ISBN 9788770668699

L&R Uddannelse
EGMONT

Løsninger til øvelser i kapitel 9

Øvelse 9.3
Antallet af måder de to bomber kan vælges blandt de 537 bomber, er netop givet ved binomialkoefficienten $\binom{537}{2} = \frac{537 \cdot 536}{2}$. For at finde sandsynligheden ganges med sandsynligheden for, at to bestemte bomber rammer vores område, samt med sandsynligheden for, at de resterende 535 bomber ikke rammer vores område.

Øvelse 9.4
a)

Antal træffere	0	1	2	Mindst 3
Forventet antal træffere	227	212	99	39
Observeret antal træffere.	229	211	93	43

b) Den ligner ganske godt.

Øvelse 9.9
a) Det er spørgsmålet, om hvorvidt handskeparret skal medtælles eller ej.
b) At der på stranden ligger præcist lige mange højre- og venstrehandsker (eller mere præcist: At der på stranden er tilfældigt fordelt lige mange af hver slags, og der i øvrigt er uendeligt mange handsker til rådighed.)
c) Ved at sende 100 hold ud og indsamle handsker.
d) 17,96%.

Øvelse 9.13
a) $n = 400$, $p = 0{,}985$, $1 - p = 0{,}015$.
b) $n = 50$, $p = 0{,}88$, $1 - p = 0{,}12$.
c) $n = 13$, $p = 1/3$, $1 - p = 2/3$ (idet vi udfylder kuponen tilfældigt)
d) $n = 12$, $p = 1/6$, $1 - p = 5/6$.

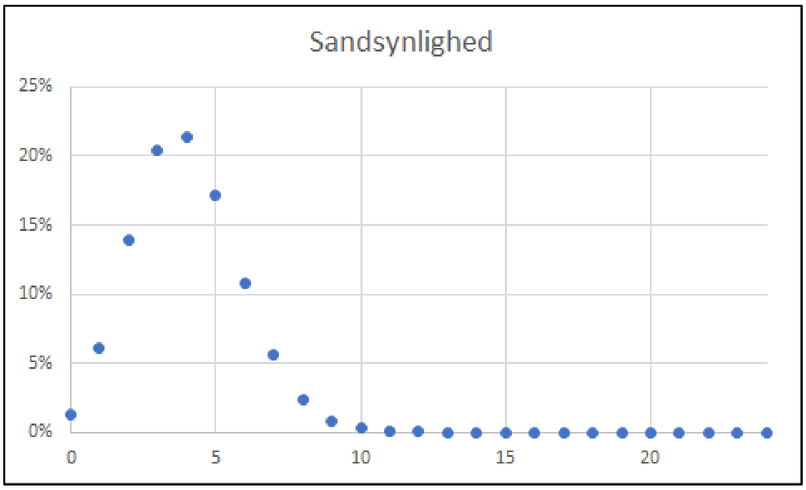
Øvelse 9.18
a) Når $p = 0{,}5$ er variansen størst.
b) Når $p = 0$ eller når $p = 1$ er variansen 0 og dermed mindst mulig. I disse tilfælde er eksperimentet deterministisk, dvs. vi er sikre på udfaldet af eksperimentet. Der er derfor ingen variation i resultaterne af eksperimentet.

Øvelse 9.19
a)

Antal seksere	Sandsynlighed
0	1,26%
1	6,04%
2	13,89%
3	20,37%
4	21,39%
5	17,11%
6	10,84%
7	5,57%
8	2,37%
9	0,84%
10	0,25%
11	0,064%

ISBN 9788770668699

12	0,014%
13	0,0026%
14	0,00040%
15	0,000054%
16	0,0000061%
17	0,00000057%
18	0,000000044%
19	0,0000000028%
20	0,00000000014%
21	0,0000000000053%
22	0,00000000000015%
23	0,0000000000000025%
24	0,000000000000000021%



Øvelse 9.20
a) Binomialfordeling.
c) Det er mest sandsynligt, at 44 tulipanløg spirer.
d) Sandsynligheden er 7% for at 40 eller færre løg spirer.

Øvelse 9.21
b) Middelværdi og varians er angivet i tabellen.

Antal kast	6	12	24	48
Middelværdi	1	2	4	8
Varians	5/6	5/3	10/3	20/3

Både middelværdi og varians er proportionale med antallet af kast.

Øvelse 9.22
a) $p(X=k)=\binom{50}{k}\cdot 0{,}88^{k}\cdot 0{,}12^{50-k}$.

b) Middelværdien er 44 og spredningen er 2,3.
c)

Antal løg der spirer	Sandsynlighed
50	0%
49	1%
48	4%

ISBN 9788770668699

47	8%
46	13%
45	17%
44	17%
43	15%
42	11%
41	7%
40	4%

d) Sandsynligheden for, at 40 eller færre løg spirer, er 7%. Dette er ikke en ubetydelig sandsynlighed, og den er større end det typiske signifikansniveau på 5%.

Øvelse 9.23

a) 1,5%.

b) $p(X=k)=\binom{400}{k}\cdot 0{,}015^k\cdot 0{,}985^{400-k}$.

c) $p(X\leq 10)=\sum_{k=0}^{10} p(X=k)=95{,}9\%$.

Øvelse 9.24

a) Sandsynligheden for ikke at få gevinst på to lodsedler er $0{,}6^2=0{,}36=36\%$.

b) Sandsynligheden for ikke at få gevinst på fem lodsedler er $0{,}6^5=0{,}078=7{,}8\%$. Sandsynligheden for at få gevinst er derfor 92,2%.

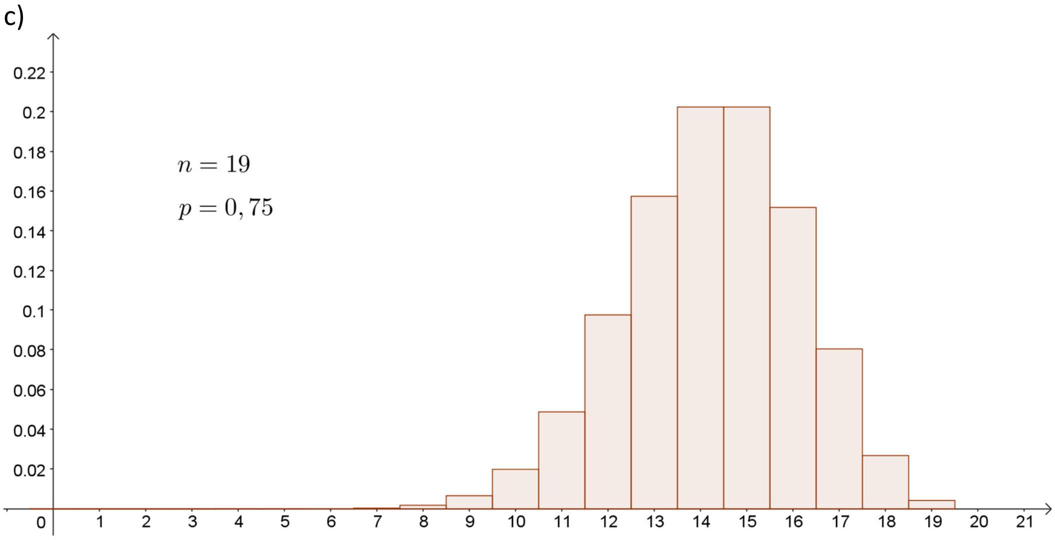
c) Hvis man køber n lodsedler er sandsynligheden for ikke at få gevinst på $0{,}6^n$. Sandsynligheden for at få gevinst er derfor $1-0{,}6^n$. Denne sandsynlighed sættes lig de 98%. Dette giver ligningen $1-0{,}6^n=0{,}98$ som har løsningen $n=\log(0{,}02)/\log(0{,}6)=7{,}7$. Man skal derfor købe mindst 8 lodsedler.

Øvelse 9.25

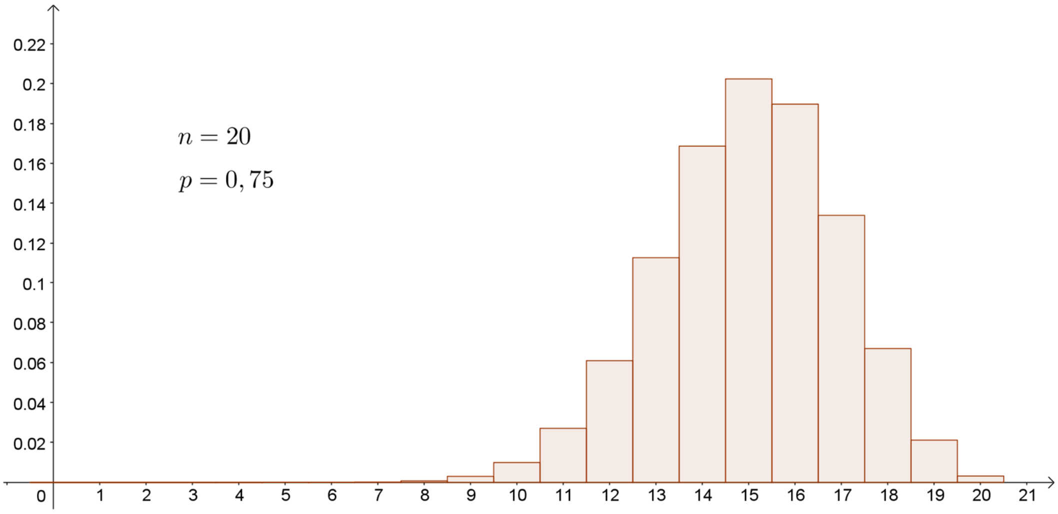
a+b)

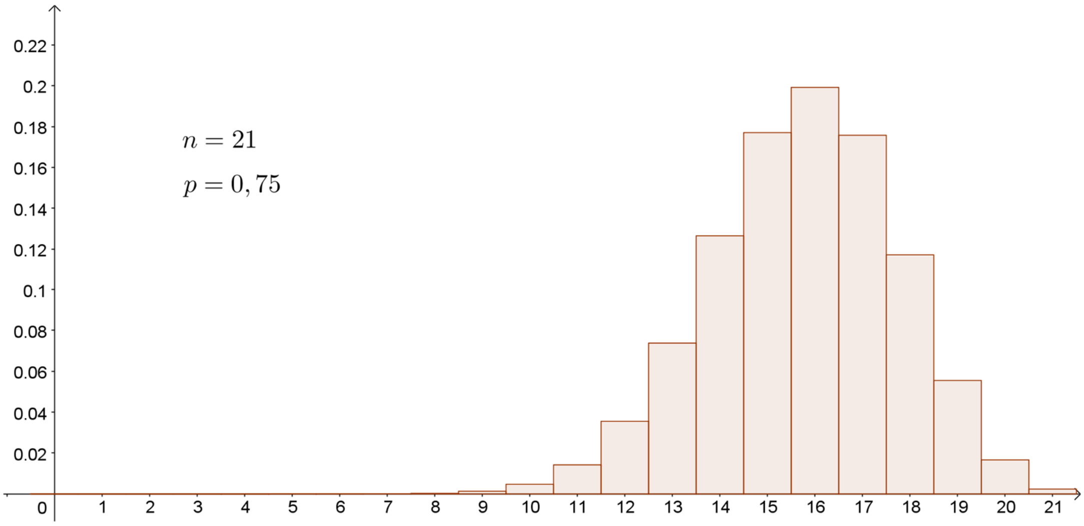
Antalsparameter n	Middelværdi μ	$\mu+p$	Mest sandsynlige udfald
19	14,25	15	14 og 15
20	15	15,75	15
21	15,75	16,5	16

c)



ISBN 9788770668699





Øvelse 9.26
a) Der er 47,6% sandsynlighed for, at 25 eller færre LED-pærer brænder efter 25000 timer.
b) Der er 17% sandsynlighed for, at netop 27 LED-pærer brænder efter 25000 timer.
c) Det mest sandsynlige antal LED-pærer, der brænder efter 25000 timer, er 26.

Øvelse 9.27
Det mest sandsynlige antal ældre, for hvem vaccinen ikke slår an, er 6 (omend sandsynligheden for 5 er næsten lige så stor).

Øvelse 9.28
Vi regner

$$\mu + 2\sigma = n$$
$$2\sigma = n - \mu$$
$$(2\sigma)^2 = (n-\mu)^2$$
$$4\sigma^2 = (n-\mu)^2$$
$$4np(1-p) = (n-np)^2$$
$$4np(1-p) = n^2(1-p)^2$$

For $p \neq 1$ og $n \neq 0$ kan vi dividere med $n(1-p)$ og får

$$4p = n(1-p)$$
$$4p = n - np$$
$$np = n - 4p$$
$$\mu = n - 4p$$

ISBN 9788770668699

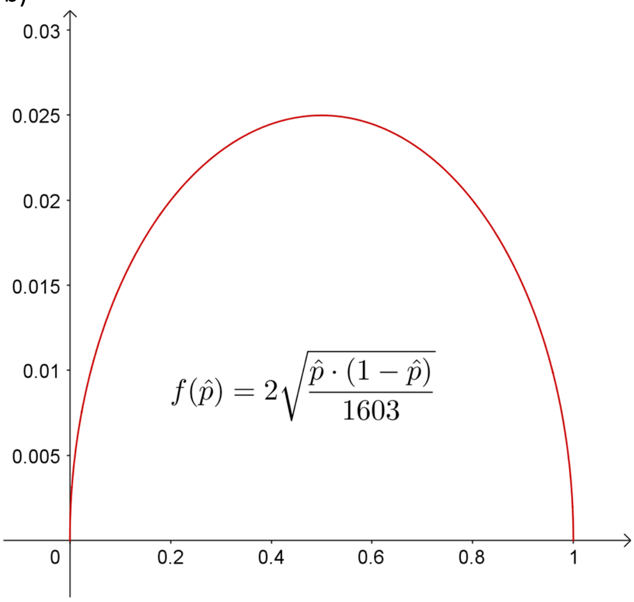
For venstreskæve fordelinger er p tæt på 1. Så længe middelværdien er mindre end $n-4$, er betingelsen dog ikke opfyldt, og hele normalområdet ligger til venstre for n.

Øvelse 9.30

a) For Venstre: 1,9%
For DF: 1,6%
For Enhedslisten: 1,4%
For Liberal Alliance: 1,2%
For Radikale Venstre: 1,1%
For SF: 1,1%
For Konservative: 1,0%
For Alternativet: 1,0%
For Nye Borgerlige: 0,7%
For Kristendemokraterne: 0,4%
b) Udtrykket afhænger af $\hat{p}\cdot(1-\hat{p})$ som har sit maksimum for $\hat{p}=0,5$ og er voksende indtil da. Da Socialdemokratiet har den største vælgertilslutning, har de den største værdi for $\hat{p}$. Da altså $\hat{p}$ er mindre for de andre partier, vil udtrykket $2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ ligeledes være det.

Øvelse 9.31

a) $Dm(f)=[0;1]$.
b)



c) $\hat{p}=0,5$ (som er den værdi, der maksimerer udtrykket $\hat{p}\cdot(1-\hat{p})$.)
d) $\hat{p}=0$ og $\hat{p}=1$.
Dette er den korrekte løsning , når vi ser på den matematiske funktion. Men den statistiske usikkerhed kan ikke rigtigt beregnes med denne formel, når $\hat{p}$ er meget tæt på 0 eller 1, da vi her ikke kan tilnærme fornuftigt med en normalfordeling. Hvis vi siger, at midelværdien skal være mindst 16, så er procenttallet ca 1%. Så ifølge formlen er det ved en *p*-værdi på ca 1% vi har den mindste usikkerhed.

Øvelse 9.32

a)

n	100	200	400	800
$2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$	9,8%	6,9%	4,9%	3,5%

ISBN 9788770668699

b) Den statistiske usikkerhed bliver mindre, når stikprøvestørrelsen øges. Når stikprøvestørrelsen firedobles, vil den statistiske usikkerhed halveres.

Øvelse 9.33

a) Den statistiske usikkerhed divideres med kvadratroden af 2.
b) Den statistiske usikkerhed divideres med 2.
c) Den statistiske usikkerhed divideres med kvadratroden af 8.
d) Den statistiske usikkerhed divideres med kvadratroden af k .

Øvelse 9.36

Bredden af konfidensintervallet er $4\sqrt{\frac{0{,}048\cdot(1-0{,}048)}{n}}$.

Vi løser ligningen $0{,}04=4\sqrt{\frac{0{,}048\cdot(1-0{,}048)}{n}}$ og får $n=457$.

Øvelse 9.37

Vi har $\hat{p}=\frac{705}{929}=0{,}759=75{,}9\%$. Den statistiske usikkerhed på sandsynlighedsparameteren $p=0{,}75$ beregnes ved $2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}=2\sqrt{\frac{0{,}759\cdot(1-0{,}759)}{929}}=0{,}028=2{,}8\%$.

Dette giver konfidensintervallet $[0{,}731;0{,}787]=[73{,}1\%;78{,}7\%]$. $p=0{,}75$ ligger langt inde i konfidensintervallet. Vi kan dermed ikke forkaste nulhypotese, så forsøgene er i overensstemmelse med Mendels love.

Øvelse 9.39

Ja, da antalsparameteren er stor og middelværdien ligger langt fra både 0 og $n=929$.

Øvelse 9.40

Vi vil undersøge nulhypotesen: Andelen af vælgere der stemmer på liste Å på tidspunktet for meningsmålingen er den samme som ved foregående folketingsvalg, altså 4,8%. Vi kan også formulere det kort som $H_0: p=0{,}048$, hvor p står for den aktuelle andel af vælgere der stemmer på liste Å. Vi benytter et signifikansniveau på 5%.
Vi har en middelværdi (forventet værdi) på $\mu=n\cdot p=1762\cdot 0{,}048=84{,}6$. Da dette tal er væsentligt over 5 og mindre end $n=1762$, kan normalfordelingstilnærmelsen benyttes til at fastlægge acceptmængden som $\mu\pm 2\sigma$, hvor spredningen σ beregnes ved $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{1762\cdot 0{,}048\cdot(1-0{,}048)}=8{,}97$. Vi får derfor $\mu+2\sigma=102{,}5$ og $\mu-2\sigma=66{,}6$. Acceptmængden er derfor fra 67 til 102.
Vi beregner så antallet af vælgere i meningsmålingen, der ville stemme på liste Å som $n\cdot\hat{p}=1762\cdot 0{,}041=72$. Da dette antal ligger i acceptmængden, kan vi ikke forkaste nulhypotesen om, at liste Å har samme vælgertilslutning som ved foregående valg.