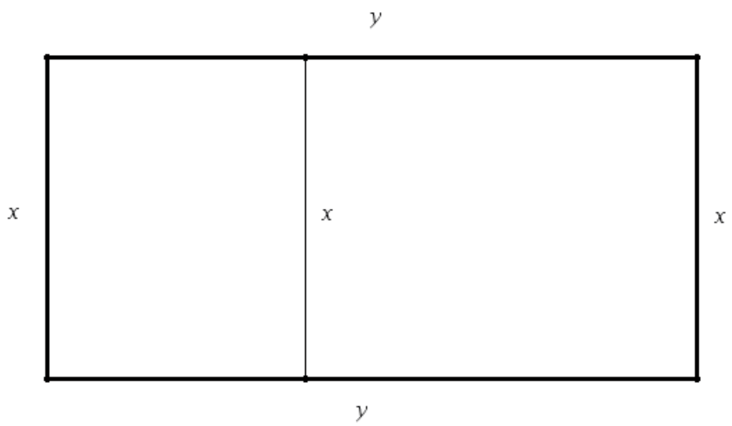
ISBN 9788770668699

L&R Uddannelse EGMONT

Løsning til øvelse 5.54 – størst muligt areal:

En kvægavler vil indhegne et stykke jord. Indhegningen skal være rektangulær, og ved hjælp af et hegn parallelt med to af siderne skal den deles i to adskilte folde.
Der er i alt 600 meter hegn til rådighed.
Bestem det størst mulige areal af det indhegnede stykke jord.

Løsning i TI-Nspire-CAS:



Først skitserer vi situationen for at få overblik.

På vores skitse har den lange side længden y og den korte side har længden x.

Hegnet skal gå hele vejen rundt om indhegningen, men der skal også være hegn langs det stykke, der deler området i to dele (dele-linjen. Da der er 600 meter hegn til rådighed må der gælde, at

$3\cdot x+2\cdot y=600$

Det samlede areal af området (dvs. de to indhegninger tilsammen) skal være størst muligt. Arealet af et rektanglet bregnes jo blot ved at gange længde og bredde, dvs:

$areal=x\cdot y$

Arealet er altså en funktion af to viable, men vi kan fx isolere y i udtrykket for længden af hegnet og indsætte dette i arealfunktion, så vi får en funktion af x alene:

$\text{solve}(3\cdot x+2\cdot y=600,y) \blacktriangleright y=\frac{-3\cdot(x-200)}{2}$

og vi får så arealfunktion af x:

$\mathbf{a}(x):=x\cdot\frac{-3\cdot(x-200)}{2} = 300\cdot x-\frac{3\cdot x^2}{2}$

Vi leder efter et maksimum for arealfunktionen, så vi differentierer og får:

$\mathbf{am}(x):=\frac{d}{dx}(\mathbf{a}(x)) = 300-3\cdot x$

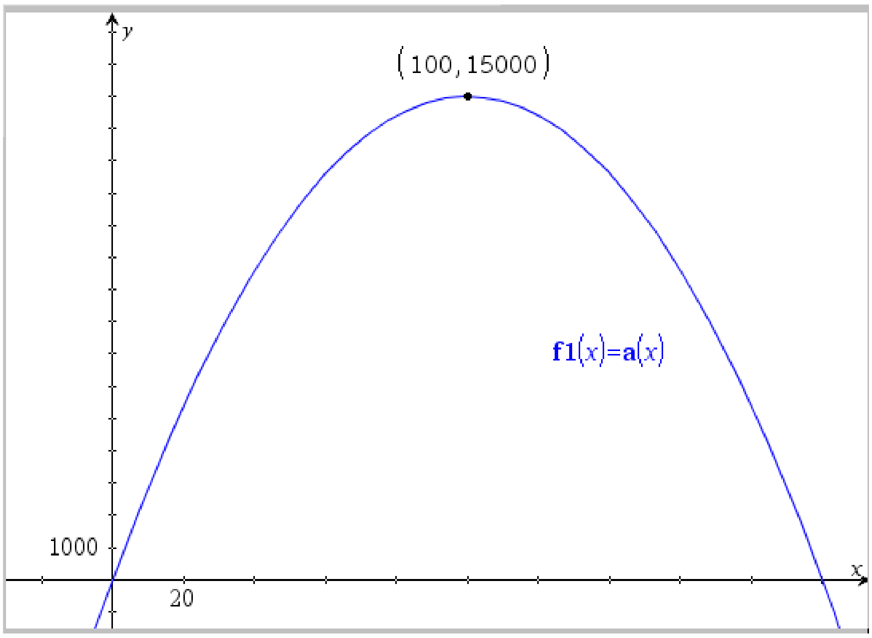
Vi bestemmer nu ekstremumssteder ved at løse ligningen:

$\mathbf{am}(x)=0 \blacktriangleright 300-3\cdot x=0$

$\text{solve}(\mathbf{am}(x)=0,x) \blacktriangleright x=100$

Der er altså kun et ekstremumspunkt, og af grafen fremgår det, at der er tale om et maksimum.

ISBN 9788770668699



I dette tilfælde får vi: $y=\frac{-3\cdot(x-200)}{2}|x=100 \blacktriangleright y=150$ og $\mathbf{a}(100) \blacktriangleright 15000$.

Vi kan således konkludere, at arealet af det indhegnede område bliver størst muligt, newmlig $15000 m^2$, når siden parallelt med dele–linjen er 100 m og den anden side er 150 m.

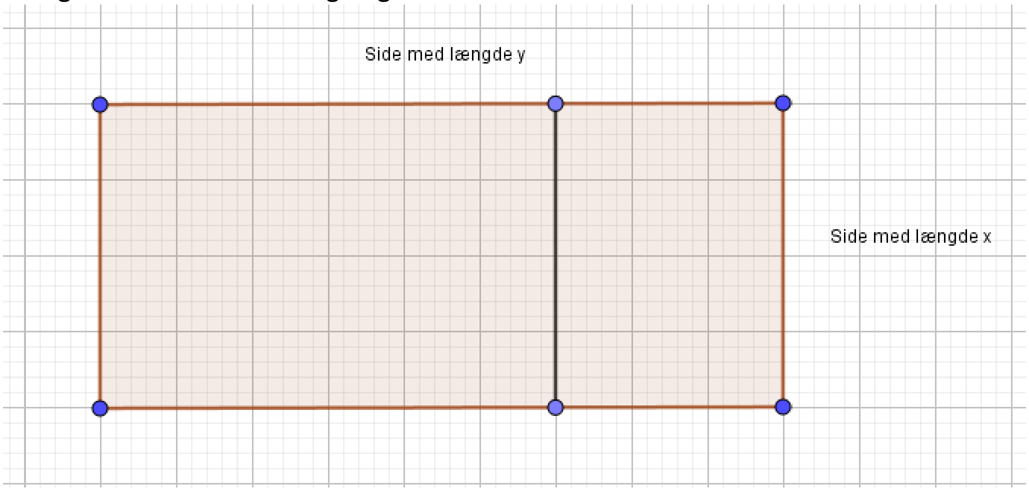
Bemærk: Her er differentialregning faktisk ikke nødvendigt, fordi vi kan se, at der er tale om et andengradspolynomium, hvor koefficienten til højestegradsleddet er negativt, og derfor ved vi at funktionen har et globalt maksimum.

ISBN 9788770668699

website: link fra kapitel 5A, *Differentialregning 1 – Om polynomier og monotoniforhold*. Afsnit 7.2

Løsning med Geogebra

Vi tegner en skitse af indhegningen:



Vi har et udtryk for arealet af indhegningen:

CAS

1 Areal:=x*y

→ $\text{Areal} := x\,y$

Vi har et udtryk for længden af indhegningen:

CAS

1 Areal:=x*y

→ $\text{Areal} := x\,y$

2 Længde:=x+x+x+y+y

→ $\text{Længde} := 3\,x + 2\,y$

3

Vi opstiller en ligningen for længden og løser med hensyn til y.

CAS

1 Areal:=x*y

→ $\text{Areal} := x\,y$

2 Længde:=x+x+x+y+y

→ $\text{Længde} := 3\,x + 2\,y$

3 Længde=600

→ $3\,x + 2\,y = 600$

4 solve(3x + 2y = 600,y)

→ $\left\{ y = -\frac{3}{2}\,x + 300 \right\}$

5

ISBN 9788770668699

Dette udtryk for y indsætter vi i arealudtrykket, og vi får en funktion G i x.

CAS

1	Areal:=x*y → $\text{Areal} := x\,y$
2	Længde:=x+x+x+y+y → $\text{Længde} := 3\,x + 2\,y$
3	Længde=600 → $3\,x + 2\,y = 600$
4	solve(3x + 2y = 600,y) → $\left\{ y = -\frac{3}{2}\,x + 300 \right\}$
5	G(x):=x*((-3) / 2 x + 300) → $G(x) := -\frac{3}{2}\,x^2 + 300\,x$
6	G'(x)=0 Beregn: $\{x = 100\}$
7	G(100) → 15000
8	

Vi løser derefter ligningen G'(x)=0, og vi får det største areal er 15000 m^2.

Du kan finde Geogebra filen ***her***

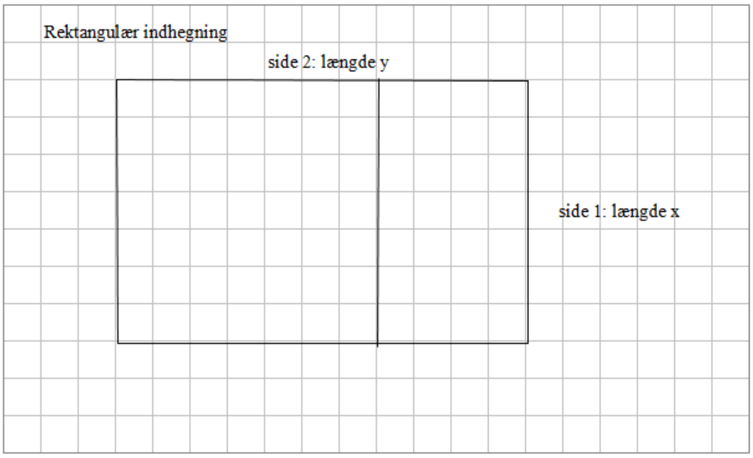
ISBN 9788770668699

Løsning med Maple

$with(Gym):$

Svart til øvelse 5.56 Størst muligt hegn

Vi starter med at tegne en skitse af jordstykket med indhegningen.



Arealet af indhegningen: $Areal = x \cdot y$

Samlet længde af indhegning: $Samlet\ længde = y + y + x + x + x$

Kravet på længden af indhegningen giver ligningen: $y + y + x + x + x = 600$

Dette er en ligning med to ubekendte, og vi isolerer y i ligningen:
$y + y + x + x + x = 600$

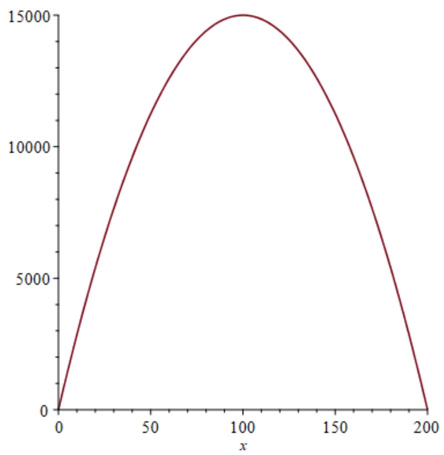
$$2y + 3x = 600$$

$\xrightarrow{\text{solve for y}}$

$$\left[\left[y = 300 - \frac{3x}{2}\right]\right]$$

Plotter vi grafen for $Areal$ får vi:

$plot(Areal(x), x = 0..200)$



Vi ser, at der er et maksimum, og vi bestemmer det største areal.

$Areal'(x) = 0$

$$300 - 3x = 0$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 100]]$$

Dvs. det største areal er: $Areal(100) = 15000$.

Konklusion: det største areal er 15000 m^2.

Du kan finde Maple filen ***[her.](#)***