ISBN 9788770668279

website: link fra kapitel 5A. *Differentialregning* 1, afsnit 3.2

L&R Uddannelse EGMONT

Differentiabilitet medfører kontinuitet, vist med tretrinsreglen

Antag funktionen *f* er differentiabel i x_0. Det betyder, at differenskvotienten, eller sekanthældningen har en grænseværdi:

$$\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \to f'(x_0) \text{ når } x \to x_0$$

Vi skal vise *f* er kontinuert i x_0, dvs at

$$f(x) \to f(x_0) \text{ når } x \to x_0 \qquad (*)$$

Det sidste er ensbetydende med, at

$$f(x)-f(x_0) \to 0 \text{ når } x \to x_0 \qquad (**)$$

Men så foretager vi følgende omskrivning:

$$f(x)-f(x_0) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \cdot (x-x_0) \quad ,$$

og herefter udnytter vi en sætning om grænseværdier, der er omtalt i projekt 5.2 og som siger, at grænseværdien af et *produkt* er *produktet af grænseværdierne*. Selv om denne sætning forekommer intuitiv indlysende, så skal man jo passe på med kun at stole på sin intuition, man skal også bevise tingene. Vi udelader det her oh henviser til projektet. Vi får derfor:

$$f(x)-f(x_0) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \cdot (x-x_0) \to f'(x_0) \cdot 0 = 0 \text{ når } x \to x_0$$

Det var det ønskede i (**), og dermed er også (*) bevist. Konklusion: *f* er kontinuert i x_0