

Projekt 5.11 Usain Bolts verdensrekord fra 2008: Analyse af et løbemønster

(I projekt 3.3 analyserede vi Usain Bolts løbemønster med brug af polynomisk regression. Her vil vi nu inddrage differentialregning, idet den afledede funktion til distancen giver hastigheden, mens den dobbelt afledede giver accelerationen, dvs ændringen i hastigheden. Vi starter i som i 3.3.)

Ved hjælp af videoanalyser kan man finde ud af hvor lang tid en hundrede meter sprinter bruger på de første 10 meter, de næste 10 meter osv. indtil han passerer målstregen ved 100 meter. De følgende data stammer fra Usain Bolts verdensrekord i 2008. I det første 10-meter interval skal man ydermere være opmærksom på reaktionstiden, der var 0.165 s.

distance	intervaltid
10	1.85
20	1.02
30	0.91
40	0.87
50	0.85
60	0.82
70	0.82
80	0.82
90	0.83
100	0.9



Spørgsmålet er nu hvor hurtigt han rent faktisk løb?

- a) Overfør data til dit regneark og opstil to variable: En for tiden, der fås som de kumulerede tider fra tabellen, idet starttiden med fordel kan sættes til 0.165 s, som var reaktionstiden for Usain Bolt.

tid	distance
0.165	0
1.85	10
2.87	20
...	30
	40
	50
	60
	70
	80
	90
	100

- b) Afbild punktplottet hørende til tid og distance.

Bemærk: Dette er naturligvis et diskret grafbillede, uanset hvor mange målinger vi foretager. Men vi opfatter tiden som et kontinuert medie, så der findes en kurve, der angiver hvor han er til ethvert tidspunkt. Det er rimeligt at antage, at denne kurve er en pæn differentiabel kurve. Men det vil være urimeligt at forestille sig, at der ligger en regneforskrift bag grafen. Vi "snyder" derfor lidt ved at vi vælger at lægge en kurve ind, som følger punkterne pænt og glat – og her vælger man næsten altid et polynomium. Man skal dog passe på med graden, og ikke nødvendigvis gå op i høje grader, hvilket vi nærmere analyserer i kapitel 8.

- c) Bestem ved regression det bedste fjerdegradspolynomium $p_4(x)$ gennem datapunkterne.
- d) Bestem en regneforskrift for den afledede funktion $p_4'(x)$

- e) Tegn grafen for hastighedsfunktionen $p_4'(x)$
- f) Giv en sproglig fortolkning af denne graf. Hvad er det generelle billede? Er der tidspunkter i hans løb der er særligt interessante?
- g) Bestem en regneforskrift for den dobbelt afledede funktion $p_4''(x)$
- h) Tegn grafen for $p_4''(x)$ i samme koordinatsystem som grafen for $p_4'(x)$.
- i) $p_4''(x)$ måler ændringen i hastigheden, dvs. accelerationen. Hvordan stemmer det med dine grafer.
- j) Hvornår er hans hastighed størst? Hvordan kan du aflæse det på grafen for $p_4'(x)$? Kan man også aflæse det på grafen for $p_4''(x)$. Argumenter for dit svar.
- k) Giv en samlet præsentation af Usain Bolts løbemønster, og giv en vurdering af, om løbere og trænere på dette niveau vil kunne bruge sådanne analyser til noget?
-

Projektet kan laves sammen med idræt og her koble en "eksperimentel del" på, i form af at optage tilsvarende videoanalyser af elevers løb, evt. blot over 60 eller 80 meter.