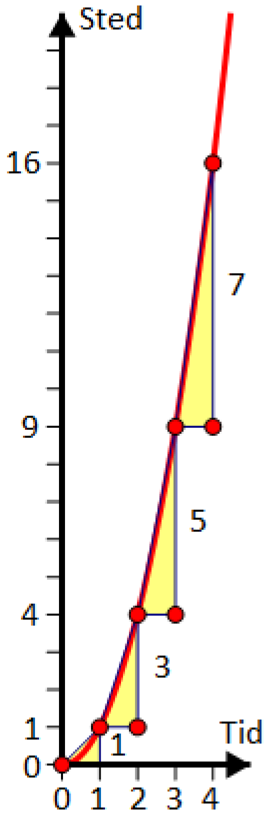
ISBN 9788770668699

L&R Uddannelse EGMONT

Projekt 2.11 Galilei og det frie fald



I bogen Dialog om to nye videnskaber fremlægger Galilei sin berømte faldlov i følgen hvilken en genstand, der slippes fra hvile falder hurtigere og hurtigere mod jorden på en sådan måde at hastigheden vokser proportionalt med tiden og faldlængden vokser proportionalt med kvadratet på tiden.

Mens det er simpelt at iagttage at faldet foregår hurtigere og hurtigere er det ikke så oplagt hvordan hastigheden vokser. Galilei anvender da det argument at *naturen selvfølgelig vælger den simpleste måde at lade hastigheden vokse*.

Det fører til hans antagelse om at hastigheden vokser som den ulige talfølge: 1, 3, 5, 7, … og faldlængderne dermed vokser som den kvadratiske talfølge: 0, 1, 4, 9, 16, … . Disse talfølger fremkommer simplest hvis vi antager at genstanden har tilbagelagt afstanden 1 i løbet af den første tidsenhed, 4 i løbet af de første 2 tidsenheder, 9 i løbet af de første 3 tidsenheder osv.

Tid	Sted = Tid^2	Tilvækst
0	0	1 = 1 – 0
1	1	3 = 4 – 1
2	4	5 = 9 – 4
3	9	7 = 16 – 9
4	16	…
…	…	

Tilvæksten, dvs. den strækning der tilbagelægges i løbet af den næste tidsenhed og dermed *den gennemsnitlige hastighed i løbet af den næste tidsenhed* følger da netop den ulige talfølge, dvs. *hastigheden vokser jævnt*.

Da Galilei indleder sine overvejelser om det frie fald kommer han godt nok hurtigt på ideen om at hastigheden må vokse jævnt, men er til at begynde med i tvivl om i forhold til hvad? Umiddelbart kan hastigheden nemlig i princippet både tænkes at vokse *proportionalt med tiden* og *proportionalt med strækningen*. Begge lovmæssigheder er i overensstemmelse med princippet om at naturen lader hastigheden vokse efter så simpel en lovmæssighed som muligt. Så hvorfor kunne hastigheden ikke lige så godt vokse proportionalt med strækningen?

Det tager Galilei mange år at gennemskue problemstillingen, men til sidst lykkes det ham på forbløffende vis rent logisk/matematisk at bevise at den alternative faldlov, ifølge hvilken hastigheden skulle vokse proportionalt med strækningen, *slet ikke er mulig, hvis genstanden slippes fra hvile*. Dette er et centralt videnskabshistorisk argument, for det viser at tankeeksperimenter alene kan fortælle os noget om den mulige indretning af verden, helt uafhængigt af hvilke eksperimenter og iagttagelser vi i øvrigt gør os.
Her nøjes vi med at skitsere kernen i argumentet: I stedet for den kvadratiske talfølge tager vi udgangspunkt i fordoblingstalfølgen 1, 2, 4, 8, 16, … som den strækning, genstanden har tilbagelagt efter 1, 2, 3, 4, 5, … tidsenheder

tid	sted	Tilvækst
0	1	
1	2	
2	4	
3	8	
4	16	
…	…	

ISBN 9788770668699

Øvelse 1:

a) Gør rede for at tilvæksten, dvs. den tilbagelagte strækning i den følgende tidsenhed, netop følger den samme talfølge, dvs. 1, 2, 4, 8, 16, …

b) Tegn grafen for den eksponentielle faldlov og tilføj hældningerne til tiderne 0, 1, 2, …

c) Argumenter for at den eksponentielle faldlov $x = 2^t$ netop fører til en hastighed, der vokser proportionalt med strækningen.

Konklusion: Hvis hastigheden skal vokse proportionalt med strækningen må strækningen derfor vokse eksponentielt som funktion af tiden.

Denne del af argumentet måtte Galilei klare med ren geometri indenfor den klassiske proportionslære: Eksponentialfunktionen var jo slet ikke opfundet endnu!

Her kommer så kernen i argumentet: Hvis hastigheden vokser proportionalt med strækningen må hastigheden selv vokse eksponentielt med tiden. Men en eksponentialfunktion kan slet ikke antage værdien 0. Når vi går baglæns i tiden bliver hastigheden blot halveret for hver tidsenhed vi rykker tilbage, men den når aldrig hastigheden nul.

Men faldloven beskriver bevægelsen af en sten, der slippes fra **hvile**! Til tiden 0 skal hastigheden altså være nul. Altså kan hastigheden ikke vokse eksponentielt med tiden. Altså er det umuligt for en genstand der slippes fra hvile at have en hastighed, der er proportional med strækningen.

Øvelse 2:

a) Gennemgå det ovenstående argument i detaljer!