

Projekt 4.2 Den franske revolutions logaritme-fabrik – Pronys tabeller

Prony tilrettelagde arbejdet med at konstruere de nye logaritmetabeller ud fra Adam Smith principper om arbejdsdeling.

Prony oprettede derfor en tabelfabrik med tre niveauer af arbejdere. Det øverste niveau, teoretikerne, bestod af nogle få professionelle matematikere som han selv. De besluttede hvilke formler, der skulle anvendes, hvilke særlige værdier i tabellerne, der skulle beregnes helt fra bunden, og hvor mange decimaler, der skulle arbejdes med.

Det mellemste niveau, bestod af et hold matematikere, der kunne forestå udregningen af disse særlige værdier. Der var et par tusinde af disse værdier. Beregnerne skulle have en solid uddannelse, som fx ingeniører for at kunne gennemføre disse avancerede beregninger.

Det laveste niveau, assistenterne, bestod endeligt af et stort hold arbejdere, fra 60 til 80 i alt, der var ansvarlige for at udfylde resten af tabelværdierne ved brug af såkaldte interpolationsmetoder, der i realiteten kun krævede kendskab til addition og subtraktion af hele tal. På dette niveau var udregningerne helt mekaniske, og det var på ingen måde afgørende, om man forstod ideen bag *interpolationsmetoden*.

Hvem som helst kunne derfor i princippet udføre interpolationen.

Prony får den ide at bruge arbejdsløse frisører til arbejdet! Før revolutionen havde det franske aristokrati været storforbrugere af specialister i håropsætning for at kunne sætte de yderst kunstfærdige frisurer, som var på mode blandt adelen. Revolutionen havde derfor kastet et stort antal parykmagere, frisører osv. ud i arbejdsløshed. Prony tilbød dem at blive omskolet til at kunne lægge tal sammen og trække tal fra hinanden og arbejde i tabelfabrikken.

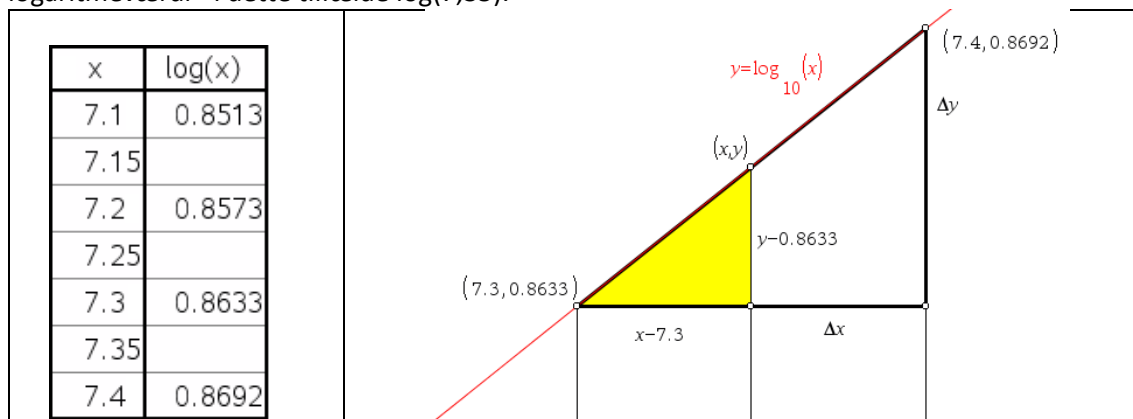


Ung kvinde med sin frisør. Stik af Dupin (1778)

Øvelse 9. Hvad er interpolation?

Interpolation betyder, at man ud fra kendte værdier i en tabel beregner værdier, man ikke havde i forvejen. Antag vi har bestemt logaritmerne til tal med én decimal, så vi kender tallene $\log(7,1)$, $\log(7,2)$, $\log(7,3)$ og $\log(7,4)$ i tabellen. Hvordan beregnes nu logaritmerne til tallene imellem disse?

Den simpleste metode er at trække en linje mellem to kendte punkter på grafen, fx punkterne $(7,3, \log(7,3))$ og $(7,4, \log(7,4))$, som vi ved, er lig med $(7,3, 0,8633)$ og $(7,4, 0,8692)$ og anvende denne linje til at beregne den nye logaritmeværdi - i dette tilfælde $\log(7,35)$.



Vi regner med 4 decimaler.

- Hvilken metode vil du anvende til at bestemme værdien i 7,35?
- Bestem nu ved lineær interpolation y -værdien hørende til $x = 7,35$ og sammenlign med $\log(7,35)$ ved at slå denne op på værktøjet.
- Find her efter på samme måde tilnærmede værdier for logaritmen til 7,15 og 7,25.

4. Pronys tabeller

På siden: <http://locomat.loria.fr/cadastre/cadastre.html>

kan man finde links til Pronys tabeller samt en oversigt over, hvilke personer der deltog i arbejdet.

I tabeloversigten skal man scrolle ned til årene 1793-96, her finder man ind til Pronys tabeller.

Uddrag af Pronys logaritmetabeller, der først blev trykt i 1891 i en noget reduceret udgave:

de 0:00' à 0:25' Log Sin.

0°	00"	10"	20"	30"	40"	50"	60"	70"	80"	90"		
00	— 00	5 19611988	5 49714987	5 67324113	5 79817987	5 89508988	5 97427113	4 04121792	4 09920986	4 15036239	4 19611988	99
01	4 19611988	4 23751256	4 27530112	4 31006323	4 34224791	4 37221113	4 40023986	4 42656879	4 45139238	4 47487347	4 49714987	98
02	4 49714987	4 51833916	4 53854255	4 55784770	4 57633111	4 59405987	4 61109321	4 62748353	4 64327789	4 65851786	4 67324112	97
03	4 67324112	4 68748155	4 70126984	4 71463380	4 72759877	4 74018790	4 75242235	4 76432158	4 77590345	4 78718446	4 79817984	96
04	4 79817984	4 80890370	4 81936914	4 82957830	4 83957252	4 84938235	4 85887767	4 86821770	4 87736107	4 88631591	4 89508984	95
05	4 89508984	4 90369001	4 91212317	4 92059570	4 92851358	4 93648251	4 94430785	4 95199467	4 95954781	4 96697183	4 97427106	94
06	4 97427106	4 98144465	4 98851150	4 99546036	5 00229978	5 00903316	5 01566373	5 02219460	5 02862871	5 03496888	5 04121783	93
07	5 04121783	5 04737814	5 05345228	5 05944264	5 06535150	5 07118104	5 07693337	5 08261050	5 08821437	5 09374686	5 09920975	92
08	5 09920975	5 10460478	5 10993361	5 11519785	5 12039904	5 12553867	5 13061820	5 13563899	5 14060241	5 14550974	5 15036224	91
09	5 15036224	5 15516112	5 15990755	5 16460265	5 16924757	5 17384332	5 17839095	5 18289144	5 18734578	5 19175490	5 19611970	90
10	5 19611970	5 20044107	5 20471986	5 20895691	5 21315302	5 21730898	5 22142554	5 22550345	5 22954342	5 23354616	5 23751235	89
11	5 23751235	5 24144264	5 24533768	5 24919809	5 25302450	5 25681748	5 26057763	5 26430549	5 26800164	5 27166659	5 27530087	88
12	5 27530087	5 27890499	5 28247944	5 28602472	5 28954129	5 29302961	5 29649014	5 29992331	5 30332955	5 30670929	5 31006293	87
13	5 31006293	5 31339087	5 31669350	5 31997120	5 32322435	5 32645332	5 32965846	5 33284011	5 33599862	5 33913433	5 34224756	86
14	5 34224756	5 34533863	5 34840786	5 35145555	5 35448200	5 35748750	5 36047235	5 36343683	5 36638120	5 36930575	5 37221073	85
15	5 37221073	5 37509642	5 37797605	5 38081089	5 38364017	5 38645115	5 38924404	5 39201909	5 39477652	5 39751655	5 40023940	84
16	5 40023940	5 40294529	5 40563442	5 40830701	5 41096324	5 41360334	5 41622747	5 41883585	5 42142865	5 42400607	5 42656828	83
17	5 42656828	5 42911547	5 43164780	5 43416545	5 43666858	5 43915738	5 44163199	5 44409258	5 44653931	5 44897234	5 45139180	82
18	5 45139180	5 45379787	5 45619067	5 45857037	5 46093710	5 46329099	5 46563220	5 46796086	5 47027710	5 47258104	5 47487283	81
19	5 47487283	5 47715259	5 47942045	5 48167652	5 48392093	5 48615381	5 48837526	5 49058541	5 49278437	5 49497225	5 49714916	80
20	5 49714916	5 49931521	5 50147052	5 50361518	5 50574930	5 50787299	5 50998634	5 51208946	5 51418244	5 51626538	5 51833838	79
21	5 51833838	5 52040154	5 52245494	5 52449867	5 52653283	5 52855751	5 53057279	5 53257877	5 53457552	5 53656314	5 53854169	78
22	5 53854169	5 54051128	5 54247197	5 54442385	5 54636700	5 54830149	5 55022740	5 55214481	5 55405380	5 55595442	5 55784677	77
23	5 55784677	5 55973090	5 56160690	5 56347483	5 56533476	5 56718676	5 56903089	5 57086722	5 57269582	5 57451676	5 57633009	76
24	5 57633009	5 57813588	5 57993420	5 58172510	5 58350864	5 58528489	5 58705390	5 58881574	5 59057046	5 59231812	5 59405877	75
		90"	80"	70"	60"	50"	40"	30"	20"	10"	00"	99'

Log Cos.

Øvelse 10

Når man læser tallene, skal man være opmærksom på, at Prony bruger en overstregning til at markere en negativ heltalsdel, dvs. det første egentlige tal i tabellen $\bar{5} \square 19611988$ skal derfor læses som $0,19611988 - 5 = - 4,80388012$

Prony regnede i nygrader, og han opdeltede en lige (180°) vinkel (dvs. 200 nygrader) i 200000 lige store vinkler, dvs.

han arbejdede med vinkler på $\frac{200}{200000} = 0,001$ nygrader.

Prøv nu at forklare opbygningen af tabellen ved at kontrollere udregningen af nogle af tallene i tabellen og udfylde en tabel, som nedenstående.

Fx får vi $\log(\sin(0.001)) = - 4.80388012$ og $\log(\sin(0.010)) = - 3.80388012$:

0°	00"	10"	20"
00'	undefn	- 4.80388012	
01'	-3.80388012		
02'			

Øvelse 11

Assistentene har kun regnet med decimaldelen, som de har opfattet som det hele tal 19611988, hvor de i virkeligheden har arbejdet med langt flere cifre, men tabellen er til sidst blevet afrundet.

Den nederste række har de fx udregnet som den følgende liste af hele tal:

57633009	57813588	57993420	58172510	58350864	58528489	58705390	58881574	59057046	59231812	59405877
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Vi kan illustrere princippet bag deres interpolation således:

Udnyt dit værktøj til at udregne de tilhørende differenser, dvs. forskellene mellem to på hinanden følgende tal i listen, i en ny liste: dif1. Fortsæt med at beregne de tilhørende differenser til dif1 i en ny liste: dif2, samt de tilhørende differenser til dif2 i en ny liste: dif3.

Disse 3 differenslister illustrerer beregningsbidraget fra det nederste niveau (assistenterne), idet det mellemste niveau (ingeniørerne) havde forsynet dem med talværdierne i den første række (fikspunktet) og den sidste differensliste (som vi har kaldt dif3), hvorefter de møjsommeligt har arbejdet sig baglæns til den første liste, dvs. den liste af tal, der skulle med i den endelige tabel.

Det kan se sådan ud i et værktøjsprogram. I praksis vil den sidste søjle med stor tilnærmelse være konstant.

	A tabel	B dif1	C dif2	D dif3
◆		= δ list(tabel)	= δ list(dif1)	= δ list(dif2)
1	57633009	180579	-747	5
2	57813588	179832	-742	6
3	57993420	179090	-736	7
4	58172510	178354	-729	5
5	58350864	177625	-724	7
6	58528489	176901	-717	5
7	58705390	176184	-712	6
8	58881574	175472	-706	5
9	59057046	174766	-701	
10	59231812	174065		
11	59405877			

Du kan fordybe dig yderligere i konstruktionen af Pronys tabeller via disse værker, som du kan linke til:

Improbable research-pronys, kort introduktion, artikel i The Guardian

Find artiklen [her](#)

Dennis Roegel, History of Pronys tables (Større videnskabeligt værk)

Find artiklen [her](#)

Grattan-Guinness-Prony Hairdressers (Første store undersøgelse af en af de store matematikhistorikere)

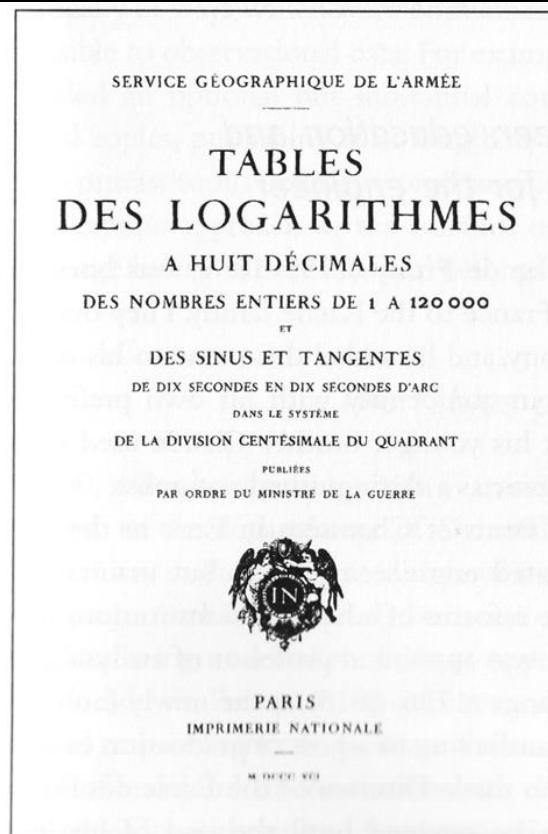
Find artiklen [her](#)

Det tog ca. ti år for Pronys tabelfabrik at udarbejde tabellerne. Beregningen blev udført af to uafhængige hold, så man kunne kontrollere de to tabeller mod hinanden for eventuelle regnefejl. De to tabeller bestod begge af 19 bind med 251 folioark i hvert bind, hvor hvert folioark rummede 100 håndskrevne tabelværdier.

Men da man derefter skulle trykke tabellerne gik det galt. De økonomiske omkostninger var skyhøje og den franske økonomi kunne ikke alene klare det ambitiøse projekt.

Forsøget på at gøre det til et internationalt projekt strandede også - englænderne ville ikke gå over til titalssystemet generelt. Også i Frankrig havde man forladt ideen om at indføre titalssystemet i kalenderen og ved gradmålinger.

Tabellerne blev først trykt i 1891 og i en noget reduceret udgave. Men ideen om nygrader havde slået rod nogen steder. I dag anvendes de fx ved landmåling.

**Øvelse 12**

Ovenfor ses forsiden af Pronys logaritmetabeller. Hvad fortæller teksten om tabellernes opbygning?