

## Projekt 7.12 Trekantens linjer undersøgt med analytisk geometri

Projektet er lagt an som et eksperimentelt forløb, hvor klassen deles op i et antal hold, der hver får et sæt på tre punkter, der danner en stumpvinklet trekant. Man vælger at gennemføre alle eller nogle bestemte af nedenstående øvelser (del 1, del 2, ...). Alle hold løser de samme øvelser – og vil forhåbentlig nå frem til de samme grundlæggende opdagelser og trekantens linjer, uafhængigt af hvilke punkter man fik udleveret.

Er der hold, der bliver hurtigt færdige, prøver disse af, om resultaterne også gælder for en stumpvinklet trekant. Øvelserne og resultaterne heraf rummer naturligvis ikke et bevis for at egenskaberne gælder i alle trekanter. Men giver et godt grundlag for, at vi leder efter et bevis – for det ser ud til at gælde.

Beviser for egenskaberne kan man finde i projekt 7.2. Her ligger der både klassiske euklidiske beviser og beviser, der bygger på vektorregning.

### Del 1:

Vi har tre punkter fx  $A = (4,3)$ ,  $B = (14,3)$  og  $C = (7,8)$ .

Punkterne danner en trekant ABC.

- Bestem siderne i trekant ABC som vektorer.
- Bestem vha. vektorregning vinklerne i trekant ABC.
- Bestem sidelængderne i trekant ABC vha. vektorregning.

### Del 2:

- Bestem et punkt og en retningsvektor for den linje, som højden fra A ligger på.
- Opstil en parameterfremstilling for den linje, som højden fra A ligger på.
- Bestem et punkt og en retningsvektor for den linje, som højden fra B ligger på.
- Opstil en parameterfremstilling for den linje, som højden fra B ligger på.
- Bestem et punkt og en retningsvektor for den linje, som højden fra C ligger på.
- Opstil en parameterfremstilling for den linje, som højden fra C ligger på.
- Bestem koordinatsættet for hvert af skæringspunkterne mellem de tre par af højder.

### Del 3:

- Hvilken vektor angiver strækningen fra A til midtpunktet af AB?
- Bestem stedvektoren for midtpunktet af AB.
- Bestem stedvektoren for midtpunktet af AC.
- Bestem stedvektoren for midtpunktet af BC.

### Del 4:

- Bestem et punkt og en retningsvektor for den linje, som medianen fra A ligger på.
- Opstil en parameterfremstilling for den linje, som medianen fra A ligger på.
- Bestem et punkt og en retningsvektor for den linje, som medianen fra B ligger på.
- Opstil en parameterfremstilling for den linje, som medianen fra B ligger på.
- Bestem et punkt og en retningsvektor for den linje, som medianen fra C ligger på.
- Opstil en parameterfremstilling for den linje, som medianen fra C ligger på.
- Bestem koordinatsættet for hvert af skæringspunkterne mellem de tre par af medianer.

Projekter: fra kapitel 7 Projekt 7.12 Trekantens linjer undersøgt med analytisk geometri

Del 5:

- Bestem et punkt og en retningsvektor for midtnormalen på a.
- Opstil en parameterfremstilling for midtnormalen på a.
- Bestem et punkt og en retningsvektor for midtnormalen på b.
- Opstil en parameterfremstilling for midtnormalen på b.
- Bestem et punkt og en retningsvektor for midtnormalen på c.
- Opstil en parameterfremstilling for midtnormalen på c.
- Bestem koordinatsættet for hvert af skæringspunkterne mellem de tre par af midtnormaler.

Del 6: Tegningen viser en repræsentant for vektoren  $\vec{OC}$ , som er en drejning af vektoren  $\vec{OF}$ .

<p>a) Bestem vha. cosinus og sinus koordinaterne til <math>\vec{OC}</math>.</p> <p>b) Tegningen viser en repræsentant for vektoren <math>\vec{OF}</math>, som er en drejning af vektoren <math>\vec{OC}</math>. Bestem vha. cosinus og sinus, koordinaterne til <math>\vec{OF}</math>.</p> <p>c) Argumenter for, at vektoren <math>\vec{OC}</math> kan skrives som <math>a_1 \vec{e}_1 + a_2 \vec{e}_2</math></p>	
---	--

Argumenter for, at en drejning af vektoren  $\vec{OC}$  med vinklen  $a$  i positiv omløbsretning giver en vektor med

koordinatsættet  $\begin{pmatrix} a_1 \cos(a) - a_2 \sin(a) \\ a_1 \sin(a) + a_2 \cos(a) \end{pmatrix}$ .

Del 7:

- Bestem et punkt og en retningsvektor for vinkelhalveringslinjen fra A.
- Opstil en parameterfremstilling for vinkelhalveringslinjen fra A.
- Bestem et punkt og en retningsvektor for vinkelhalveringslinjen fra B.
- Opstil en parameterfremstilling for vinkelhalveringslinjen fra B.
- Bestem et punkt og en retningsvektor for vinkelhalveringslinjen fra C.
- Opstil en parameterfremstilling for vinkelhalveringslinjen fra C.
- Bestem koordinatsættet for hvert af skæringspunkterne mellem de tre par af vinkelhalveringslinjer.

Del 8:

Undersøg hvilke tre af de fire typer af skæringspunkter – højder, medianer, midtnormaler og vinkelhalveringslinjer – der ligger på en ret linje.

## Hvad er matematik? 2

ISBN 9788770668699

Projekter: fra kapitel 7 Projekt 7.12 Trekantens linjer undersøgt med analytisk geometri