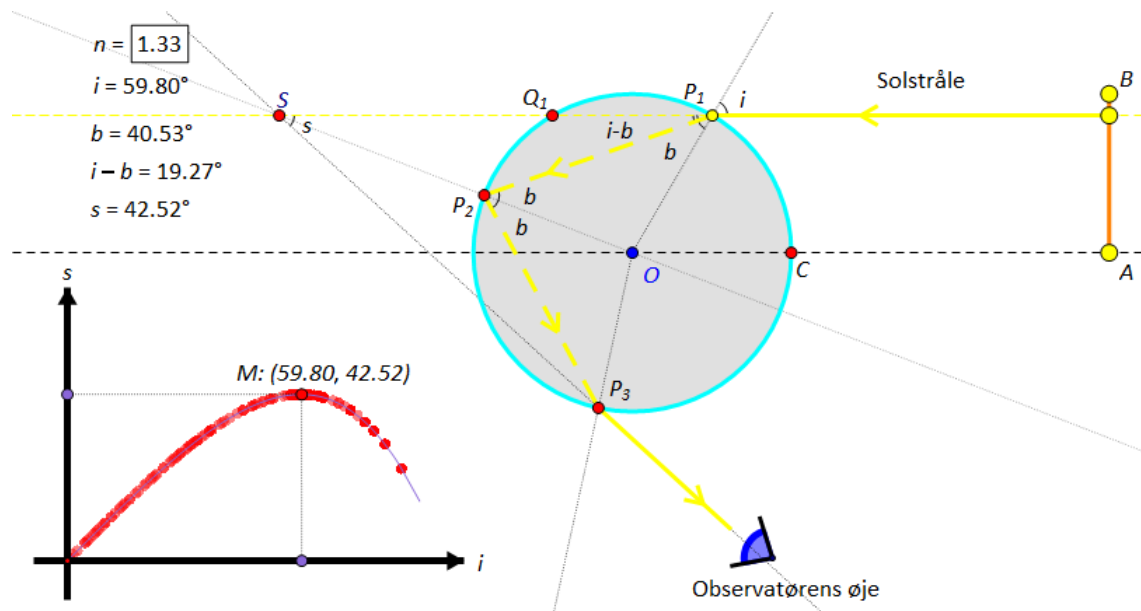


## Konstruktion af animation for lysets brydning i en regndråbe

Vi vil nu konstruere en animation, der viser lysets brydning i en regndråbe, og vi vil se, at den netop udledte sammenhæng mellem spredningsvinkel (den afhængige variabel) og indfaldsvinkel (den uafhængige variabel) naturligt opstår som det geometriske sted for spredningsvinklen styret af det punkt, der bestemmer indfaldsvinklen.

Vi vil for overskuelighedens skyld lade solstrålerne passere ind i dråben horisontalt fra højre.



Åben dit dynamiske geometriprogram og følg vejledning herunder:

Forberedelse:

1. Brydningsforholdet  $n$  indtastes som en parameter (fx repræsenteret ved en skyder) med værdien 1,33 for brydning af rødt lys (bølgelængde 760 nm) i vand.

Dråben og strålerne:

2. Konstruer en cirkel med centrum i  $O$  og en passende radius (fx 4 cm)  $OC$ . Cirklen repræsenterer dråben.
3. Konstruer en vandret akse gennem  $O$ . Aksen repræsenterer retningen fra Solen til dråbens centrum.
4. Konstruer en normal til aksen (dvs. en linje vinkelret på) i et fast punkt  $A$  i en passende afstand fra dråben. Konstruer et linjestykke  $AB$  med længden svarende til cirkelns radius på normalen. Konstruer et frit punkt  $Q$  på dette linjestykke, som repræsenterer en solstråle.

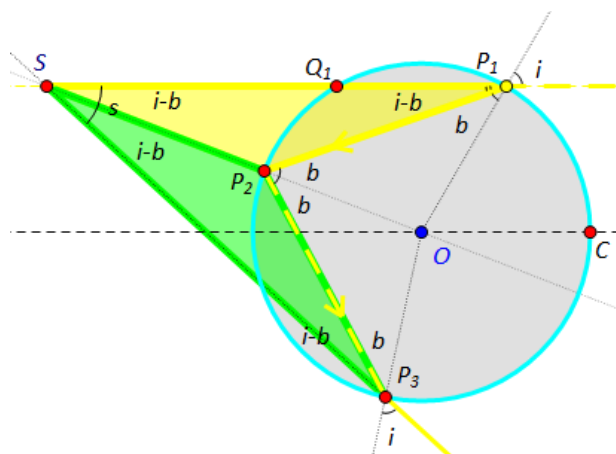
Vi kan nu sende en solstråle ind fra dette punkt parallelt med den vandrette akse, og ved at flytte punktet lodret op og ned på linjestykket  $AB$ , kan vi ændre det sted hvor strålen rammer dråben og dermed indfaldsvinklen.

Strålens vej igennem regndråben:

5. Strålen rammer dråben under indfaldsvinklen  $i$ , som svarer til vinklen  $\angle COP_1$ . Vi måler derfor denne vinkel og navngiver den  $i$ , så vi kan regne med den.
6. Vi beregner vinklen  $b$  ved hjælp af  $b = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n} \cdot \sin(i)\right)$ , som vi fandt ved omskrivning af Snells lov.
7. Beregn  $i - b$ , og konstruer den brudte stråle ved at dreje den indkommende stråle med vinklen  $i - b$  omkring punktet  $P_1$ , hvori strålen rammer dråben. Overvej, at dette faktisk er den brudte stråle!
8. Konstruer bagpunktet  $P_2$ , hvori den brudte stråle rammer dråben indeni.

website: link fra kapitel 1 - Matematisk modellering med funktioner, afsnit 1

9. Således fortsætter vi med at følge strålens vej gennem dråben, idet vi udnytter, at strålens vej må være symmetrisk omkring akse gennem centrum og bagpunktet (overvej!), dvs.  $OP_2$ , så vi spejler blot den indkommende og brudte stråle i denne akse.
10. Til slut måler vi spredningsvinklen  $s$  mellem den indkommende (vandrette) stråle og den udgående stråle.
11. Flyt nu rundt på strålen, og bestem en række sammenhørende værdier af spredningsvinklen  $s$  og indfaldsvinklen  $i$ , og plot disse som punkter  $(i, s)$  med  $i$  på førsteaksen og  $s$  på andenaksen. Prøv undervejs, om du kan ramme den maksimale spredningsvinkel.
12. Udnyt nu værktøjsprogrammets muligheder til at konstruere det geometriske sted for grafpunktet  $(i, s)$  med solstrålepunktet som det styrende punkt og linjestykket  $AB$  som sti for solstrålepunktet. Vi har således fået skabt grafen for den funktion, der beskriver sammenhængen mellem spredningsvinklen  $s$  og indfaldsvinklen  $i$ .
13. Benyt nedenstående figur samt viden om vinkelsummen i en trekant (se fx på trekant  $P_1SP_2$  og bestem vinklen ved  $P_2$ ) til at argumentere for at sammenhængen mellem  $s$  og  $i$  må være:  $s = 4b - 2i$ .



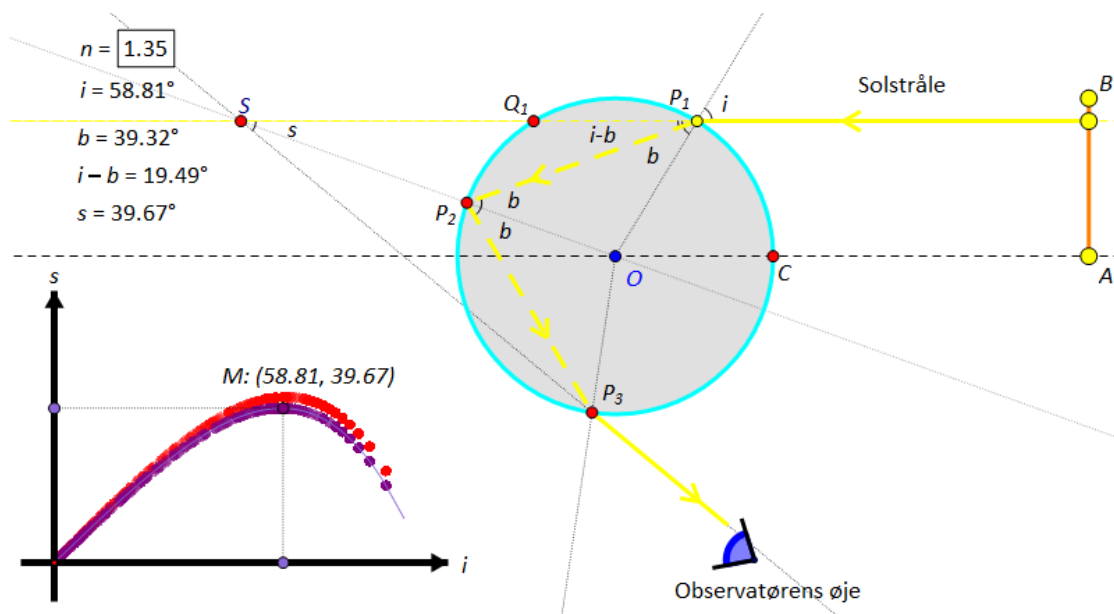
Heraf følger, som vi tidligere har set, at:

$$s = 4 \cdot \sin^{-1} \left( \frac{1}{n} \cdot \sin(i) \right) - 2 \cdot i.$$

Plot nu grafen (husk, at tegne i grader!) for  $s$  som funktion af  $i$ , og tjek at grafen rent faktisk går gennem de før plottede punkter.

14. Benyt nu dit værktøjsprogramms indbyggede faciliteter til at bestemme den maksimale spredningsvinkel grafisk. På figuren ovenfor har vi bestemt den maksimale spredningsvinkel ved en indfaldsvinkel på  $i = 59.58^\circ$  til:  $s_{maks} = 42.52^\circ$ .
15. Ændrer vi parameteren til brydningsforholdet for violet lys, får vi i stedet  $s_{maks} = 40.36^\circ$ . Til slut kan vi ændre parameteren til fx 1,35 for brydning af violet lys (bølgelængde 380 nm) i vand, hvorved et violet spor kan trækkes op langs det røde spor, så vi får graferne vist med i regnbuens to yderligste farver, som netop er grænserne for synligt lys.

website: link fra kapitel 1 - Matematisk modellering med funktioner, afsnit 1



Du kan se en udgave af animationer i værktøjsprogrammet TI-Nspire-CAS [her](#).