ISBN 9788770668699

Mængden af alle funktioner og polynomiernes rolle

Er alle funktioner polynomier, evt. af uendelig grad. Dette udforskede Newton og hans samtidige, og de troede det måtte være sådan. Man skal huske, at på det tidspunkt var funktionsbegrebet betydeligt "pænere" end det vi i dag arbejder med. Funktioner var kontinuerte – bortset måske fra enkelte punkter – og de havde en regneforskrift.

I slutningen af 1800-tallet opdager Weierstrass, Bernstein og andre, at Newton i det store og hele havde ret! Der gælder nemlig følgende sætning, der bærer Weierstrass navn:

Weierstrass approksimationssætning
Enhver kontinuert funktion defineret på et begrænset og lukket interval $[a;b]$ kan tilnærmes vilkårlig tæt med et polynomium.

Sætningen siger, at for en given kontinuert funktion *f* findes en følge af polynomier, således at

$$P_1(x), P_2(x), .., P_n(x), ... \to f(x) \text{ når } n \to \infty$$

Denne tilnærmelse kan foregå på flere måder. Du kan ***her*** finde en animation, hvor vi anvender "Bernstein-polynomier".

Polynomierne spiller en rolle blandt alle funktioner, som de rationale tal gør blandt alle reelle tal. De er betydeligt "pænere", og selvom der er langt færre, så ligge de tæt i den store mængde.

Beviset for sætningen findes i en række versioner, de er alle ret vanskelige, men nogle kan man godt arbejde med på gymnasialt niveau, hvis man er villig til at gøre en ekstra indsats.

Der er lagt to projekter ind på bogens website, der handler om dette. Gå selv på opdagelse.