

Skæringspunkt mellem linjer – begge givet ved ligninger

To rette linjer l og m er givet ved ligningerne:

$$l: 7x + 2y - 30 = 0 \quad \text{og} \quad m: 4x - 3y + 16 = 0$$

Vi vil bestemme skæringspunktet mellem de to linjer.

Metode 1: Håndregning og lige store koefficienters metode

Vi løser ligningssystemet

$$\begin{cases} 7 \cdot x + 2 \cdot y - 30 = 0 \\ 4 \cdot x - 3 \cdot y + 16 = 0 \end{cases}$$

Vi løser ligningssystemet med lige store koefficienters metode, og derfor ganger vi ligningerne op, så koefficienten for y er numerisk ens i begge ligninger, dvs. vi ganger den første ligning med $+3$ og den anden med $+2$:

$$\begin{cases} 21 \cdot x + 6 \cdot y - 90 = 0 \\ 8 \cdot x - 6 \cdot y + 32 = 0 \end{cases}$$

Så lægger vi ligningerne sammen pladsvist:

$$29 \cdot x - 58 = 0$$

$$x = \frac{58}{29} = 2 \quad \text{Isolér } x$$

Herefter bestemmer vi y -koordinaten ved at indsætte x -koordinaten i en af ligningerne, her har vi valgt den anden:

$$8 - 3y + 16 = 0$$

$$24 = 3y$$

$$y = \frac{24}{3} = 8$$

Konklusion: De to linjer skærer hinanden i punktet $S(2, 8)$.

Metode 2: Løsning med en solvekommando i værktøjsprogram

Vi løser ligningssystemet

$$\begin{cases} 7x + 2y - 30 = 0 \\ 4x - 3y + 16 = 0 \end{cases}$$

med en solvekommando og får $x = 2$ og $y = 8$.

Konklusion: De to linjer skærer hinanden i punktet $S(2, 8)$.

Metode 3: Konstruktion og aflæsning i værktøjsprogram

Vi konstruerer linjerne ud fra et fast punkt og en normalvektor, som vi kan aflæse i ligningerne. Her er:

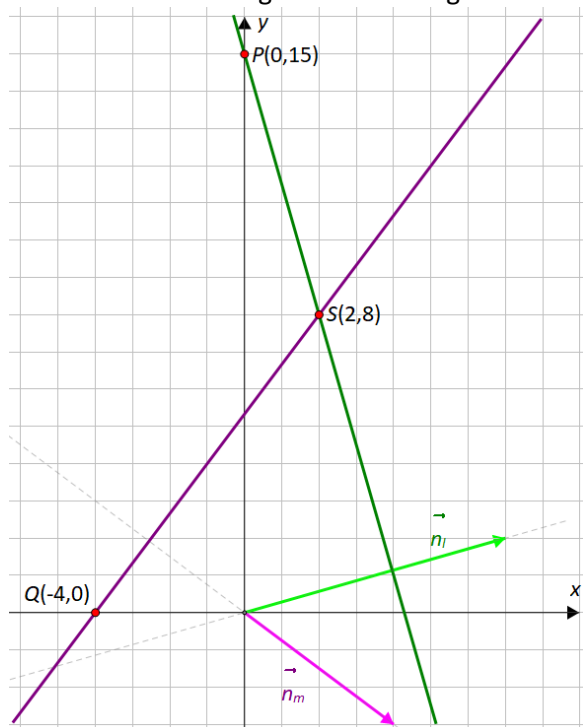
$$\vec{n}_l = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{n}_m = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Det faste punkt bestemmes ved at indsætte en x -koordinat, og derudfra udregne den tilhørende y -koordinat:

$$7x + 2y - 30 = 0 : \text{ Sæt } x = 0, \text{ så er } y = 15, \text{ dvs. linjen går gennem } P(0, 15)$$

$$4x - 3y + 16 = 0 : \text{ Sæt } y = 0, \text{ så er } x = -4, \text{ dvs. linjen går gennem } Q(-4, 0)$$

Vi konstruerer linjerne i værktøjsprogrammet. Bemærk, at vi på figuren nedenfor blot har valgt at konstruere normalvektorerne ud fra origo – de kan jo lægges hvor som helst, blot de har de korrekte koordinater. Ved brug af en aflæsningskommando i værktøjsprogrammet finder vi skæringspunktet.



Konklusion: De to linjer skærer hinanden i punktet $S(2,8)$.