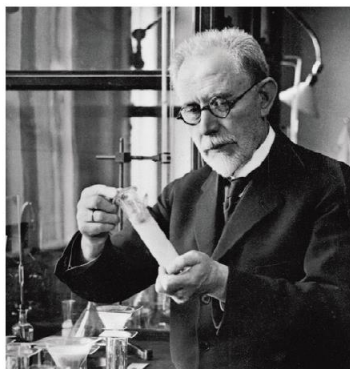
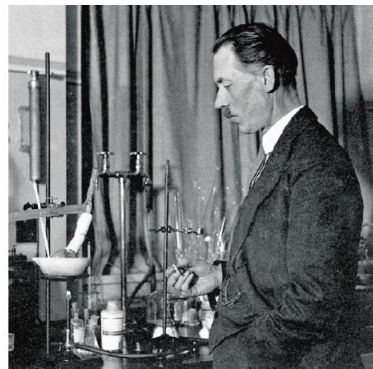


Projekt 4.5 En eksperimentel og teoretisk undersøgelse af pH-skalaen

I kemi anvendes en logaritmisk skala, der kaldes pH-skalaen, til at angive om en bestemt opløsning er sur (som vi kender fra citrusfrugter eller fra mavesyre, hvis man har prøvet at kaste op), eller om den er basisk (som man kender fra sæbe og stærke rengøringsmidler som ammoniak).



pH-skalaen blev udviklet af de danske kemikere S. P. L. Sørensen (t.v.) og Johannes Brøndsted (t.h.), mens de arbejdede som forskere på Carlsberg. Den omtales første gang i en artikel af S. P. L. Sørensen fra 1909.



Dette projekt giver kun mening, hvis det gennemføres i et samarbejde mellem matematik og kemi. Projektet er en kombination af eksperimentelle / laboratorieundersøgelser, mere teoretiske undersøgelser af logaritmisk skalaen, samt en indføring i den praktiske anvendelse af og regning med logaritmer. Projektet er hentet fra studieretningskapitlet matematik – kemi til HEM2. Hovedforfatterne hertil er Birgit Andresen og Keld Nielsen.

Fagligt indhold

Kemi: pH-skala, pH-beregninger, syrer og baser, pK_s .

Matematik: Logaritmefunktionen \log med grundtallet 10 både på tabelform, grafisk form og som funktion. Logaritmeregninger.

Projektets mål

I kemi optræder 10-tals logaritmen \log i flere sammenhæng. Bedst kendt er i forbindelse med størrelsen pH, der udtrykker en opløsnings surhedsgrad, men også i flere andre definitioner inden for syre-basekemi benyttes 10-tals logaritmen:

$$\text{Definition af pH:} \quad \text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{M}\right) \quad (1)$$

$$\text{Definition af pOH:} \quad \text{pOH} = -\log\left(\frac{[\text{OH}^-]}{M}\right) \quad (2)$$

$$\text{Definition af } pK_v: \quad pK_v = -\log\left(\frac{K_v}{M^2}\right) \quad (3)$$

$$\text{Definition af } pK_s: \quad pK_s = -\log\left(\frac{K_s}{M}\right) \quad (4)$$

I dette projekt skal undersøges, hvorfor man ofte benytter 10-tals logaritmen i forbindelse med kemi, især kendt inden for syre-basekemi.

Gennemførelse af projektet

I kemi laves de to delforsøg:

- Måling af pH ved fortynding af en syre henholdsvis en base
- Måling af pH i opløsninger med samme koncentration med forskellige syrer.

I matematik arbejdes videre med målinger fra eksperimenterne, og en række spørgsmål besvares undervejs i arbejdet med to delopgaver:

- En undersøgelse af selve pH skalaen
- En undersøgelse af syrestyrkekonstanten K_S og syrestyrkeeksponenten pK_S .

Øvelse 1: Før eksperimenterne udføres

- Hvordan beregnes pH i en opløsning af en stærk syre?
- Hvordan beregnes pH i en opløsning af en stærk base?

I definitionen af pH (og de andre størrelser opskrevet overfor) divideres størrelserne med henholdsvis M og M^2 .

- Diskuter hvorfor der divideres med enhederne M og M^2 i diverse udtryk.

1. Delforsøg (kemi): Måling af pH ved fortynding af en syre henholdsvis en base

Apparatur

pH-meter, små plastbægre, 10 mL pipette, 5 stk. 100 mL målekolbe.

Kemikalier

1,00 M HCl, 1,00 M NaOH, pufferopløsning med pH = 7,00.

Fremgangsmåde

Vigtigt: Der skal arbejdes meget omhyggeligt og rent!

pH-metret tændes og kalibreres med pufferopløsningen. Kontroller også temperaturindstillingen på pH-metret.

Når pH skal måles for opløsningerne, skylles det lille plastbæger og elektroden først med demineraliseret vand. Hæld noget af opløsningen op, dyp elektroden, rør forsigtigt rundt og hæld derefter opløsningen ud igen. Hæld en ny portion op, dyp elektroden og aflæs pH.

Mål først pH i den udleverede saltsyreopløsning på 1,00 M. Mål derefter pH for opløsninger af syren med $C_S = 0,10$ M, $C_S = 0,010$ M, $C_S = 0,0010$ M, $C_S = 0,00010$ M, og $C_S = 0,000010$ M. Disse opløsninger laves ved fortynding af den udleverede saltsyreopløsning på 1,00 M opløsning ved hjælp af en 10 mL pipette og en 100 mL målekolbe. Beskriv kort fremgangsmåden til fremstilling af de 5 opløsninger og få fremgangsmåden godkendt.

Det samme gøres for den udleverede NaOH-opløsning på 1,00 M.

Opløsning	Målt pH	Beregnet pH
1,00 M HCl		
0,10 M HCl		
0,010 M HCl		
0,0010 M HCl		
0,00010 M HCl		
0,000010 M HCl		
1,00 M NaOH		
0,10 M NaOH		
0,010 M NaOH		
0,0010 M NaOH		
0,00010 M NaOH		
0,000010 M NaOH		

Tabellen kan hentes i form af et excel-ark [her](#).

Øvelse 2

I forlængelse af målingerne skal du besvare følgende:

- Hvordan stemmer de målte og beregnede værdier overens?
- Hvis der er afvigelse, hvad kan forklaringen så være?

2. Delopgave (matematik): Undersøgelse af pH-skalaen**Øvelse 3**

- Lav en tabel $(x, \log(x))$, med x -værdierne: $\{0,00001; 0,0001; 0,001; 0,01; 0,1; 1; 10; 100; 1000; 10000\}$.
- Tegn en sammenhængende glat graf gennem disse punkter, og beskriv med ord grafens forløb. Dette er grafen for funktionen $\log(x)$

Nu skal det undersøges, hvorfor man har valgt den "mystiske" definition af pH, se formel (1).

Øvelse 4

- Lav en tabel $(x, \log(x))$, med x -værdierne $\{10^{-14}; 10^{-13}; 10^{-12}; \dots; 0,001; 0,01; 0,1; 1\}$.
- Lav en tabel $([H_3O^+], pH)$, med $[H_3O^+]$ -værdierne $\{10^{-14} M; 10^{-13} M; 10^{-12} M; \dots; 0,001 M; 0,01 M; 0,1 M; 1 M\}$.
- Afbild pH-skalaen således, at man kan aflæse sammenhørende værdier for pH og $[H_3O^+]$.
- Sammenhold det grafiske billede af pH-skalaen med de målte og beregnede værdier for de 5 HCl-opløsninger i den indledende øvelse. Kommenter.
- Forklar ud fra figuren, hvorfor definitionen af pH og dermed pH-skalaen giver et meget mere overskueligt billede af en vandig opløsnings surhedsgrad. Hvorfor har man valgt $-\log()$ og ikke $\log()$ i forbindelse med definition af pH?

I rent vand ved 25° er: $[H_3O^+] = [OH^-] = 1,0 \cdot 10^{-7} M$. I rent vand og fortyndede vandige opløsninger ved 25° gælder: $K_V = [H_3O^+] \cdot [OH^-] = 1,0 \cdot 10^{-14} M^2$. Produktet K_V kaldes vands ionprodukt. Størrelsen af K_V ændres kun, hvis man forandrer temperaturen. Det vil sige, vands ionprodukt har samme værdi, så længe temperaturen er konstant. Ud fra vands ionprodukt defineres størrelsen pK_V , se formel (3) ovenfor.

Øvelse 5

- Vis med brug af logaritmeregnereglen $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$, at vands ionprodukt kan omskrives til følgende formel: $pK_V = pH + pOH$.
- Lav en grafisk fremstilling af pH-skalaen, hvor man kan aflæse sammenhørende værdier for pH, pOH, $[H_3O^+]$ og $[OH^-]$.
- Sammenhold figuren af pH-skalaen med de målte og beregnede værdier for de 6 HCl-opløsninger og de 6 NaOH-opløsninger i det første delforsøg. Kommenter.
- Beregn pH, når $[H_3O^+] = 0,020 M$.
- Beregn pH, når $[OH^-] = 0,020 M$. (Brug resultatet fra punkt a).
- Udled formlen til bestemmelse af $[H_3O^+]$, når man kender pH (udgangspunktet tages i definitionen på pH (formel (1)))
- Gør det samme for pOH.
- Beregn $[H_3O^+]$, når $pH = 2,3$.
Beregn $[H_3O^+]$, når $pOH = 2,3$.

3. Delforsøg (kemi): Måling af pH i opløsninger med samme koncentration med forskellige syrer

Apparatur

pH-meter, små plastbægre.

Kemikalier

0,10 M HCl, 0,10 M HNO₃, 0,10 M NaHSO₄, 0,10 M CH₃COOH, pufferopløsning med pH = 7,00.

Fremgangsmåde

Vigtigt: Der skal arbejdes meget omhyggeligt og rent!

pH-metret tændes og kalibreres med pufferopløsningen. Kontroller også temperaturindstillingen på pH-metret.

Når pH skal måles for opløsningerne, skylles det lille plastbæger og elektroden først med demineraliseret vand. Hæld noget af opløsningen op, dyp elektroden, rør forsigtigt rundt og hæld derefter opløsningen ud igen. Hæld en ny portion op, dyp elektroden og aflæs pH.

Mål pH i de udleverede opløsninger på 0,10 M.

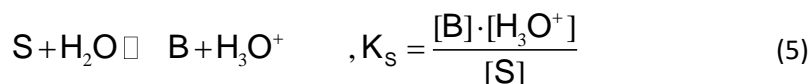
Øvelse 6

I forlængelse af målingerne skal du besvare følgende:

- Måles den samme pH værdi for de 4 syrer?
- Diskuter ud fra de to delforsøgs resultater, hvilke faktorer som er bestemmende for en opløsnings surhedsgrad.
- Diskuter ud fra resultaterne i de to forsøg følgende udsagn: "En stærk syre giver en lav pH værdi i en vandigopløsning af syren, mens en svag syre i en vandig opløsning giver en pH værdi tæt ved 7".

4. Delopgave (matematik): Syrestyrkekonstanten K_S og syrestyrkeeksponenten pK_S

En syres styrkekonstant K_S er defineret ud fra den kemiske ligevægt:

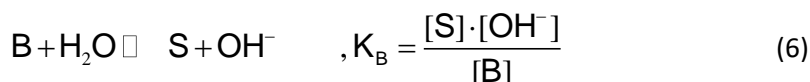


Syrens styrkekonstant bestemmes eksperimentelt for den enkelte syre.

En syres styrkeeksponent, pK_S defineres ud fra syrens styrkekonstant. Dette gjorde vi matematisk i formel nr (4):

$$pK_S = -\log\left(\frac{K_S}{M}\right) \quad (4)$$

Tilsvarende defineres for en base K_B og pK_B :



$$pK_B = -\log\left(\frac{K_B}{M}\right) \quad (7)$$

Syrer inddeles efter deres styrke ud fra følgende intervaller:

Stærke syrer:	$1 \text{ M} < K_S$
Middelstærke syrer:	$1 \cdot 10^{-4} \text{ M} < K_S < 1 \text{ M}$
Svage syrer:	$1 \cdot 10^{-10} \text{ M} < K_S < 1 \cdot 10^{-4} \text{ M}$

Meget svage syrer: $1 \cdot 10^{-14} \text{ M} < K_S < 1 \cdot 10^{-10} \text{ M}$

Uhyre svage syrer: $K_S < 1 \cdot 10^{-14} \text{ M}$

Øvelse 7

Bestem de tilsvarende intervaller gældende for syrernes styrkeeksponenter pK_S .

Øvelse 8

Beskriv i ord sammenhængen mellem syres styrke og syres styrkekonstant

Det samme gøres for sammenhængen mellem syres styrke og syres styrkeeksponent.

Øvelse 9

a) Vis, at for et korresponderende syre-base par (fx S og B i (5) og (6)) gælder sammenhængen:

$$K_S \cdot K_B = 1 \cdot 10^{-14} \text{ M}^2 \text{ (ved } 25^\circ \text{)}.$$

b) Vis ved brug resultatet i punkt a) og logaritmeregnereglen $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$, at $pK_S + pK_B = 14,0$ (ved 25°).

For ikke-stærke syrer gælder ligevægten:

	S	+	H_2O	\rightleftharpoons	B	+	H_3O^+
Start	C_S				0 M		$\approx 0 \text{ M}$
Ændring	$-x$				x		x
Ved ligevægt	$C_S - x$				x		x

hvor x svarer til koncentrationen af oxonium og korresponderende base B.

Øvelse 10

a) Benyt ovenstående ligevægtsbetragtninger og opskrivningen af K_S i (5) til at vise, at følgende ligning gælder for

ikke-stærke syrer: $K_S = \frac{x^2}{C_S - x}$.

b) Diskuter, hvordan pH beregnes hvis K_S og C_S kendes.

c) Overvej, hvad der afgør størrelsen af K_S , henholdsvis C_S .

d) Diskuter, hvordan ligningen i punkt a) kan løses ved brug af et matematisk værktøjsprogram.

For svage syrer kan man udlede et enklere formel til beregning af pH. Det skyldes, at for svage syrer vil ligevægten i (5) ligge langt mod venstre, således at tilnærmelsen $C_S - x \approx C_S$ er acceptabel.

Øvelse 11

a) Opstil et udtryk for K_S , hvor tilnærmelsen indføres.

b) Vis, med brug af logaritmeregnereglerne $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$ og $\log(a^x) = x \cdot \log(a)$ samt resultatet i punkt a), at når pH beregnes i en opløsning af en svag syre kan følgende formel benyttes:

$$\text{pH} = \frac{1}{2} \cdot (\text{p}K_S - \log C_S) \quad (8)$$

c) Diskuter forudsætningen for udledningen, det vil sige hvornår kan tilnærmelsen accepteres.

På samme måde udledes følgende udtryk til beregning af koncentrationen af hydroxid (x) i en opløsning af en ikke-stærk base (ved brug af formel nr (6)):

$$K_B = \frac{x^2}{C_B - x}$$

Specielt for en svag base gælder den reducerede formel:

$$\text{pOH} = \frac{1}{2} \cdot (\text{p}K_B - \log C_B). \quad (9)$$

Øvelse 12

- Udled formlen ovenfor til beregning af koncentrationen af hydroxid (x) for en ikke-stærk base.
- Udled den reducerede formel til beregning af pOH (og derved pH) i en svag base.

Øvelse 13

Vis ved anvendelse af logaritmeregnereglerne, at ligevægten i (5):

$$K_S = \frac{[B] \cdot [H_3O^+]}{[S]}$$

kan omskrives til pufferligningen:

$$\text{pH} = \text{p}K_S + \log \left(\frac{[B]}{[S]} \right). \quad (10)$$

Pufferligningen udtrykker, at en svag syre S og dens korresponderende svage base B er i stand til at "puffe" eller dæmpe pH-ændringer som følge af tilsætning af mindre mængder stærk syre eller stærk base.

Øvelse 14

- Lav en oversigt over alle formlerne, der benyttes ved beregning af en opløsnings surhedsgrad, pH.
- Noter i tilknytning til formlerne under hvilke betingelser de enkelte formler kan benyttes.