$

$f(x) = g(x)$ $\quad x^2 - 4x + 7 = -x^2 + 6x - 1$

$\xrightarrow{\text{solve for } x}$ $\quad [[x = 4], [x = 1]]$

$skraver([f(x), g(x)], x = 0..5, x = 1..4)$



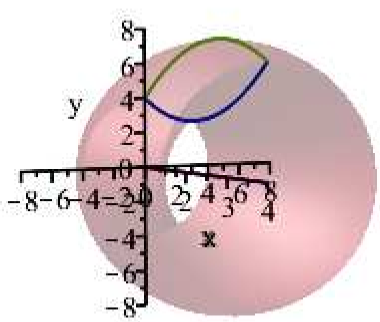
Da
$f(2) < g(2) =$ $\quad 3 < 7$

så er

$\text{Arealet} = \int_1^4 g(x) - f(x)\,dx = 9$

b)

$Volumen = \pi \cdot \int_1^4 (g(x))^2 - (f(x))^2\,dx$ $\quad Volumen = 99\,\pi$



Øvelse 2.50

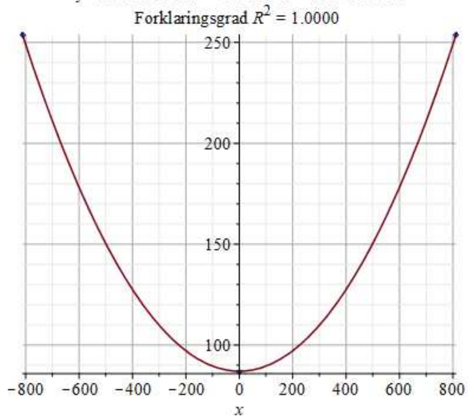
Grafen for den totalt lige fordeling har forskriften $g(x) = x$. Den gule punktmængde er afgrænset af graferne for *f* og *g* i intervallet [0;1], hvor $g(x) \geq f(x)$. Arealet af denne punktmængde kan da bestemmes ved det bestemte integral

$$\int_0^1 x - f(x)dx = \int_0^1 xdx - \int_0^1 f(x)dx = \left[\frac{1}{2} \cdot x^2\right]_0^1 - \int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{2} \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 0^2 - \int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{2} - \int_0^1 f(x)dx$$

Arealet af den røde punktmængde kan bestemmes ved det bestemte integral

$$\int_0^1 xdx = \left[\frac{1}{2} \cdot x^2\right]_0^1 = \frac{1}{2} \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 0^2 = \frac{1}{2} \ .$$

L&R Uddannelse EGMONT

<table>
<tr><td></td><td>Dvs. nævneren i forholdet er $\frac{1}{2}$, så kan tælleren multipliceres med 2, så forholdet bliver
$2\cdot\left(\frac{1}{2}-\int_0^1 f(x)dx\right)=1-2\cdot\int_0^1 f(x)dx$.</td></tr>
<tr><td>**Øvelse 2.51**</td><td>Se studieretningskapitlet med Matematik og fysik. http://www.lr-web.dk/Lru/microsites/hvadermatematik/stud_ret.html</td></tr>
<tr><td>**Øvelse 2.52**</td><td>$f(x) := x^2$ $f := x \mapsto x^2$
$Længde = \int_{-2}^{2} \sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$ $Længde = 2\sqrt{17} + \frac{\operatorname{arcsinh}(4)}{2}$
$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$ $Længde = 9.2936$</td></tr>
<tr><td>**Øvelse 2.53**</td><td>a) Vi har tre punkter på parablen, der er en model af et hængekabel. Punkterne er $(-812,254)$, $(0,87)$ og $(812,254)$.
Vi kan udføre andengradsregression på punkterne.
$xliste := [-812, 0, 812]$ $xliste := [-812, 0, 812]$
$yliste := [254, 87, 254]$ $yliste := [254, 87, 254]$
$PolyReg(xliste, yliste, 2)$
Kvadratisk regression
$y = 0.00025328\,x^2 - 3.6662\,10^{-17}\,x + 87.000.$
Forklaringsgrad $R^2 = 1.0000$

Konklusion: En ligning for parablen er $y=0,0002533\cdot x^2+87$.
b)
$f(x) := 0.0002533\cdot x^2 + 87$ $f := x \mapsto 0.0002533\,x^2 + 87$
$Længde = \int_{-812}^{812} \sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$ $Længde = 1668.703673$
Længden af et hængekabel er 1669 m.</td></tr>
<tr><td>**Øvelse 2.54**</td><td>a)
$f(x) := 211.4885 - 10.4801\cdot\left(e^{0.0329\cdot x} + e^{-0.0329\cdot x}\right)$ $f := x \mapsto 211.4885 + (-1)\,10.4801\left(e^{0.0329\,x} + e^{(-1)\,0.0329\,x}\right)$
Nulpunkter:
$f(x) = 0$ $211.4885 - 10.4801\,e^{0.0329\,x} - 10.4801\,e^{-0.0329\,x} = 0$
$\xrightarrow{\text{solve for x}}$ $[[x = 91.25312187], [x = -91.25312187]]$
b)</td></tr>
</table>

ISBN 9788770668781

	$$\text{Længden}=\int_{-91.3}^{91.3}\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx = 451.9118492$$ Længden af The Gateway Arch er 451,9 m.
Øvelse 2.55	Se QR.