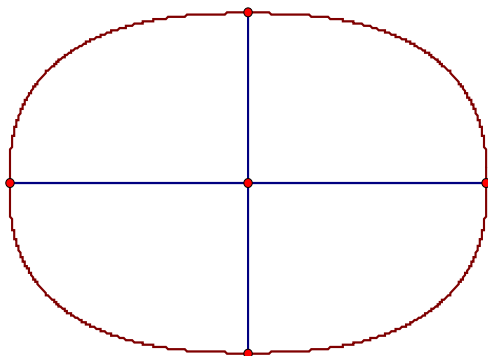


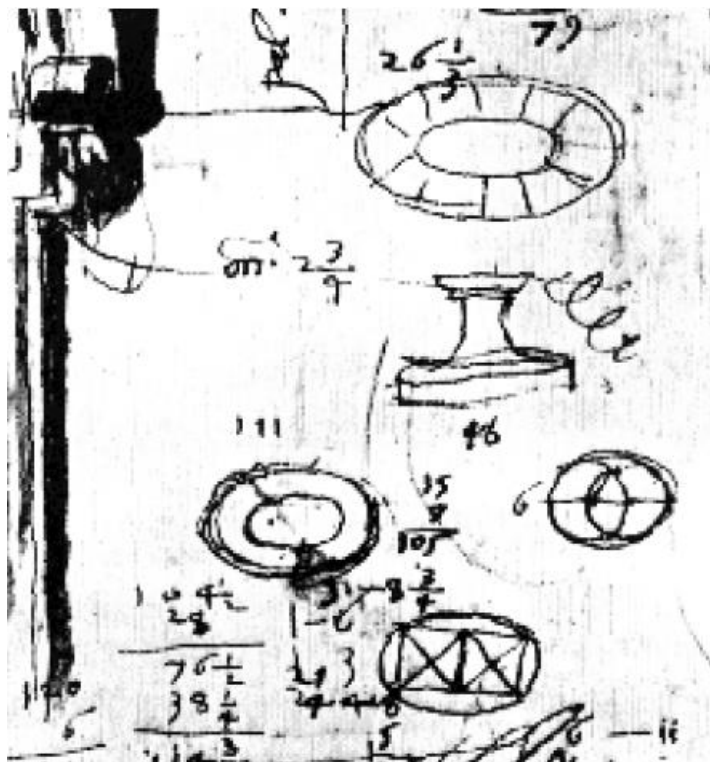
## Projekt 7.1 Ovaler – Matematisk model for Peterspladsen

### Introduktion til ovaler: Ovato Tondo fra Rafaels skole

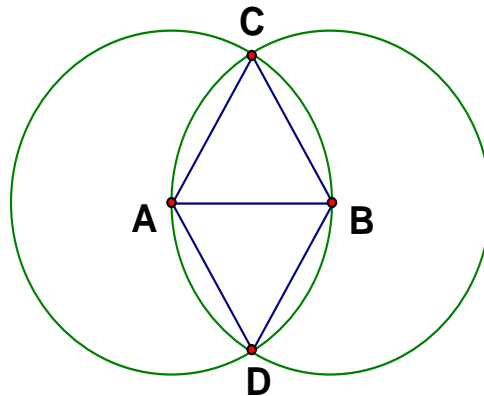
En oval er en lukket krum kurve med to vinkelrette symmetriakser, *storeaksen* og *lilleaksen*, og dermed også et *symmetricentrum*. Der findes mange forskellige slags ovaler, her er vist en superellipse:



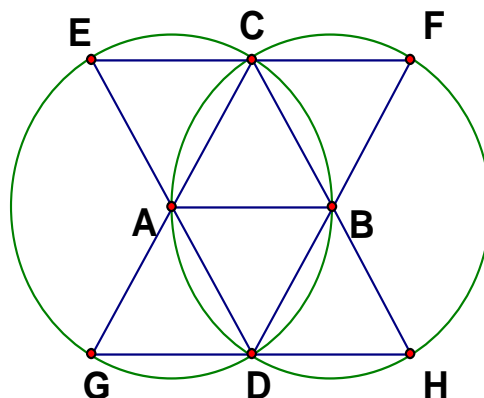
I vores sammenhænge vil vi ydermere antage at ovalen er *konveks*, dvs. at kurven som vist hele tiden krummer til den samme side. Blandt alle ovalerne blev det nu den såkaldte Ovato Tondo, der fik den dominerende rolle i 1500-tallet. Det skyldes først og fremmest et kunstnerisk gennembrud, idet det lykkedes at konstruere en klassisk smuk oval, alene ud fra cirkelbuer, og dermed kunne ovalen konstrueres simpelt med passer og lineal. Gennembruddet skyldtes malere fra Rafaels skole, hvor vi har fået overleveret en skitse af Peruzzi, der viser konstruktionen af to typiske ellipselignende ovaler:



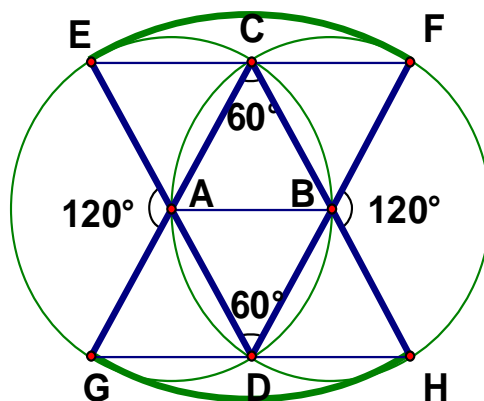
Peruzzis overleverede sin viden til Serlio, der beskrev ovalkonstruktionerne i detaljer i et stort værk om arkitekturens principper fra 1545 som vi har omtalt udførligt i kapitel 10, afsnit 5.2. Her vil vi se på en særlig simpel og smuk konstruktion af den såkaldte 'ovato tondo' (den afrundede oval). Udgangspunktet er endnu engang konstruktionen af en ligesidet trekant fra Euklids første bog!



Vi lægger mærke til at centrene  $A$  henholdsvis  $B$  for de to cirkler netop ligger på den anden cirkels periferi.



Forlænger vi trekanternes skrå sider fås skrå diametre, fx  $CG$ , i cirklerne. Men en diameter (eller en radius) står vinkelret på cirklen i endepunktet. Hvis vi derfor trækker cirkelbuer med centre i toppunkterne  $C$  og  $D$  og radier  $CG$  henholdsvis  $DE$  vil disse cirkelbuer netop føje sig glat til de oprindelige cirkelbuer



Skjuler vi nu hjælpelinjerne har vi konstrueret den ellipselignende oval **ovato tondo** med adskillige bemærkelsesværdige egenskaber.

### Øvelse:

- Gennemfør nu selv konstruktionen af en Ovato Tondo efter de ovenstående retningslinjer.
- Bestem såvel ved opmåling som ved udregning længden af de fire cirkelbuer  $HF$ ,  $FE$ ,  $EG$  og  $GH$ , idet længden af det oprindelige linjestykke  $AB$  sættes til 1.
- Bestem her ved omkredsen af Ovato Tondo.
- Bestem tilsvarende arealet af Ovato Tondo ud fra såvel opmåling som udregninger.
- Bestem længden af storeaksen og lilleaksen for Ovato Tondo. Bestem også forholdet mellem lilleaksen og storeaksen, den såkaldte **fladtrykthed** for ovalen. Hvilken simpel brøk ligger meget tæt på fladtryktheden?

## Peterspladsen i Rom

Hovedanvendelsen af ovato tundo i arkitekturhistorien er Berninis udformning af Peterspladsen i Rom (1556-67). Her ses den fra oven:

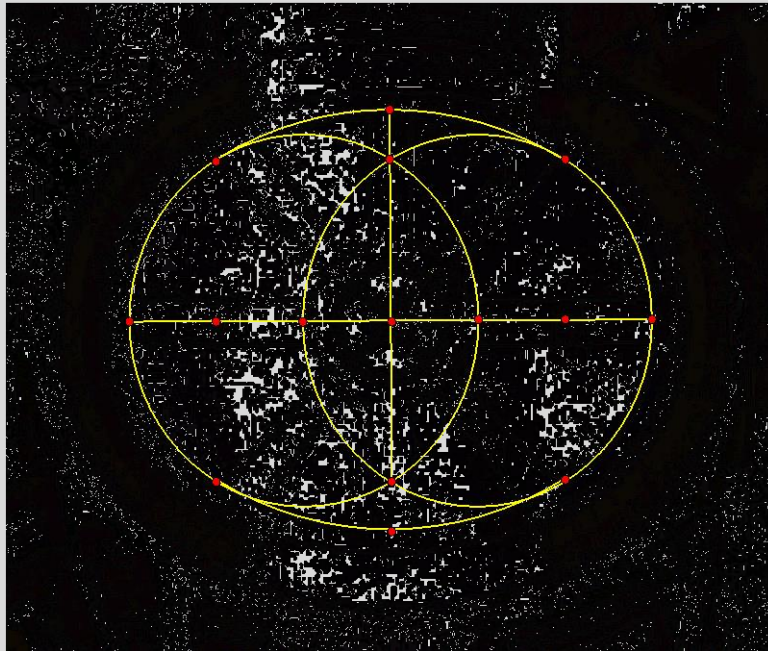


Ovalen er tydelig med den store obelisk i midten og de to springvand, fontæner. Hvad der ikke ses på billedet er de to runde sten på storeaksen, der markerer centrene for de to cirkler, der udspænder den ellipselignende oval. De er markeret med teksten 'Centro del colonnato'. Her ses pladsen i fugleperspektiv, hvor fontænerne og kolonnaderne er tydeligere, ligesom man kan se de fire små søjler, beregnet til belysning af pladsen om aftenen. Dette belysningsanlæg er selvfølgelig ikke originalt, hvad man kan se på det efterfølgende billede af Piranesi fra 1700-tallet

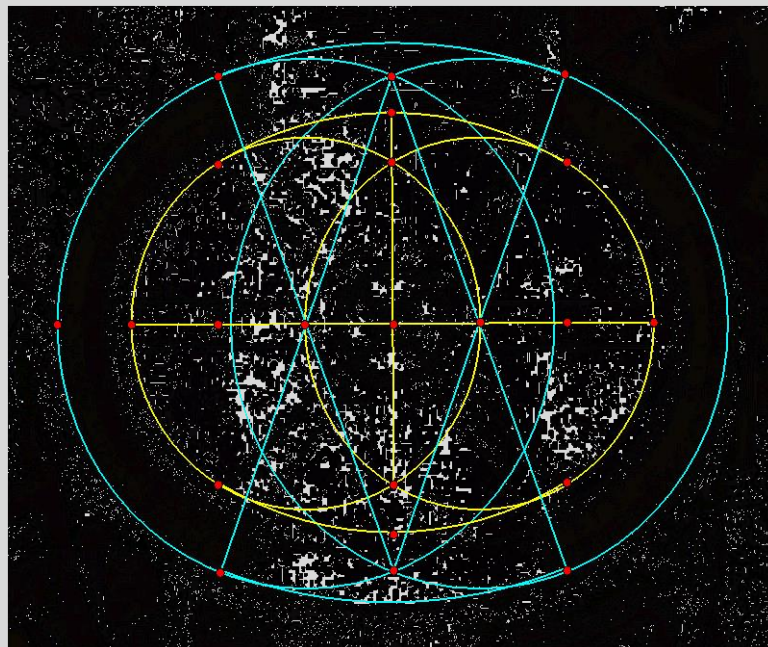


**Øvelse:**

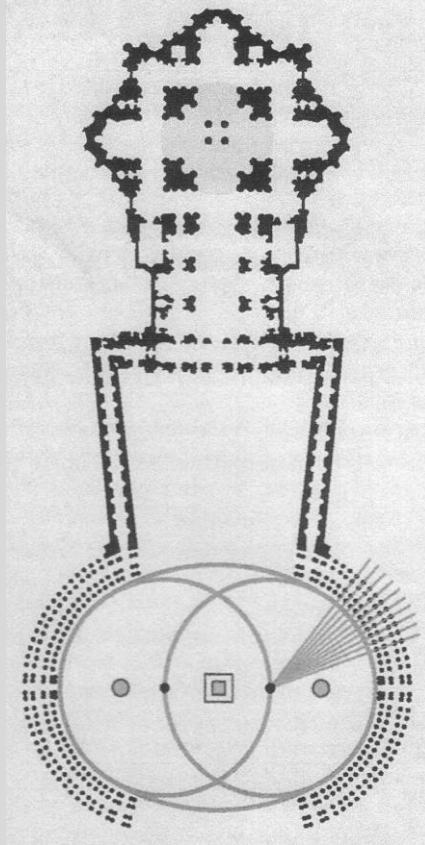
- a) Ved at overføre et udsnit af Peterspladsen til dit dynamiske geometriprogram kan du genskabe konstruktionen af pladsen som en ovato tondo:



Men denne oval er ikke den eneste ellipselignende kurve. De to store overdækkede kolonnader (søjlerækker) i siden afgrænser også tydelige ovale ellipselignende kurver.



De er konstrueret med de samme centre som den inderste oval, og er derfor ikke ægte ovato tondoer, men løser det vigtige problem at få afsat 'parallelle' ovaler rundt om den inderste plads. Specielt er de to kolonnader altså afsat langs koncentriske cirkler med de inderste cirkler fra Peterspladsen. De to kolonnader dækker over fire søjlerækker afsat langs radierne fra det fælles centrum. Når man står på Peterspladsen på et af de to centre dækker søjlerækkerne i den tilsvarende kolonnade altså lige præcis for hinanden



Det er altså muligt visuelt at finde centrene for cirklerne helt uden stenpladernes hjælp – men Bernini har ikke kunnet nære sig for at røbe denne lille fiffige detalje i hans design.

b) Hvor ligger fontænerne i forhold til ovato-tondo konstruktionen?

Bernini har også ønsket at markere verdenshjørnerne på Peterspladsen, der naturligvis er orienteret så kirken åbner sig ud mod pladsen mod øst. På granitbasen rundt om obelisken har han derfor konstrueret små ovale relieffer, der viser de 16 kompasretninger. Vestenvinden (West Ponente) som peger væk fra kirken er berømt fra Dan Browns 'Angels and Demons'



## Rafaelskolen og ovato tondo

### Øvelse: Var Rafael ovato tondos fader?

- a) Peruzzi, fra hvem vi har de første skitser af ovato tondo, var elev fra Rafael. Der har derfor været spekulationer om hvorvidt Rafael selv kendte til konstruktionen af ovato tondo. Som indicium nævner man ofte Rafaels berømte billede i Villa Farnesia af havnymfen Galathea. Hendes skønhed gjorde et stort indtryk på samtidens unge adelsmænd, der udfrittede Rafael for at få ham til at røbe, hvilken renæssance-babe, der havde stået model til billedet. Men Rafael fastholdt, at hun var udsprunget af hans hoved og således udelukkende repræsenterede hans forestilling om den ideelle skønhed.

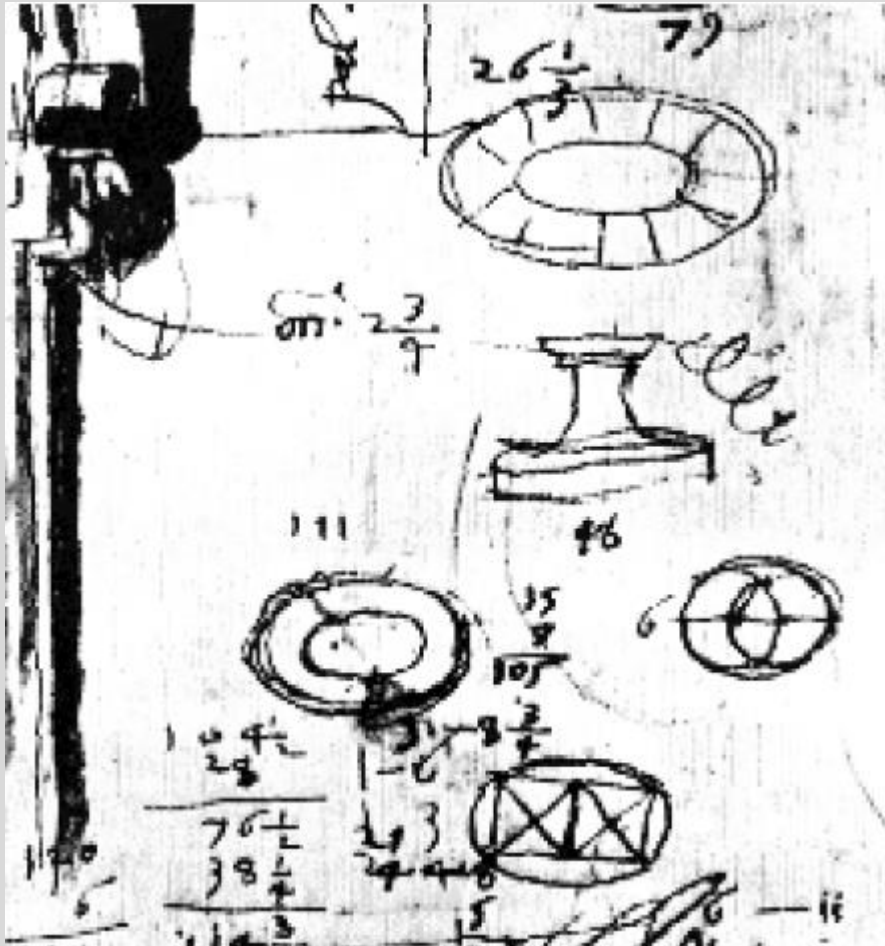




Billedet er et eksempel på Rafaels ovale design. Undersøg selv om rammen passer med målene for en ovato tondo og om billedet kan tænkes struktureret efter denne ovato tondo? Hvilken rolle spiller kvadratet som billedet er indfældet i?

**Øvelse: Peruzzis ovaler**

a) På billedet af Peruzzis skitse ser man også en oval frembragt af et kvadratisk gitter



Prøv nu selv at konstruere denne oval ud fra de to kvadrater og find ved opmåling og/eller beregning dens omkreds og areal, såvel som dens fladtrykthed.