

Studieretningskapitel

Hvad er matematik?

1

Grundbog

Kapitel 14

Matematik og Samfundsfag

Christina Blach Hansen

Per Henriksen

Kapitel 14 – Matematik og Samfundsfag

Indholdsfortegnelse

14. Fagligt samarbejde matematik og samfundsfag	2
14.1 Samfundet sat på formler.....	4
14.1.2 Eksempel: Empiriske undersøgelser – Opinionsundersøgelser.....	6
14.1.3 Eksempel: Modeller – Økonomiske sammenhænge	8
14.1.4 Eksempel: Modeller – Kinas økonomiske vækst	10
14.1.5 Kan samfundet sættes på formler?	11
14.2 Beskrivende statistik.....	12
14.2.3 Numeriske variable.....	17
14.2.4 Grupperede data	22
14.3 Bekræftende statistik	28
14.3.2 Test af om computerbrug er uafhængig af uddannelse.....	30
14.4 Økonomisk vækst i Kina.....	37
14.4.3 BNP pr. indbygger.....	41
14.4.4 Et andet velstandsmål – HDI (Human Development Index).....	44
14.5 Fremme af sundhed ved hjælp af afgifter	46
14.5.3 Priselasticitet: Hvor følsom er den efterspurgte mængde overfor ændringer i prisen?	49
14.5.4 Kan afgiftsforhøjelser betale sig?	56
14.5.5 Indkomstelasticitet.....	58
14.5.6 Projekt om sundhedsfremme.....	60

14. Fagligt samarbejde matematik og samfundsfag

Matematik og samfundsfag – et nødvendigt og inspirerende samarbejde

I læreplanerne for matematik og samfundsfag findes en række områder, hvor de to fag mødes. Det gælder både i kernestoffet og i de faglige mål. I samfundsfag indgår *empiriske undersøgelser* og *statistiske materialer* i næsten alle forløb. Hvad enten der er tale om undersøgelser, som holdet selv gennemfører, eller det er resultaterne af andres undersøgelser, kan matematik indgå. Matematik kan være med til at skabe overblik over data gennem simple beregninger og brug af diagrammer, så man kan få tydeliggjort tendenser og sammenhænge, og matematik kan yderligere gennemføre test af hypoteser, så man kan udtale sig mere kvalificeret, om sådanne tendenser er udtryk for noget der holder, eller lige så godt kan skyldes tilfældigheder. Matematik kan også hjælpe med til at begrunde valget af test – dette bliver behandlet i B- og A-bøgerne af *Hvad er matematik?* Også i forbindelse med vurdering af undersøgelsers troværdighed og usikkerhed ved resultaterne stiller matematik en række værktøjer til rådighed.

Modeller spiller en central rolle i begge fag. Modeller i samfundsfag vil ofte være ret 'blødt' formuleret. Her kan matematik give præcision! Ved hjælp af formler kan sammenhænge mellem variable præciseres. Og når sammenhænge er sat på formler kan der gennemføres simuleringer med modellerne. Dvs. eleverne kan via beregninger afprøve modellernes konsekvenser og rækkevidde, men også stille spørgsmål til modellerne, fx med hensyn til hvilke mangler modellerne har i forhold til virkeligheden. Det gælder typisk de økonomiske modeller.

Dette kapitel vil kunne læses som supplerende stof i forhold til kapitel 1, 2, 4, 5 og 9 i grundbogen *Hvad er matematik?*, hvor kapitlerne 1, 4 og 5 omhandler centrale variablsammenhænge: Lineære, eksponentielle og potenssammenhænge, mens kapitlerne 2 og 9 omhandler den beskrivende og bekræftende statistik. Men afsnittene vil også helt eller delvis kunne erstatte grundbogens indføringer i de forskellige variablsammenhænge eller i statistik. Ved en sådan tematisk gennemarbejdning vil man både kunne dække centralt kernestof og faglige mål for de to fag.

Kapitlet består af et indledende afsnit 1, hvor der præsenteres fire eksempler fra den virkelige verden, hvor matematik indgår. Disse fire eksempler uddybes. I afsnit 2 og 3 præsenteres forløb med henholdsvis beskrivende og bekræftende statistik, som lægger op til, at holdet selv gennemfører en empirisk undersøgelse. Der er i tilknytning hertil lavet et særligt dokument om praktisk gennemførelse af spørgeskemaundersøgelser, som du kan hente [her](#). Afsnit 4 er et forløb om vækst i Kina, hvor der anvendes eksponentiel vækst og endelig omhandler afsnit 5 et forløb om elasticitet, der er tæt forbundet med lineær vækst og potensvækst. Forløbet lægger op til et detaljeret beskrevet projektarbejde, hvor eleverne skal anvende matematik til at vurdere, hvordan ændringer i afgifter kan påvirke et sundhedsskadeligt forbrug.

Hvad er matematik? 1

ISBN 9788770668279

Studieretningskapitel 14: Fagligt samarbejde – matematik og samfundsfag
Af *Christina Blach Hansen* og *Per Henriksen*


Uddannelse
EGMONT

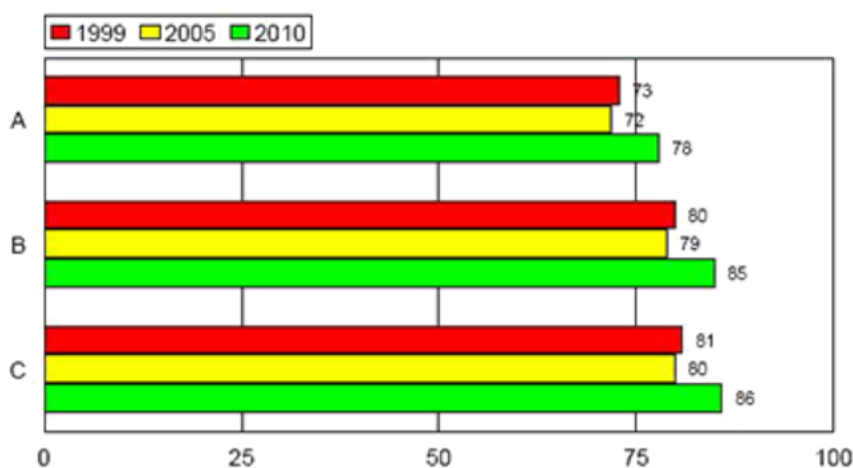
14.1 Samfundet sat på formler

Eksempel 1: Empiriske undersøgelser – kriminalitetsstatistik

Siden 1979 har Det kriminalpræventive Råd gennemført undersøgelser af unges kriminelle adfærd. Resultatet er vist i figuren.

Opstilling 2.11

Procent unge i hele landet, der ikke inden for det seneste år har været i slagsmål, ikke har truet andre med tæv og/eller som ikke har slået eller tævet andre, 1999 til 2010.



(figuren er fra rapporten)

- Pct. der ikke har været i slagsmål seneste år.
- Pct. der ikke har truet andre med tæv seneste år.
- Pct. der ikke har slået eller tævet andre seneste år.

Fra 2005 til 2010:

A: $\chi^2 = 14,599$, $df = 3$, $p = 0,002$. $\gamma = 0,152$, $p = 0,000$.

B: $\chi^2 = 17,357$, $df = 3$, $p = 0,001$. $\gamma = 0,198$, $p = 0,000$.

C: $\chi^2 = 25,784$, $df = 3$, $p = 0,000$. $\gamma = 0,191$, $p = 0,000$.

Eksempel på resultat fra undersøgelse af voldelig adfærd hos unge. Procent

I undersøgelsen fra 2010, som findes [her](#), konkluderer forfatterne med hensyn til unge og brug af vold, at "andelen af unge, der ikke har været i slagsmål er øget fra 72 til 78 pct., og tilsvarende at andelen, der ikke har truet andre med tæv, er øget fra 79 til 85 pct., ligesom andelen, der ikke har slået eller tævet andre de seneste år, er øget fra 80 til 86 pct." I selve rapporten kan du også finde baggrunden for undersøgelsen og hvem man har spurgt.

I alle tre tilfælde er der altså blandt de adspurgte unge en faldende tendens til at bruge vold. Denne rent *sproglige* konklusion bygger netop på den *grafiske* fremstilling af data i form af overskuelige søjlediagrammer, der umiddelbart viser, hvor der er sket store forandringer. Det interessante spørgsmål er så, om den observerede tendens kan forventes at holde for unge generelt og ikke kun for de unge, der var med i undersøgelsen. Her er konklusionen, at der for alle tre indikatorer gælder, at "*faldet i brug af volder statistisk signifikant.*"

Denne konklusion er opnået på basis af tre linjer på figuren, der umiddelbart virker som det rene volapyk:

Fra 2005 til 2010: A: $x^2 = 14,599$ osv.

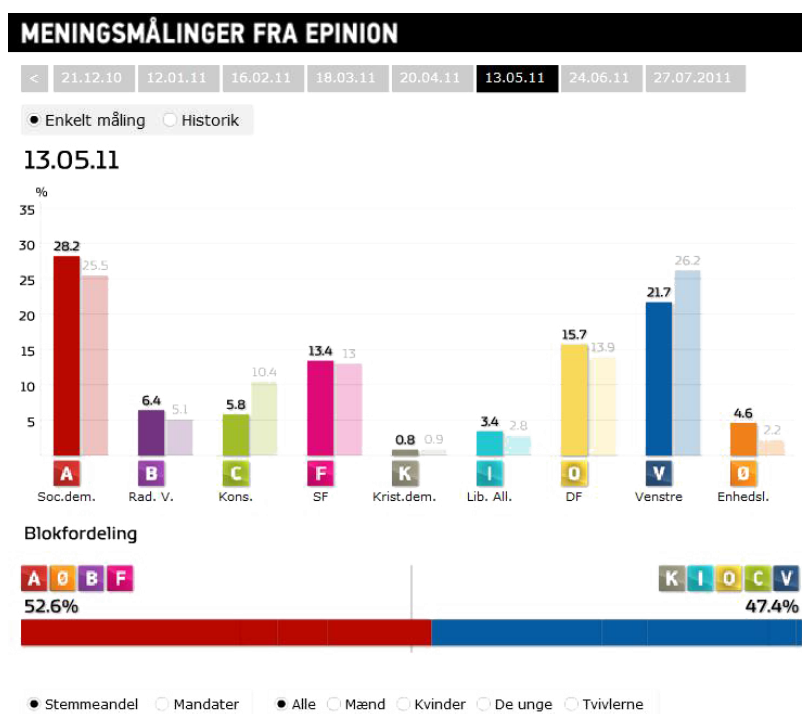
Men det er her forskerne – i dette tilfælde sociologer og kriminologer – dokumenterer, at resultaterne er holdbare, dvs. i fagsproget at de er statistisk signifikante. De tendenser, vi ser i søjlediagrammerne er så markante, at de ikke bare kan tilskrives tilfældige udsving.

Oplysningerne i de tre linjer kan godt virke skræmmende, men ud af sådanne kompakte oplysninger kan man ofte trække nogle få nøgleoplysninger. I dette tilfælde står x^2 for den såkaldte *chi-i-anden-teststørrelse*, der ligesom de angivne *p-værdier* er helt centrale størrelser, når man skal svare på, om en udvikling kan tilskrives tilfældigheder, eller må være udtryk for at der er sket ændringer.

I afsnit 3 går vi dybere ned i dette.

14.1.2 Eksempel: Empiriske undersøgelser – Opinionsundersøgelser

Opinionsundersøgelser anvendes flittigt i den offentlige debat. I figuren er vist resultaterne af en meningsmåling fra 13. maj 2011. Overskriften på DR's hjemmeside var:



Klar føring til rød blok. (Danmarks Radio)

Meningsmåling den 13.maj. Kilden er [her](#).

På figuren er resultatet af meningsmålingerne bearbejdet og gengivet som to søjlediagrammer, dels det øverste, der viser hvordan tilslutningen til de enkelte partier har ændret sig i forhold til valget, dels det nederste, der viser hvilken andel af stemmerne der går til *rød blok*, henholdsvis *blå blok*.

Som det fremgår af figuren, vil rød blok derfor vinde valget med 52,6 % af stemmerne, hvis landets vælgere stemmer på samme måde som de adspurgte vælgere. Men hvor sikkert er forspringet? Går man ind i kilden til figuren skriver Epinion: "Indekset er lavet på baggrund af i alt 1.024 gennemførte interview med repræsentativt udvalgte danskere på 18 år og derover. Den maksimale usikkerhed på de overordnede resultater er $\pm 2,8$ procentpoint". Forspringet til rød blok er altså ikke så sikkert, som overskriften på hjemmesiden umiddelbart lægger op til.

Hvad er matematik? 1

ISBN 9788770668279

Studieretningskapitel 14: Fagligt samarbejde – matematik og samfundsfag
Af Christina Blach Hansen og Per Henriksen

Både i sociologi og politologi anvendes statistiske værktøjer til at skabe oversigt over data, til at vurdere undersøgelsers usikkerhed og til at teste om fundne sammenhænge er tydelige (signifikante). Det er også karakteristisk, at den slags undersøgelser med brug af 'hårde' (kvantitative) data fylder mere i debatten end 'bløde' (kvalitative) data. De fylder også mere som input til politiske beslutninger, fordi hårde data simpelthen nemmere kan forstås af beslutningstagere. Netop derfor er det vigtigt, at man forholder sig kritisk til undersøgelserne. Matematik giver nogle af de redskaber, som er nødvendige for en kritisk stillingtagen!

I afsnit 2 og 3 demonstreres, hvordan resultaterne af en empirisk undersøgelse kan bearbejdes med simple beregninger og fremstillinger af overskuelige diagrammer, og hvordan man efterfølgende kan teste eventuelle sammenhænge, eller om tendenser er signifikante eller tilfældige ved brug af statistiske redskaber.

14.1.3 Eksempel: Modeller – Økonomiske sammenhænge

Skat spiller en stor rolle i den økonomiske debat. Især spørgsmålet om folk vil arbejde mere eller mindre ved en skattelettelse har været på dagsordenen. Nogle økonomer – og nok de fleste – påstår, at en skattelettelse vil øge folks arbejdsudbud, fordi det så bliver dyrere at holde fri. Altså:

Skattelettelse → Folk arbejder mere → Øget skatteindtægt til det offentlige (fordi folk arbejder mere og dermed tjener mere)

Dette er en 'blød' (kvalitativ) beskrivelse af sammenhængen mellem skattelettelse og arbejdsudbud.

De økonomiske vismænd har undersøgt virkningen af en topskattelettelse. Hele rapporten findes [her](#). Et af rapportens resultater er vist i tabellen.

Stigning i arbejdsudbuddet på knap 1.900 personer	Ændringen i de effektive timelønninger medfører en øget arbejdstid på gennemsnitlig ca. 1 time om året. Stigningen er på 1,4 timer for fuldtidsbeskæftigede, mens der kun er mindre ændringer for de andre grupper af beskæftigede. De fuldtidsbeskæftigede står derfor også for hovedparten af stigningen i arbejdsudbuddet svarende til knap 1.900 helårspersoner. Den reale beskæftigelsesvirkning målt i produktive enheder vil dog være større end stigningen i de målte arbejdstimer, da det især er højtlønnede, der øger arbejdstiden.
----------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tabel III.12 Effekter for beskæftigede ved en reduktion af topskattesatsen ^{a)}

	Gennemsnitlig ændring i		Ændring i
	effektiv timeløn	årlig arbejdstid	arbejdsudbud
	-- Pct. --	-- Timer --	-- Helårspers. --
Fuldtidsbeskæftigede	0,88	1,4	1.846
Deltidsbeskæftigede	0,07	0,1	9
Andre beskæftigede ^{b)}	0,32	0,0	10
I alt	0,73	1,0	1.865

a) Topskattesatsen reduceres med 1 pct.point.

b) Andre beskæftigede omfatter bl.a. selvstændige, som oplever store ændringer i den effektive timeløn, men for hvem der ikke foreligger arbejdstidsoplysninger.

Anm.: Den effektive timeløn er defineret som $1-m$, hvor m er den effektive marginalskat. Stigningen i antallet af arbejdstimer er her omregnet til helårspersoner med en årlig arbejdstid på 1.544 timer, jf. Danmarks Statistik, Statistikbanken. Jf. tabel III.11 og bilag III.A for definitioner af grupperne af beskæftigede.

Kilde: Egne beregninger på grundlag af registerdata.

Virkningen af en topskattelettelse på 1 %-point

Vismændene giver først konklusionen på deres undersøgelse i en ren sproglig form: Hvis topskatten lettes med 1 % vil det resultere i en stigning i arbejdsudbuddet på 1900 personer. Derefter understøttes konklusionen som vist af en tabel. Hvordan er man nu kommet frem til resultatet i denne tabel 1? Har man spurgt folk? Nej, det har man ikke. Resultatet er fremkommet ved at bruge en model for, hvordan folk vil reagere på en skattelettelse. Det matematiske fundament for modellen er vist i boksen

Det er ikke meningen, at du skal forstå teksten. Den er vist som et eksempel på at sammenhængen mellem skat og arbejdsudbud kan beskrives mere præcist end den 'bløde' beskrivelse med tekst og tabeller vist ovenfor.

Til empiriske analyser udtrykkes arbejdsudbudseffekterne af en skatteændring som elasticiteter. Timeelasticiteten, ϵ , defineres for hvert individ i beskæftigelse som:

$$\epsilon = \frac{\partial L}{\partial (1-m)} \cdot \frac{(1-m)}{L}$$

Således angiver ϵ den relative ændring i timearbejdsudbuddet L som funktion af den relative ændring i den (effektive) marginale timeløn efter skat, $(1-m)$, der bestemmes af både direkte indkomstskatter og indirekte forbrugsskatter. En timeelasticitet, ϵ , på 0,1 svarer således til, at en person i beskæftigelse, som oplever en stigning i den (effektive) marginale timeløn efter skat på 5 pct., øger sin arbejdstid med 0,5 pct. For en fuldtidsbeskæftiget svarer det til knap ni timer om året.

Elasticiteten af den skattepligtige indkomst, S , defineres for hvert individ i beskæftigelse som:

$$\gamma = \frac{\partial S}{\partial (1-m)} \cdot \frac{(1-m)}{S}$$

Dvs. at elasticiteten, γ , svarer til den relative ændring i den skattepligtige indkomst, som funktion af den relative ændring i den effektive marginale timeløn efter skat, $(1-m)$. Elasticiteten, γ , er et udvidet begreb i forhold til timeelasticiteten, og indeholder både arbejdsudbudsændringen og øget produktivitet.

Adfærdsantagelsen for ændret beskæftigelsesstatus sammenfattes for en gruppe af ikke-beskæftigede som helhed i en deltagelseselasticitet, η :

$$\eta = \frac{\partial U}{\partial FB} \cdot \frac{FB}{U}$$

Således angiver η den relative ændring i antallet af ikke-beskæftigede, U , som funktion af den (gennemsnitlige) relative ændring i forskelsbeløbet, FB . En deltagelseselasticitet, η , på 0,2 svarer således til, at antallet af ikke-beskæftigede falder med 2 pct., når forskelsbeløbet stiger med 10 pct.^a

Deltagelseeffekten opgøres for en given gruppe af personer uden for beskæftigelse og bygger på gennemsnitlige stigninger i forskelsbeløbet, mens effekterne på timearbejdsudbuddet og den skattepligtige indkomst opgøres på individniveau.

a) Når antallet af ikke-beskæftigede skrives som $U=B(1-d)$, hvor B er en (uændret) befolkning og d er en deltagelsessandsynlighed, kan det vises, at deltagelseselasticiteten, η , er proportional med en elasticitet, λ , for deltagelsessandsynligheden:

$$\eta = \frac{\partial U}{\partial FB} \cdot \frac{FB}{U} = - \frac{\partial d}{\partial FB} \cdot \frac{FB}{B(1-d)} = - \frac{\partial d}{\partial FB} \cdot \frac{FB}{d(1-d)} = -\lambda \frac{d}{(1-d)}$$

En central sætning i boksen er: "En timeelasticitet, ϵ , på 0,1 svarer således til, at en person i beskæftigelse, som oplever en stigning i den (effektive) marginale timeløn efter skat på 5 pct., øger sin arbejdstid med 0,5 pct. For en fuldtidsbeskæftiget svarer det til knap ni timer om året." Dermed fås resultatet som vist i tabel 1, hvor en sænkning af topskatten med 1 procentpoint vil øge arbejdsudbuddet med 1846 personer gennem en længere række af forholdsvis simple beregninger.

I teksten indgår begrebet *elasticitet*, som er et mål for hvor følsom sammenhængen mellem to variable er. I afsnit 5 ligger et eksempel på et forløb og et efterfølgende projekt, hvori elasticitetsbegrebet spiller en

central rolle i forbindelse med at få befolkningen til at ændre adfærd fra usund levevis (tobak, alkohol, osv.) til mere sund levevis ved hjælp af øgede afgifter.

14.1.4 Eksempel: Modeller – Kinas økonomiske vækst

Kina er på vej frem! Næsten dagligt er der avisartikler og Tv-udsendelser, hvor Kinas økonomiske vækst beskrives, og især hvilke konsekvenser det vil have, når Kinas økonomi bliver større end USA's i 2025. Investeringsbanken Goldman Sachs har lavet en sådan større analyse. Hele rapporten findes [her](#). Boksen er en gengivelse af nogle af rapportens forudsigelser. Men hvordan kommer man frem til den slags forudsigelser, og er de til at stole på?

Box 2. Some Key Things about Our 2050 Projections

Since we first estimated the long-term growth potential of the BRIC (and global) economies up to 2050, we have updated the original estimates four times. As discussed in Section 4, the size of all of the BRIC economies at the end of 2008 in current USD is much bigger than we originally estimated in 2003. In fact, each of them has grown to a size we didn't expect to see until much later.

- We have never said that our 2050 projections would definitely materialise—merely that they might. We think they are the best guide to what the world could look like, but we are sufficiently humble to realise that this scenario may not play out.
- As these economies grow larger and more developed, they are less likely to record the astronomical growth rates of this decade, as productivity increasingly catches up with levels in the advanced economies (see our latest updated estimates from 2008 for our assumptions per decade).
- In terms of some of the most dramatic changes that we originally predicted, we, and investors, can now see some of them on the horizon. China, which is about to overtake Japan (about six years earlier than we first thought), may become as big as the US within 20 years; Brazil is poised to overtake Italy in the next year; and India and Russia are not far behind.
- As the experience of the Russian crisis demonstrates to all, any one of those countries is likely to experience a period of turmoil. Before 2008, many believed we were too pessimistic about Russia. Today, many think we should remove the 'R' from BRIC! Russia has now grown on average by just under 5% since 2003 (including our 2009-2010 forecasts), virtually the same rate we assumed for this decade in 2003.

2003 USD GDP Projections vs Actual

	Original 2003 estimates		Actual size
	end 2008*	end 2015**	end 2008
Brazil	657	1,097	1,571
Russia	325	1,421	1,660
India	922	1,626	1,146
China	2,792	6,481	4,338

Average Growth Projections

	2011-20	2021-30	2031-40	2041-50
	Brazil	4.6	4.4	4.4
Russia	4.4	3.1	2.4	1.5
India	6.5	6.4	6.6	5.8
China	7.8	5.7	4.4	3.6

* Re-scaled using US implicit GDP deflator
** Calculated by applying USD GDP growth rates from 2003 projections to re-scaled 2008 numbers
Source: GSI Global ECS Research

En måde er at fremskrive hhv. Kinas og USA's økonomiske vækst ved hjælp af den eksponentielle vækstmodel:

$$K_{2025} = K_{2010} \cdot (1 + r)^{15}$$

hvor K_{2010} er BNP i 2010, K_{2025} er BNP i 2025, r er den gennemsnitlige vækstrate i perioden 1980 til 2010 og 15 (2025-2010) er det antal år udviklingen skal fremskrives.

En sådan blind fremskrivning er selvfølgelig problematisk. Vil økonomien udvikle sig på samme måde i de næste 15 som i de foregående 30 år? Det er jo velkendt, at den økonomiske vækst afhænger af faktorer som arbejdskraft, maskiner og bygninger (kapital) og råvarer. Vil der ikke være grænser for væksten? Det forsøger økonomer og matematikere at tage højde for ved mere avancerede vækstmodeller. Her indarbejdes bl.a., at Kina vil komme til at mangle arbejdskraft, og at arbejderne ikke vil affinde sig med meget lave lønninger, ligesom det anses for givet, at årlige vækstrater på 10% i det lange løb ikke kan opretholdes. Investeringsbanken Goldman Sachs har løbende måttet korrigere fremskrivningerne, hvilket også fremgår af figuren.

I materialet her vil der være et forløb, hvor der arbejdes med den økonomiske vækst i Kina, og hvor matematiske værktøjer anvendes til at fremskrive udviklingen.

14.1.5 Kan samfundet sættes på formler?

I både økonomi, politik og sociologi anvendes matematik til at beskrive og fremskrive en udvikling. Den økonomiske videnskab er blevet mere matematisk orienteret. I sociologien anvendes kvantitative metoder i højere grad end tidligere. Derfor er det vigtigt at have kendskab til matematik, hvis man skal forholde sig kritisk til den strøm af rapporter, der kommer, og som i mange tilfælde er baseret på brug af matematiske og statistiske værktøjer.

Det er også værd at huske på, at samfundet består af mennesker, som vil indrette sig på forudsigelserne. Finanskrisen i 2008 er et godt eksempel herpå, hvor både almindelige mennesker og professionelle bankfolk inden krisen indrettede sig på, at huspriserne ville fortsætte med at stige med 12 % om året, som de havde gjort de foregående 10 år. Sådan gik det ikke. Derfor er det vigtigt også at have de samfundsvidenskabelige briller på, når pålideligheden af rapporter baseret på matematiske modeller og værktøjer skal vurderes. Og netop derfor er samarbejde mellem matematik og samfundsfag så vigtigt ved en lang række emner.

14.2 Beskrivende statistik

2.1 Tema: Ungdomskultur og forskel mellem ungdomsuddannelserne!

Vi vil undersøge, hvordan ungdomskulturen er i Danmark, og hvilke forskelle der er mellem eleverne på de forskellige ungdomsuddannelser: STX, HHX, HTX, og HF. Vi søger altså en beskrivelse af den typiske elev på de 4 uddannelser, og her er statistik oplagt til at finde forskelle og ligheder. Udgangspunktet er en undersøgelse foretaget af en 2.g klasse på århusianske skoler, hvor antallet af respondenter på hele undersøgelsen var 396. Arbejdet med indsamling af data er altså gjort, og fokus er derfor i det følgende på bearbejdning og fortolkning.

	STX	HHX	HTX	HF
Antal respondenter	190	73	69	64

En anden mulighed er at lave sin egen undersøgelse. Man kan fx vælge at sammenligne klassen og en klasse på en anden skole eller en anden uddannelsesinstitution. Hjælp til at udarbejde sit eget spørgeskema kan findes [her](#).

Inden man går i gang med at udforme spørgeskemaet, skal man overveje, hvilket emne man vil undersøge. Et tema kunne være sundhed, et andet social arv, et tredje alkoholvaner. Laver man undersøgelser i samarbejde med samfundsfag vil man ofte lade emnet eller spørgsmålene have et teoretisk udgangspunkt, fx Giddens' tese om individualisering. En anden mulighed er at vælge temaer, hvor der allerede ligger større landsdækkende undersøgelser til rådighed, som man kan sammenligne med.

Lige meget om man arbejder med datasættet fra en allerede udført undersøgelse, eller laver sin egen undersøgelse, skal man overveje, om man kan generalisere ud fra de resultater, man finder – er undersøgelsen repræsentativ for en større gruppe? I materialet om spørgeskemaundersøgelser er der et afsnit om kvaliteten af data, herunder repræsentativitet og skjulte variable.

Øvelse 14.1

Se på beskrivelsen af undersøgelsen ovenfor.

- Overvej om vi kan sige at stikprøven repræsenterer en større gruppe og i givet fald hvilken.
- Kan man ud fra beskrivelsen af undersøgelsen forvente, at man kan sige noget om ungdomskulturen i Danmark?
- Kan man ud fra beskrivelsen af undersøgelsen forvente, at man kan sige nogen om forskellen mellem de forskellige ungdomsuddannelser generelt?

2.2 Kategoriske variable

Et eksempel fra vores undersøgelse af unge på de forskellige ungdomsuddannelser, hvor man sammenligner kategoriske variable, er at se på partivalg. Herunder er en antalstabel over netop dette. Da der er så mange i vores undersøgelse, er tallene for overskuelighedens skyld ikke stillet op på lister, ligesom det er gjort i kapitel 2, men fremgangsmåden til bearbejdning er den samme.

Parti	STX	HHX	HTX	HF
Dansk Folkeparti	8	5	6	5
Konservative	11	18	6	3
Venstre	26	27	13	7
Liberal Alliance	0	1	1	1
Radikale	18	1	2	1
Socialdemokraterne	35	5	6	16
Socialistisk Folkeparti	58	7	15	15
Enhedslisten	6	0	0	1
Ved Ikke	26	8	19	12

Tabellen kan hentes i excel-format [her](#).

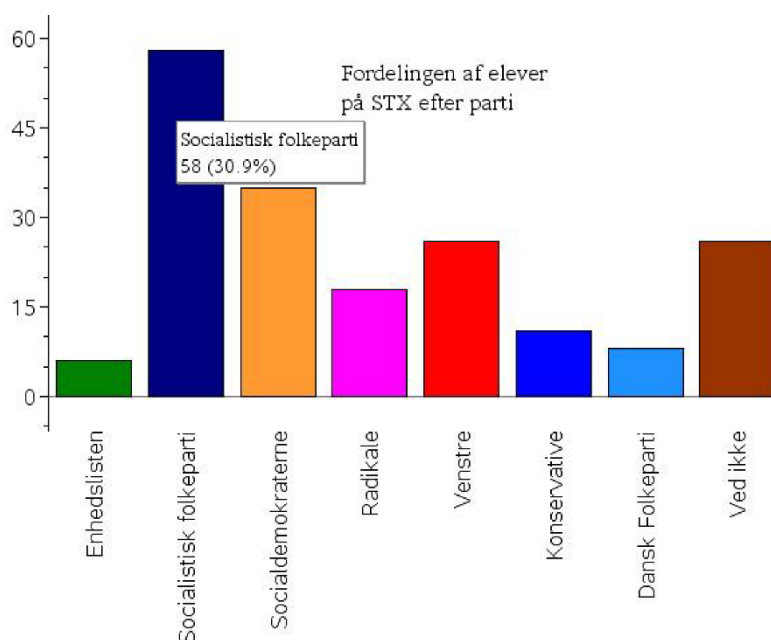
Øvelse 14.2

Kopier tabellen ind i dit værktøjsprogram og brug programmet til at udregne rækketotaler, søjletotaler og tabelsummen. Disse værdier kommer vi til at bruge i den videre behandling af tabellen.

Søjlediagrammer

Vi vil gerne illustrere sammenhængen mellem ungdomsuddannelse og partivalg grafisk for dermed at få et mere klart billede af forskelle og ligheder.

En metode hertil er at bruge søjlediagrammer. Her er fx vist et søjlediagram for fordelingen af elever på STX efter partivalg. Laver man tilsvarende søjlediagrammer for de øvrige ungdomsuddannelser, kan man sammenligne. Dog skal man være opmærksom på, at søjlediagrammerne viser de absolutte tal.

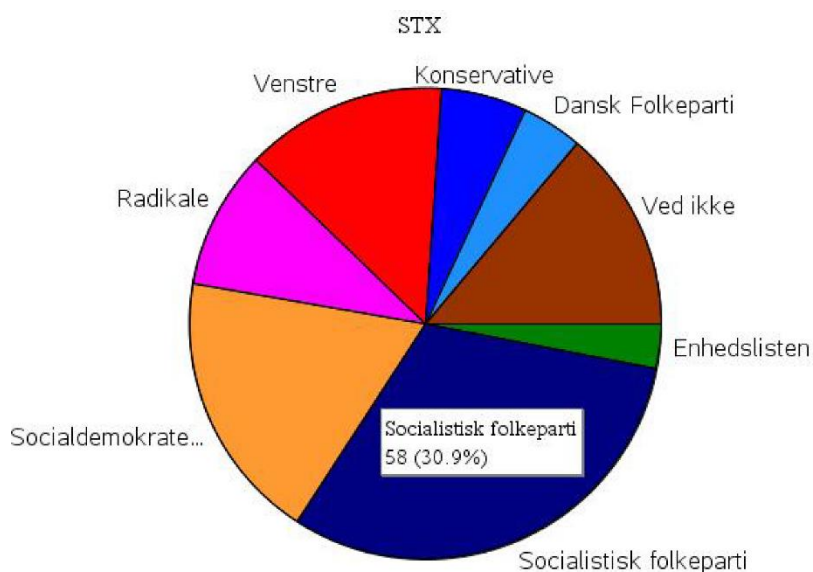


Øvelse 14.3

Lav søjlediagrammerne for de øvrige ungdomsuddannelser. Forsøg at sammenlign dem. Hvordan ser det umiddelbart ud, når man kigger på størrelsen af søjlerne? Ændrer det sig når man kigger på skalaerne? Konstruer skalaerne så man umiddelbart kan sammenligne.

Cirkeldiagrammer

En anden mulighed for en grafisk fremstilling af kategoriske variable er cirkeldiagrammer. Hermed ses der på procentfordelingerne efter ungdomsuddannelse, og vi kan nu direkte sammenligne de forskellige grupper. Hvis partivalg var uafhængigt af ungdomsuddannelse, burde hver af procentfordelingerne følge den samlede fordeling for alle de adspurgte.



Øvelse 14.4

Lav de øvrige procentfordelinger illustreret ved cirkeldiagrammer, samt cirkeldiagrammet over den samlede fordeling. Kommenter forskellene imellem dem. Er partivalg uafhængigt af uddannelsesinstitution?

Procenttabel

For lettere at kunne sammenligne partivalget er en procenttabel oplagt. Vi tager udgangspunkt i antalstabellen, hvor søjle- og rækketotalerne er udregnet.

Som eksempel på udregningen: Antallet af elever på STX, som stemmer på Dansk Folkeparti udgør 8 ud af de 188 adspurgte og altså brøkdelen $\frac{8}{188}$. Brøkdelen omregnes til procent ved at gange med 100. Tilsvarende udregninger foretages i de øvrige celler.

Parti	STX	HHX	HTX	HF	I alt
Dansk Folkeparti	4,3	6,9	8,8	8,2	6,2
Konservative	5,9	25,0	8,8	4,9	9,8
Venstre	13,8	37,5	19,1	11,5	18,8
Liberal Alliance	0,0	1,4	1,5	1,6	0,8
Radikale	9,6	1,4	2,9	1,6	5,7
Socialdemokraterne	18,6	6,9	8,8	26,2	15,9
Socialistisk Folkeparti	30,9	9,7	22,1	24,6	24,4
Enhedslisten	3,2	0,0	0,0	1,6	1,8
Ved Ikke	13,8	11,1	27,9	19,7	16,7
I alt	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Tabellen kan hentes i excel-format [her](#).

Procenttabellen giver præcis de samme oplysninger, som cirkeldiagrammet. Vi kan fx se, at 13,8 % af alle adspurgte STX'ere ville stemme på Venstre, mens samme tal for HHX'erne er 37,5 %.

Øvelse 14.5

- Find flere tendenser i sammenligningen mellem partivalg på de forskellige ungdomsuddannelser
- Forsøg om du kan finde forklaringer på de fundne forskelle og ligheder

14.2.3 Numeriske variable

I antalstabellen ses data over alderen på de forskellige ungdomsuddannelser. I tabellen kan vi se, at der er i gruppen af fx 16-årige på STX er 43, mens antallet af 16-årige på HF er 0.

Alder	STX	HHX	HTX	HF
29	0	0	0	1
25	0	0	0	1
24	0	0	0	1
23	0	0	0	2
22	0	0	0	1
21	0	0	0	3
20	5	2	1	11
19	30	18	0	9
18	53	25	5	20
17	58	24	40	15
16	43	4	22	0
15	0	0	1	0

Tabellen kan hentes i excel-format [her](#).

Øvelse 14.6

- Vis fordelingen af alderen på de fire ungdomsuddannelser grafisk ved hjælp af fire histogrammer og sammenlign.
- Lav en procenttabel over alderen på de fire uddannelser.
Find tendenser.

Maksimum og minimum

Når vi ønsker at sammenligne de forskellige grupper, kan vi videre se på minimum, maksimum og variationsbredde. Både STX og HHX har minimum 16 år, maksimum 20 år og altså en variationsbredde på 4 år. HTX har et minimum på 15 år og et maksimum på 20 år og dermed en variationsbredde på 5 år. Sidst men ikke mindst har HF et minimum på 17 år, et maksimum på 29 år og dermed en variationsbredde på 12 år. Der er altså langt større spredning på HF-kursisternes alder, end der på for de tre andre ungdomsuddannelser. Samtidig ligger både minimum og maksimum for HF-kursister højere end for de tre andre.

Median og middeltal

Vil vi sammenligne *niveauet* på datasættet ser vi på median og middelværdi for de fire grupper.

Da der er 189 observationer i STX er medianen observation nummer 95, hvis de ordnes i rækkefølge med det mindste først. Medianen er altså 17.

Middeltallet for stx udregnes på basis af tallene fra de første to kolonner i tabellen, som vi kan opstille således:

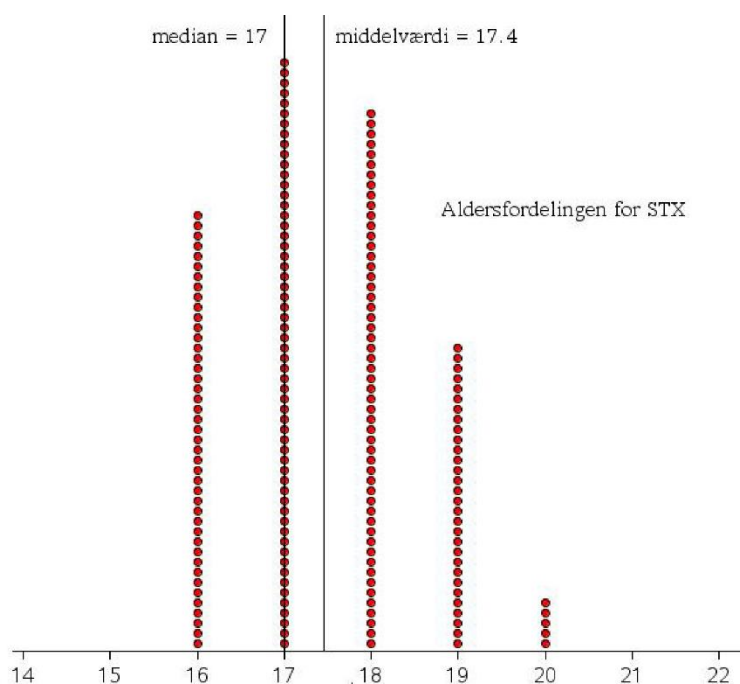
Alder	16	17	18	19	20
STX	43	58	53	30	5

Tallene sættes ind i formlen for middeltallet:

$$\text{middeltallet} = \frac{43 \cdot 16 + 58 \cdot 17 + 53 \cdot 18 + 30 \cdot 19 + 5 \cdot 20}{189} = 17,4$$

Middeltallet for STX-eleverne er altså 17,4 år.

Vises det med et prikdiagram med henholdsvis median og middeltal markeret, ser vi, fordelingen er en smule højreskæv, med en hale af observationer til højre.



Øvelse 14.7

Laves tilsvarende undersøgelser af de øvrige ungdomsuddannelser, fås følgende resultater:

	STX	HHX	HTX	HF
Median	17	18	17	18
Middeltal	17,4	17,9	16,8	19,0

Sammenlign de fire grupper. Hvilke forskelle og ligheder kan vi finde mellem grupperne ud fra median og middelværdi?

Kvartiler og bokspot

Vi har også brug for et mål for, hvor spredte vores observationer ligger. Vi har jo allerede set på variationsbredden, men fx HF-kursisterne har stor variansbredde, men da der samtidig er en meget lang hale med få observationer, giver det ikke et særlig godt billede af, hvordan fordelingen breder sig. Derfor vil vi se på de midterste 50 % ved at finde kvartilerne for de forskellige grupper. Medianerne har vi allerede fundet. Dernæst skal vi finde den *nedre kvartil*, der er medianen for den nederste del af observationerne, og den *øvre kvartil*, der er medianen for den øverste del af observationerne.

Ser vi på gruppen HF er der 64 respondenter. Derfor er nedre kvartil, den som deler de 32 nederste

observationer. Den nedre kvartil er dermed gennemsnittet mellem den 16. og 17. observation, som begge har alderen 18 år. Dvs. nedre kvartil er 18. Øvre kvartil er gennemsnittet mellem den 48. og 49. observation, som begge har alderen 20. Derfor er den øvre kvartil 20 år. De fire dele af datasættet indeholder henholdsvis 35, 20, 30 og 20 observationer. Den midterste halvdel af observationerne bestemmer *kvartilbredden*, der her er 2 år. Det er altså en mindre variation i observationerne, end variationsbredden gav udtryk for. Det kommer selvfølgelig af, at der er nogle meget tydelige perifere observationer i gruppen.

Finder man på tilsvarende måde kvartilerne i de øvrige ungdomsuddannelser kan man sammen med de allerede fundne minimums- og maksimumsværdier, lave boksplots for de fire grupper. Boksplottet er en visuel fremstilling af niveauet for alderen (medianen), spredningen i alderen (kvartilbredden) og variationsbredden.

Herunder er vist en tabel over værdierne.

	STX	HHX	HTX	HF
Minimum	16	16	15	17
Nedre kvartil	17	17	16	18
Median	17	18	17	18
Øvre kvartil	18	19	17	20
Maksimum	20	20	20	29

Øvelse 14.8

- Konstruer 4 boksplots over aldersfordelingerne på de fire uddannelser
- Sammenlign de fire grupper. Hvilke forskelle og ligheder kan vi finde mellem grupperne ud fra de fire boksplots? Kom her ind på niveau, spredning og form.

Samfundsmæssige forklaringer

Vi har nu undersøgt aldersfordelingen i de 4 ungdomsuddannelser. Vi vil også gerne kunne komme med nogle samfundsmæssige forklaringer på, hvorfor der er disse forskelle. Ser man på beskrivelsen af de fire uddannelser på [undervisningsministeriets hjemmeside](#), er ligheden, at alle de gymnasiale uddannelser skal forberede til videregående uddannelser. Videre står der at "STX, HHX og HTX varer 3 år og optager unge, som har fuldført 10 år i grundskolen. HF varer 2 år og optager personer, der har gået 11 år i grundskolen."

Forskellen mellem længden af uddannelserne og kravene til uddannelserne har betydning for alderen på eleverne. Ordvalget 'unge' og 'personer' giver også et billede af, at man henvender sig til en bredere gruppe aldersmæssigt på Hf.

Øvelse 14.9

- a) Konstruer fire cirkeldiagrammer over aldersfordelingerne på de fire uddannelser. Hvordan kan man vurdere medianerne ud fra cirkeldiagrammerne?
- b) Overvej om vurderingen af medianerne stemmer godt overens på medianerne fundet i øvelse 14.7. Hvorfor/hvorfor ikke?
- c) Er det korrekt at opfatte alder som en numerisk variabel?

14.2.4 Grupperede data

I samfundsfag har man ofte brug for at have en meget stor gruppe respondenter, og samtidig er det ikke altid muligt, at spørge til de helt eksakte værdier for det man undersøger. Derfor grupperer man ofte data.

Det kan fx give flere problemer at spørge til folks indkomst. Dels kan der være det problem, at de adspurgte ikke har lyst til at give et præcist svar, dels er det ikke sikkert, de kender den eksakte værdi. Derfor vil man ved sådanne spørgsmål gruppere svarmulighederne, allerede når man formulerer spørgsmålene, ved at lave svarmulighederne som intervaller.

Ved meget store datasæt fx data om hele Danmarks befolkning grupperer man svarene i intervaller under databehandlingen, da det ellers er meget svært at håndtere datasættet.

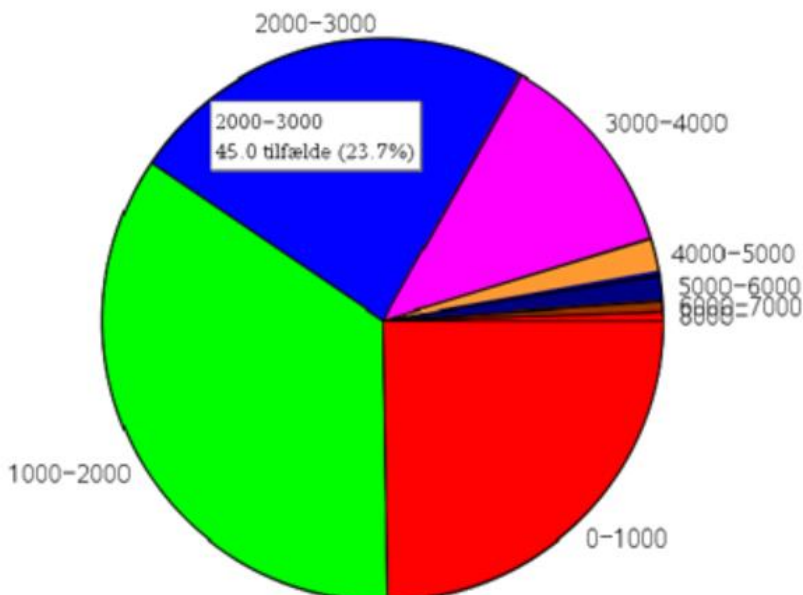
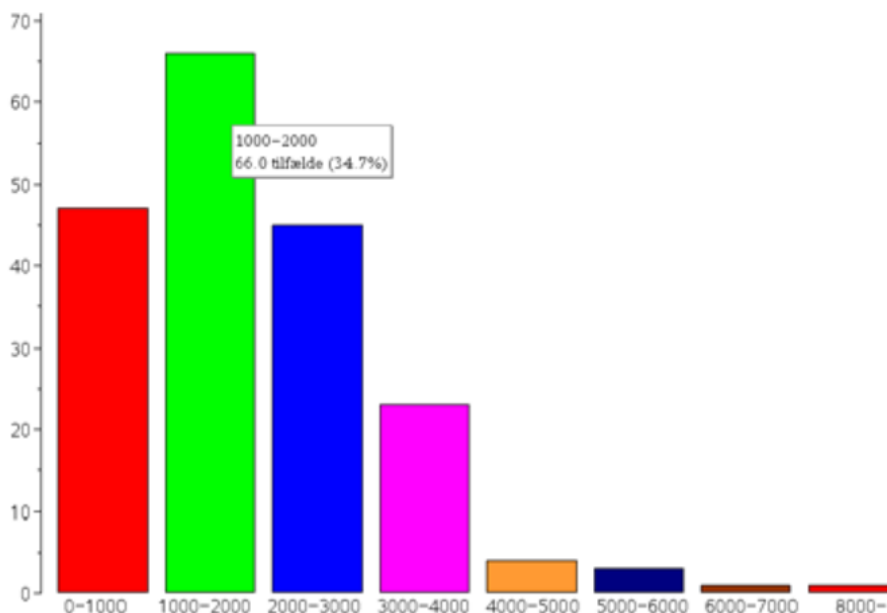
I vores sammenligning af ungdomsuddannelserne vil vi først se på rådighedsbeløbet for eleverne på de forskellige ungdomsuddannelser. I tabellen er venstre intervalendepunkt ikke medtaget i intervallet, mens højre intervalendepunkt er medtaget i intervallet.

Rådighedsbeløb	STX	HHX	HTX	HF
0-1000	47	16	27	13
1000-2000	66	19	17	20
2000-3000	45	18	16	17
3000-4000	23	3	1	5
4000-5000	4	9	1	3
5000-6000	3	4	1	0
6000-7000	1	1	1	2
7000-8000	0	0	0	1
8000-	1	1	2	1

Tabellen kan hentes i excel-format [her](#).

Søjlediagram og cirkeldiagram for grupperede data

Når man gerne vil illustrere fordelingen grafisk bruger man søjle- og cirkeldiagrammer. Her er vist et søjlediagram og et cirkeldiagram for STX.



Vi ser at 34,7 % af alle STX'ere har et rådighedsbeløb mellem 1000 og 2000 kr. om måneden, og at det er den største gruppe.

Øvelse 14.10

Lav søjlediagrammer og cirkeldiagrammer for de øvrige grupper. Kommentér på forskelle og ligheder imellem grupperne.

Som ved de kategoriske tabeller kan vi få meget ud af at se procentfordelingerne for de forskellige ungdomsuddannelser. Det udregnes på helt tilsvarende måde, som vi så overfor.

Øvelse 14.11

- Konstruer procenttabellen for sammenhængen mellem rådighedsbeløb og uddannelse.
- Overvej om du ud fra tabellen kan finde medianerne for de 4 grupper.
- Sammenlign igen grupperne og medtag nu medianen i din sammenligning.

Middeltal for grupperede data

Når vi gerne vil gå videre med sammenligningen, er det oplagt igen at se på niveauet for datasættet - altså median og middeltal. Vi har dog ikke, som ved de numeriske variable, de eksakte værdier. Vi må derfor i stedet lave et kvalificeret skøn ved at antage en jævn fordeling i intervallerne og kan derfor bruge midtpunktet i hvert interval. I det sidste interval mangler vi dog en øvre grænse, som vi sætter ved 10.000 kr., da det må antages at være meget få, der tjener over dette beløb.

Midtpunktet i det første interval (0-1000) er 500, midtpunktet i det andet interval (1000-2000) er 1500 osv. Hvis man har en meget stor tabel, kan det være en god ide at tilføje en søjle med midtpunkter for intervallerne, inden man begynder at udregne middeltallet.

$$\text{middeltallet} = \frac{\text{Det samlede rådighedsbeløb}}{\text{Det samlede antal}} = \frac{47 \cdot 500 + 66 \cdot 1500 + \dots + 1 \cdot 9000}{47 + 66 + \dots + 1} = 1923,68$$

Det vil sige, at middeltallet for STX elevernes rådighedsbeløb er 1923,68 kr.

Øvelse 14.12

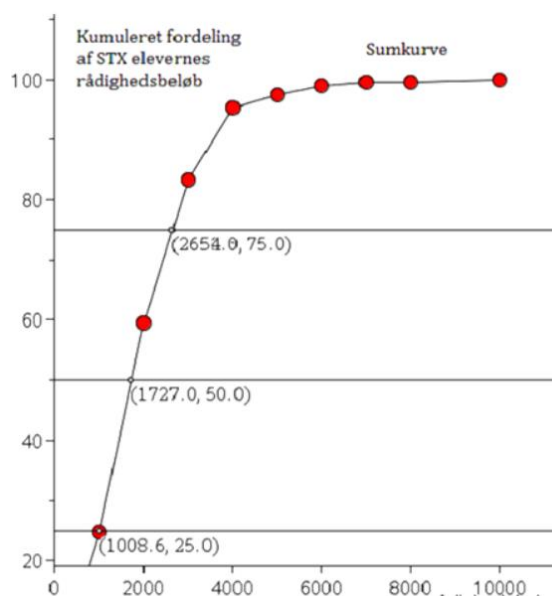
Udregn middeltallene for de tre øvrige grupper og sammenlign de gennemsnitlige rådighedsbeløb.

Median og kvartilsæt for grupperede data - sumkurve

Vi har dog brug for mere detaljerede oplysninger om fordelingen for at kunne sammenligne rådighedsbeløbene mere dybdegående. Derfor vil vi gerne kunne finde kvartilsættet. Vi udnytter igen antagelsen, at observationerne inden for intervallerne er jævnt fordelt. Her bruger vi procenttabellen udregnet i øvelse 14.12 og udregner herudfra de kumulerede frekvenser.

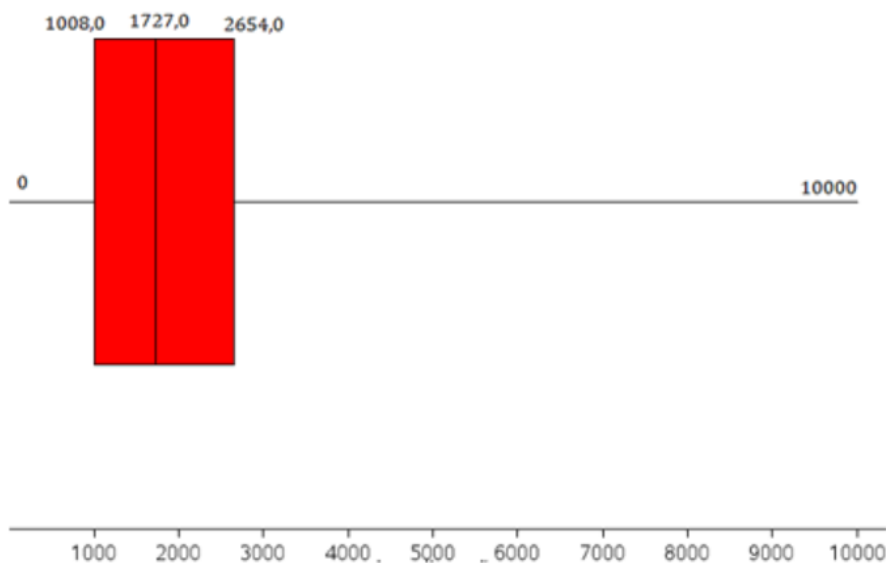
Rådighedsbeløb	STX	Procent	Kumuleret procent
0-1000	47	24,7	24,7
1000-2000	66	34,7	59,5
2000-3000	45	23,7	83,2
3000-4000	23	12,1	95,3
4000-5000	4	2,1	97,4
5000-6000	3	1,6	98,9
6000-7000	1	0,5	99,5
7000-8000	0	0,0	99,5
8000-	1	0,5	100,0

Vi kan ud fra de kumulerede frekvenser se, at nedre kvartil ligger i intervallet 1000-2000 kr., medianen ligger i samme interval og øvre kvartil ligger i intervallet 2000-3000 kr. De nærmere værdier for kvartilerne vil vi finde grafisk. Derfor illustrerer vi de kumulerede frekvenser grafisk ved en sumkurve.



På sumkurven har vi aflæst kvartilsættet. Medianen er 1727,0 kr. Nedre kvartil er 1008,6 kr. og øvre kvartil er 2654,0 kr.

Sammen med oplysningerne om mindste og største værdi udgør kvartilsættet de fem punkter, som er nødvendige for at konstruere boksplottet.



Konstruerer du tilsvarende boksplottet over aldersfordelingen på de øvrige tre ungdomsuddannelser, så er en sammenligning lettest, hvis de fire boksplots laves i samme vindue og dermed med samme akseinddeling.

Øvelse 14.13

- Udregn kumuleret procent for de øvrige tre uddannelser.
- Indtegn sumkurverne og aflæs kvartilsættene.
- Konstruer de 4 boksplots i samme vindue.
- Sammenlign rådighedsbeløbene på de 4 ungdomsuddannelser ud fra boksplottene.
- Hvad kunne være forklaringen på de fundne forskelle?

Øvelse 14.14

- a) Vend tilbage til eksemplet med den numeriske variabel alder. Med din nye viden om grupperede variable og overvejelserne fra øvelse 14.9 skal du overveje, om det ville være mere hensigtsmæssigt at opfatte alder som en grupperet variabel?
- b) Hvad ville medianen for de fire uddannelser blive, hvis man så på alder som grupperet variabel? Passer det bedre med øvelse 14.9 a)?
- c) Hvad vil middelværdierne blive, og hvordan vil kvartilsættene se ud nu?

Øvelse 14.15

Nedenfor vises en antalstabel over antal timers motion og ungdomsuddannelserne.

Sammenlign ved hjælp af søjlediagram, cirkeldiagram, procenttabel, middeltal, sumkurve, kvartilsæt og boksplot. Kommenter på forskelle og ligheder og forsøg at forklare det observerede.

Timers motion	STX	HHX	HTX	HF
0	16	5	16	7
1-3	53	18	14	26
4-6	56	23	21	11
7-9	26	16	5	5
10-12	12	8	3	9
13-15	8	3	7	4
15-	20	0	4	1

Tabellen kan hentes i excel-format [her](#).

14.3 Bekræftende statistik

3.1 Om brugen af χ^2 -test i samfundsfag

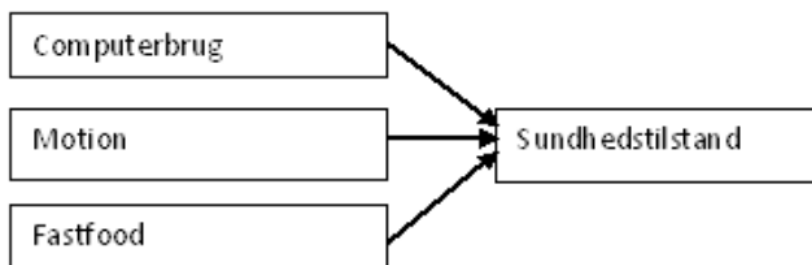
Testen er oplagt at bruge i samfundsfag, da mange af variablene herfra er kategoriske eller foreligger som grupperede variable. Når man bruger testen i et samarbejde mellem matematik og samfundsfag, er det ofte som en test for uafhængighed mellem to grupper fx mænd/kvinder, unge/gamle, gift/ugift, STX/HTX osv. Matematisk set kan vi sagtens lave testen med mange flere inddelingskriterier – man kunne altså sagtens undersøge alle de fire ungdomsuddannelser på en gang og se, om der er en forskel mellem dem, eller teste om der er forskel mellem mange aldersinddelinger.

Men når man skal bruge testen i samfundsfag, er det interessante spørgsmål ikke kun, om der er uafhængighed eller afhængighed. Mere interessant er det, når man har fundet en afhængighed, at man så efterfølgende kan forklare hvorfor. Hvis man har sammenlignet mange grupper, gør det den efterfølgende fortolkning kompliceret og uklar. Hvis man har mange grupper, man gerne vil sammenligne, vil man derfor lave testen for grupperne to og to.

Inden vi kan komme i gang med at teste, er det nødvendigt at have de grundlæggende begreber på plads. Læs derfor om *p-værdi*, *nulhypotese* og *signifikansniveau* i kapitel 9. I kapitel 9 er der også lavet en gennemgang af den anden type af χ^2 , nemlig *Goodness-of-fit-testen*, som fx anvendes i overvejelserne, om en bestemt ændring i vælgetilslutning ved en opinionsmåling er signifikant eller kan forklares som tilfældige udsving.

Det, vi gerne vil undersøge i eksemplet her er, om der er forskel i sundhedstilstanden mellem STX og HTX. Det vil vi gøre ved at se på tre variable:

- antal timer om ugen foran computeren til ikke skolerelateret arbejde
- antal timer frivillig motion om ugen
- antal gange om måneden man spiser fastfood.



Hvis vi finder en afhængighed mellem en eller flere af de tre variable og de to uddannelser, vil vi bruge det til at sige noget om forskel i sundheden mellem de to uddannelser.

Her har vi altså på forhånd gjort os nogle tanker omkring *kausalitetssammenhæng*, som du kan finde uddybet i dokumentet om [spørgeskemaundersøgelser](#). Man skal overveje, dels hvilken retning kausaliteten har – er det fx troværdigt at sige, at det er computerbrug, der påvirker sundhedstilstanden eller kunne man argumentere for, at kausaliteten går den anden vej, og at det i virkeligheden er fordi, man er i dårlig sundhedstilstand, man sidder foran computeren? Er der flere variable, der kunne spille ind og være vigtigere end de to her? Kunne der være en tredje variabel, der forklarede det hele?

Øvelse 14.16

Brug begreberne omkring kausalitetssammenhæng til at overveje, om der kunne være problemer med vores test.

Undersøger vi det, vi gerne vil?

Inden vi går i gang, skal vi have fastsat signifikansniveauet, som i samfundsfag altid er 5 procent.

14.3.2 Test af om computerbrug er uafhængig af uddannelse

Vi ønsker at undersøge, om der er en sammenhæng mellem følgende:

- hvilken uddannelse, man går på (STX eller HTX)
- hvor mange timer man bruger foran computeren.

Vores udgangspunkt er en antalstabel.

Timers computerbrug	STX	HTX
0-7	79	12
8-14	50	20
15-21	29	10
22-35	19	11
Over 36	3	17

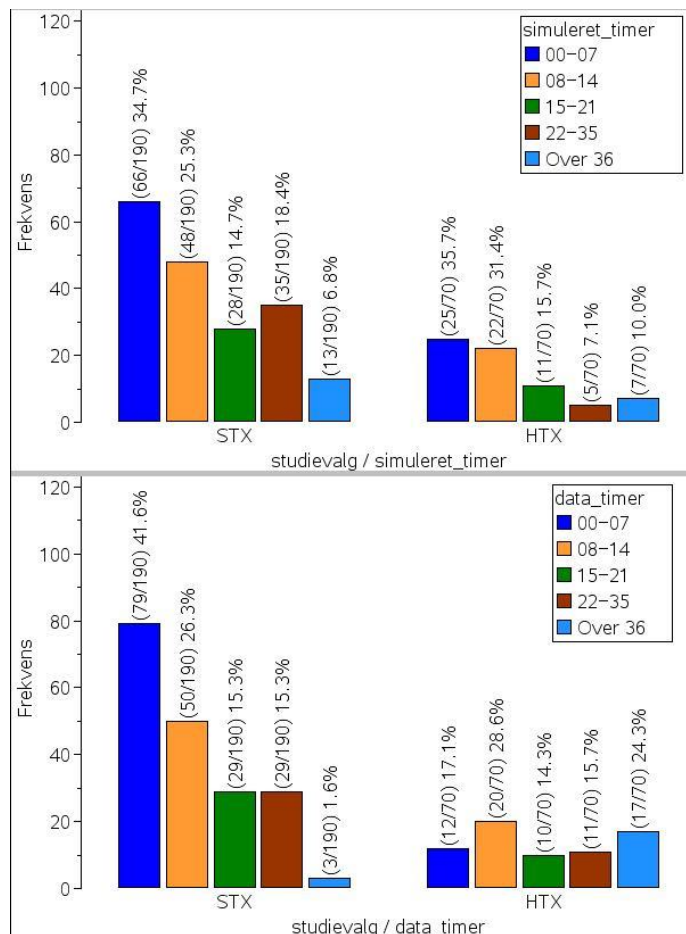
Tabellen kan hentes i excel-format [her](#).

H_0 : Der er uafhængighed mellem om man går på STX eller HTX og antal timer, man bruger foran computeren.

Her kan vi nu foretage en simulering af nulhypotesen. Det kræver at vi har adgang til lister med de oprindelige data for computerforbruget og studievalget, der ligger til grund for antalstabellen:

Listerne kan hentes i excel-format [her](#).

På basis af disse lister kan man simulere uafhængigheden af computerforbruget og studievalget ved at foretage en omrøring af computerforbruget, jfr., kapitel 9. Ud fra en sådan omrøring kan man fx fremstille søjlediagrammer for såvel det observerede computerforbrug som det simulerede computerforbrug:



Ved at genberegne regnearket kan du gentage simuleringen og dermed danne dig et indtryk af hvordan en typisk fordeling ser ud, hvis der virkelig er uafhængighed mellem computerforbruget og studievalget. Tilsvarende kan du prøve at danne dig et indtryk af i hvilken grad den observerede fordeling ligner den simulerede fordeling.

Øvelse 14.17

Simulering af nulhypotesen

- Brug dit værktøjsprogram til at opbygge søjlediagrammer for de simulerede data.
- Gennemfør simuleringer af nulhypotesen i dit værktøjsprogram.
- Hvor ligger den tydeligste forskel mellem de observerede fordelinger for STX og HTX sammenlignet med de simulerede fordelinger?

Du kan evt. hente en færdig simulering her:

[Simulering af nulhypotesen \(html\)](#)

[Simulering af nulhypotesen \(TI-Nspire\)](#)

Vi har også brug for at udregne søjle- og rækkesummerne, hvilket gøres vha. regnearket.

Timers computerbrug	STX	HTX	I alt
0-7	79	12	91
8-14	50	20	70
15-21	29	10	39
22-35	29	11	40
Over 36	3	17	20
I alt	190	70	260

Antallet af frihedsgrader

Når vi vil teste, om antallet af timer, der bruges foran computeren, fordeler sig på samme måde på STX og HTX, ligger tallene i rækken og søjlen med "i alt" fast. Der er derfor ti celler i antalstabellen, som kan variere.

Men ved vi fx hvor mange af STX eleverne, der er placeret i de første fire inddelinger, 0-7, 8-14, 15-21 og 22-35 timer, så vil resten af fordelingen give sig selv, da man jo ved hvor mange STX elever, der i alt er adspurgt og man ved, hvor mange i alt der sidder foran computeren 0-7 timer osv. Dvs. i virkeligheden er der kun fire celler, hvor tallene kan variere. Antallet af frihedsgrader er altså 4.

Forventede værdier under nulhypotesen

Vi ønsker derefter at udregne de forventede værdier. Det vil altså sige de værdier, vi vil observere, hvis der ikke er nogen forskel på de to grupper. Hvis nulhypotesen var rigtig, vil der ikke være forskel på den *andel* af STX- og HTX-elever som bruger computeren 0-7 timer osv. Andelen af hele populationen, der svarer 0-7 timer i alt, er $\frac{91}{260}$ (svarende til ca. 35 %). Dvs. hvis der er uafhængighed, vil vi forvente, at $\frac{91}{260}$ af STX eleverne svarer 0-7 timer, og tilsvarende skal $\frac{91}{260}$ af HTX eleverne svare 0-7 timer. Det er altså de værdier, vi forventer.

De forventede værdier udregnes ved hjælp af regnearket. I tabellen er demonstreret en af disse udregninger.

Forventede værdier	STX	HTX	I alt
0-7	$\frac{91,0}{260,0} \cdot 190,0$		91,0
8-14			70,0
15-21			39,0
22-35			40,0
Over 36			20,0
I alt	190,0	70,0	260,0

Den samlede tabel med de forventede værdier bliver således:

Forventede værdier	STX	HTX	I alt
0-7	66,5	24,5	91,0
8-14	51,2	18,8	70,0
15-21	28,5	10,5	39,0
22-35	29,2	10,8	40,0
Over 36	14,6	5,4	20,0
I alt	190,0	70,0	260,0

Teststørrelsen og p-værdien

Vi skal nu udregne χ^2 -test-størrelsen ved hjælp af formlen:

$$\chi^2 = \sum \frac{(\text{observeret} - \text{forventet})^2}{\text{forventet}}$$

Man får $\chi^2=43,15$, hvilket ligger væsentligt over den forventede værdi på 4 (svarende til antallet af frihedsgrader).

Den tilhørende *p-værdi* udregnes ved hjælp af den kumulerede χ^2 -fordeling til 0,0000000096. Dette tal kan også skrives $9,6 \cdot 10^{-9}$. Mange værktøjer skriver tallet således: 9,6E-9.

Da afvigelsen er så stor, at *p-værdien* kommer under signifikansniveauet, kan vi ikke længere opretholde antagelsen om, at forskellen alene skyldes tilfældige variationer. Derfor forkastes nulhypotesen, og vi har fundet en afhængighed mellem, om man går på STX eller HTX og antal timer, man bruger ved computeren.

Her kan du hente en simulering af fordelingen af teststørrelsen for de simulerede værdier, dvs. simuleringen viser hvordan teststørrelsen fordeler sig, hvis nulhypotesen holder og de observerede forskelle alene skyldes tilfældige udsving:

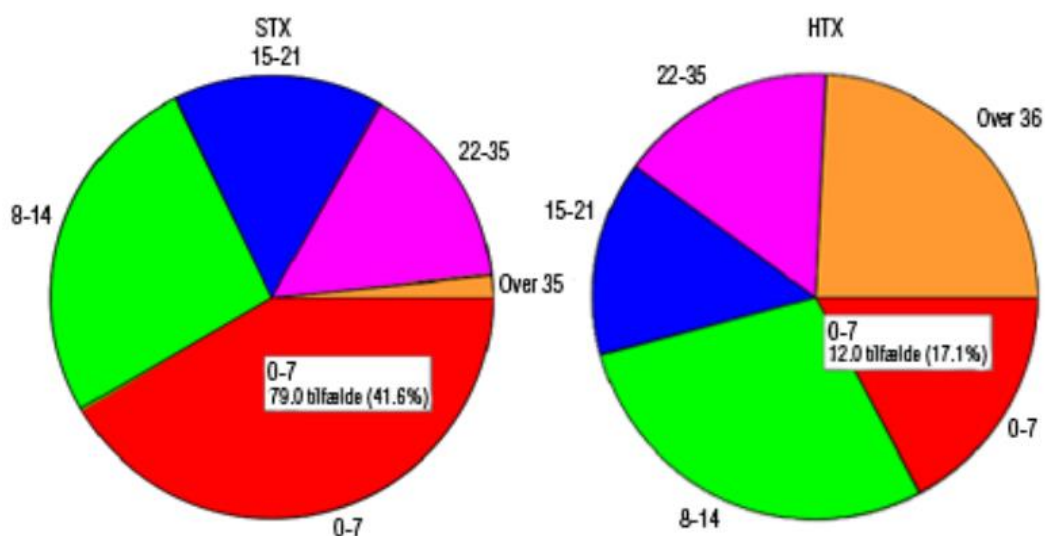
[Simulering af fordelingen af teststørrelsen \(html\)](#)

[Simulering af fordelingen af teststørrelsen \(TI-Nspire\)](#)

Grafisk fremstilling af forskellene

Vores arbejde er dog ikke helt slut endnu. For vi vil gerne kunne sige noget om, hvad forskellen så består i, for videre at sige noget om det, vi rent faktisk undersøger, nemlig sundheden på STX og HTX. Vi skal derfor have omregnet til en procenttabel og lavet et cirkeldiagram.

Timers computerbrug i pct.	STX	HTX	I alt
0-7	41,6	17,1	35,0
8-14	26,3	28,6	26,9
15-21	15,3	14,3	15,0
22-35	15,3	15,7	15,4
Over 36	1,6	24,3	7,7
I alt	100,0	100,0	100,0



Forskellene fremgår tydeligt af cirkeldiagrammerne. I grupperne 8-14, 15-21 og 22-35 timer er der ingen forskel imellem de to uddannelser. Forskellen træder tydeligt frem, når vi ser, at 41,6 % af STX eleverne bruger computeren 0-7 timer om ugen til ikke skolerelaterede aktiviteter, mens det kun er 17,1 % af HTX eleverne. Tilsvarende bruger 24,3 % af HTX eleverne over 36 timer om ugen, mens det kun er 1,6 % af STX eleverne.

Dette kunne tyde på, at sundhedstilstanden på HTX er dårligere end på STX. Hvis man bruger i gennemsnit over 5 timer om dagen foran computeren til ikke skolerelateret arbejde, oveni de mange timer man i forvejen sidder på sin stol i forbindelse med skolen, kunne det udgøre et sundhedsproblem.

Øvelse 14.18

Udregn niveauerne for timeforbruget på de to uddannelsestyper og se om de bekræfter de tendenser, vi ser i tabellen.

Brug dem til at tydeliggøre forskelle og ligheder.

Øvelse 14.19

Nedenunder er der to andelstabeller, der viser antal timers selvvalgt motion om ugen og antal gange fastfood om måneden.

Fortsæt undersøgelsen af sundheden på STX og HTX ved hjælp af χ^2 -test

Timers motion	STX	HTX
---------------	-----	-----

Hvad er matematik? 1

ISBN 9788770668279

Studieretningskapitel 14: Fagligt samarbejde – matematik og samfundsfag
Af Christina Blach Hansen og Per Henriksen

0	16	16
1-3	53	14
4-6	56	21
7-12	38	8
Over 13	28	11

Tabellen kan hentes i excel-format [her](#).

Fastfood	STX	HTX
0	39	8
1-4	111	31
5-8	24	12
9-12	11	4
Over 12	5	5

Tabellen kan hentes i excel-format [her](#).

14.4 Økonomisk vækst i Kina

4.1. Indledning

Økonomisk vækst er defineret som den årlige procentvise stigning i BNP i faste priser. Ved at der regnes i faste priser, tages der højde for inflationen. Ved sammenligning mellem lande tages der desuden højde for købekraftpariteten. Man kan købe flere varer i Kina for en dollar end i Danmark og USA, hvorfor værdien af det kinesiske BNP skal opjusteres, således at købekraften tilnærmelsesvis bliver ens.

Den økonomiske vækst er afgørende for et lands velstandsniveau idet størrelsen af BNP bestemmer, hvor meget der er at fordele til befolkningen. Et hyppigt anvendt velstandsmål er BNP/indbygger. Dette gennemsnitstal bruges bl.a. til at sammenligne velstanden mellem lande. Eksempelvis har Danmark et BNP/indbygger på ca. 40.000 USD (amerikanske dollar).

4.2. Udvikling i det samlede BNP

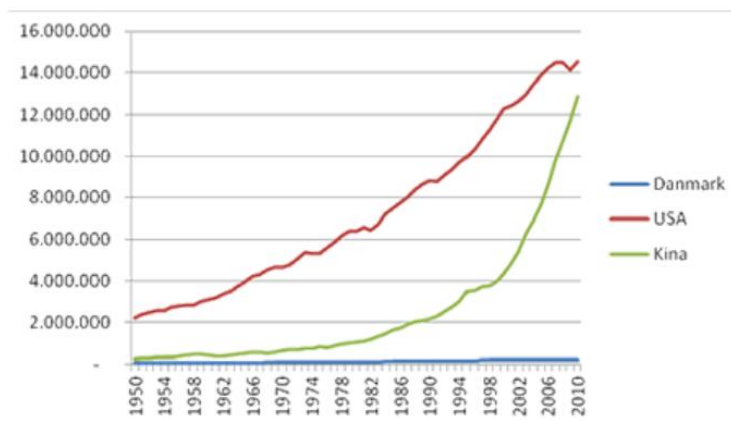
I tabellen nedenfor er vist udviklingen i BNP i Danmark, Kina og USA fra 1950 til 2010.

	Danmark	USA	Kina
1950	48.590	2.208.039	247.921
1960	66.143	3.104.062	446.988
1970	102.449	4.674.004	644.571
1980	127.823	6.416.056	1.053.621
1990	155.438	8.801.122	2.149.308
2000	200.853	12.312.678	4.371.109
2010	215.185	14.537.140	12.894.754

Overblikstabel over BNP i Danmark, USA og Kina 1950-2010. Opgjort i 2010 Mio. USD. Købekraftsparitet.

Tabellen med kildeangivelse kan hentes i excel-format [her](#).

Hent den komplette tabel der medtager alle årene til brug i de følgende opgaver [her](#).



BNP i Danmark, USA og Kina. 1950-2010. 2010 USD.
Købekraftsparitet.

Øvelse 14.19

Karakteriser på baggrund af den grafiske fremstilling væksten i USA, Kina og Danmark.

Da det absolutte tal for Danmark er meget lille i forhold til USA og Kina, kan der være grund til at omregne til *indekstal*, således at udviklingen i diagrammet bliver sammenlignelig for de tre lande.

Beregning af indekstal sker ved at vælge et basisår. Tallene for årene sættes i forhold til basisåret og ganges med 100. Eksempelvis vil indekstallet for Danmark i år 2000 med basisår 1950 være:

$$\text{Indekstal}_{2000} = \frac{\text{værdi for 2000}}{\text{værdi for 1950}} \cdot 100 = \frac{200853}{48590} \cdot 100 = 413,36\%$$

Dvs. den samlede vækst i BNP i Danmark var på 413,36 % i perioden 1950-2000.

Beregning af indekstal foretages nemmest i et værktøjsprogram.

Øvelse 14.20

- Omregn BNP til indekstal med basisår 1950 for de tre lande.
- Tegn et diagram der viser udviklingen 1950-2010.
- Prøv at skifte basisår. Hvilket basisår ville du vælge, hvis du skal overbevise om at udviklingen i Kina er faretruende for den vestlige økonomi?

Der skal nu laves en fremskrivning af den økonomiske udvikling i de tre lande på baggrund af udviklingen 1950 til 2010. Dvs. vi skal have fundet den gennemsnitlige årlige vækst i de tre lande 1950-2010.

Metoderne er gennemgået i kapitel 4 under emnet procentregning i grundbogen af *Hvad er matematik?*

Øvelse 14.21

Beregningerne foretages nemmest i et regneark eller et andet værktøjsprogram.

- a) Beregn den samlede økonomiske vækst i procent 1950-2010 for de tre lande.
- b) Prøv at dividere den samlede økonomiske vækst med 60. Brug graferne til at svare på hvorfor dette tal kan være et misvisende udtryk for den gennemsnitlige årlige vækst?
- c) Beregn nu den gennemsnitlige årlige vækst ved hjælp af eksponentiel regression. Dvs. du skal lave eksponentiel regression for udviklingen i BNP de tre lande.
- d) Sammenlign resultatet med det, du fik i delopgave c) ovenfor?
- e) Hvordan skal konstanterne i regressionsligningerne tolkes?
- f) Hvad er fordoblingstiden for de tre udviklinger?
- g) Foretag en fremskrivning af udviklingen år for år frem til 2025 af BNP i de tre lande.
- h) Tegn et diagram der viser udviklingen fra 2010 til 2025 for USA og Kina. Aflæs på diagrammet, hvornår Kina vil overhale USA.

Den kan foretages en mere nøjagtig bestemmelse af, hvilket år Kina vil overhale USA ved at opstille en ligning på basis af regressionen.

Øvelse 14.22

Brug ligningerne fra øvelse 14.21 c) til at beregne, i hvilket år Kina vil overhale USA ifølge regressionsmodellerne.

I øvelse 14.21 og 14.22 blev anvendt den gennemsnitlige årlige vækst 1950-2010 som grundlag for fremskrivningen af udviklingen i BNP for Kina og USA. Nogle økonomer hævder, at det er mere korrekt at anvende udviklingen fra 1978 til 2010, fordi Kina først fra 1978 kommer ind i en egentlig økonomisk udvikling, hvor landet overgår til en blanding af planøkonomi og markedsøkonomi.

Øvelse 14.23

- a) Beregn de gennemsnitlige årlige vækstrater for Kina og USA for 1978-2010 på basis af regression.
- b) Anvend nu de fundne vækstrater for USA og Kina til at fremskrive udviklingen år for år til 2025 og sammenlign resultatet med det, du fik i øvelse 14.22.
- c) Overvej om det er mest korrekt at anvende 1950 eller 1978 eller et tredje år som begyndelsesår for en sammenligning af væksten mellem de tre lande.

Hvad er matematik? 1

ISBN 9788770668279

Studieretningskapitel 14: Fagligt samarbejde – matematik og samfundsfag
Af *Christina Blach Hansen* og *Per Henriksen*


Uddannelse
EGMONT

14.4.3 BNP pr. indbygger

Tidligere er det blevet påvist, at målt på det samlede BNP vil Kina overhale USA indenfor en overskuelig fremtid. Men indbyggertallet i Kina er meget større end i USA, så det voksende BNP skal fordeles på en meget større befolkning. Derfor kan det være interessant at se på, hvordan udviklingen vil være, hvis man ser på BNP/indbygger.

I tabellen er vist befolkningsudviklingen i de tre lande 1950-2010.

	Danmark	USA	Kina
1950	4.271	152.271	546.815
1960	4.581	180.671	667.070
1970	4.929	205.052	818.315
1980	5.123	227.726	981.235
1990	5.141	250.132	1.135.185
2000	5.337	282.747	1.262.645
2010	5.516	310.866	1.337.938

Befolkningsudvikling Danmark, USA og Kina i 1000 personer.

Tabellen med kildeangivelse kan hentes i excel-format [her](#).

Øvelse 14.24

- Beregn relevante vækstsmål for befolkningsudviklingen i de tre lande.
- Prøv fx via nettet at finde årsager til, at væksten i befolkningstallet i Kina fra oprindeligt et højt udgangsniveau efterhånden ligner udviklingen i USA.
- Foretag ved hjælp af regression en fremskrivning af befolkningstallene i Danmark, Kina og USA til 2050.
- Find på nettet officielle fremskrivninger af befolkningstallene i Danmark, Kina og USA. Brug fx US Censur Bureau. International Database. Sammenlign de officielle data med resultaterne ovenfor.

I den næste tabel er vist BNP/indbygger for perioden 1950-2010.

	Danmark	USA	Kina
1950	11.377	14.501	453
1960	14.439	17.181	670
1970	20.786	22.794	788
1980	24.951	28.174	1.074
1990	30.235	35.186	1.893
2000	37.631	43.547	3.462
2010	39.014	46.763	9.638

Udviklingen i BNP/indbygger i Danmark, USA og Kina. 2010 USD.

Tabellen kan hentes i excel-format [her](#).

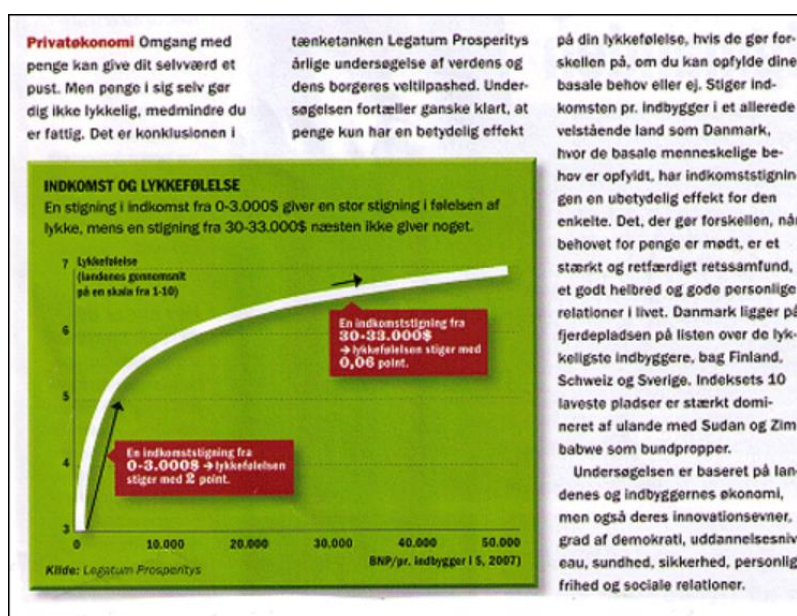
Øvelse 14.25

- Præsenter tabellens tal i grafisk form. Hvilke modeller kan bedst anvendes til at beskrive udviklingen?
- Opstil matematiske modeller for udviklingen i de tre lande ved at lave regression på tabellens tal.
- Giv en grafisk fremstilling af modellerne, og indret koordinatsystemerne, så der kan foretages en fremskrivning af BNP/indbygger for de tre lande.
- Hvornår vil BNP pr. indbygger i Kina overhale USA, og hvornår bliver Danmark indhentet. Vis det både i et diagram og ved en nøjagtig beregning.

Øvelse 14.26: Kritik af BNP

Hent artiklen "[OECD måler det forkerte gode liv](#)" i dagbladet Information den 16.juni 2011 og redegør kortfattet for de indvendinger, der er mod at anvende BNP/indbygger som mål for "det gode liv". Redegør dernæst for de indikatorer som OECD vil anvende i stedet for.

Der foretages også målinger af folks lykke. Det sker på en skala fra 1-10. En skitse af sammenhængen mellem BNP/indbygger og graden af lykke er vist figuren.



Sammenhæng mellem BNP/indbygger og graden af lykke

Øvelse 14.27

Find på nettet ud af hvordan man måler folks lykke. Hvilke søgeord vil du bruge? Er sådanne målinger troværdige? En norsk forsker har påpeget, at målingerne ikke er troværdige, fordi folks angivelse af graden af lykke svinger meget fra dag til dag. Forskeren Per Espen Stokness PowerPoint præsentation kan hentes [her](#).

- Beskriv kurvens forløb i figur 2 med matematiske begreber.
- Diskutér hvorvidt høj materiel velstand (BNP/indbygger) er en nødvendig betingelse for lykke? Er det en tilstrækkelig betingelse?

14.4.4 Et andet velstandsmål – HDI (Human Development Index)

Et andet velstandsmål – HDI (Human Development Index)

På baggrund af kritikken af BNP har bl.a. UNDP (United Nations Development Program) udviklet et udviklingsmål – HDI (Human Development Index) – som har tre dimensioner, nemlig:

- Forventet levetid
- Uddannelsesniveau
- Velstand

Formler til beregning af HDI

For hver dimension af HDI udregnes et indeks uden enheder, som kan sammenvejes til et eneste tal – HDI. Teknikken er følgende.

Alle indeks udregnes efter den generelle formel.

$$\text{indeks} = \frac{x - \min(x)}{\max(x) - \min(x)}$$

Levetidsindeks.

$$\text{Leveindeks} = \frac{\text{Levetid} - 25}{85 - 25}$$

hvilket altid (endnu!) vil give et tal mindre end 1.

Uddannelsesindeks.

$$\text{uddannelsesindeks} = \frac{2}{3} \cdot \text{ALI} + \frac{1}{3} \cdot \text{GEI}$$

hvor ALI er et indeks for andelen der kan læse, nemlig:

$$\text{ALI} = \frac{\text{Andel der kan læse} - 0}{100 - 0}$$

og GEI er et indeks for andel der får en uddannelse, nemlig

$$\text{GEI} = \frac{\text{andel der får uddannelse} - 0}{100 - 0}$$

Velstandsindeks.

$$\text{Velstandsindeks} = \frac{\log\left(\frac{\text{BNP}}{\text{indb.}}\right) - \log(100)}{\log(40000) - \log(100)}$$

hvor 40.000 USD er maksimale BNP/indbygger og 100 USD er minimum.

De tre indeks vejes sammen således de hver vægter 1/3.

Du kan [her](#) finde en grundig teknisk indføring i, at beregningen af HDI foretages som beskrevet nedenfor.

Øvelse 14.28

Find på UNDP's hjemmeside oplysninger om HDI's størrelse og undersøg om der er en sammenhæng mellem BNP/indbygger og HDI.

Du kan læse mere om Kinas økonomiske vækst og fremskrivninger af denne på bl.a. Verdensbankens hjemmeside [her](#).

Desuden har investeringsbanken Goldman Sachs flere gange udarbejdet fremskrivninger af Kinas økonomiske vækst, se bl.a. i Eksempel 4 i indledningsafsnittet til dette kapitel, eller hent en sådan analyse [her](#).

14.5 Fremme af sundhed ved hjælp af afgifter

Hvordan kan man fremme befolkningens sundhed? I Danmark bliver der brugt tre forskellige typer indgreb til at fremme sundheden. For det første oplysning og information, hvor man tror på det rationelle og oplyste individ. Virkningen af denne form for indgreb er tvivlsom. For det andet anvendes afgifter, som pålægges produkter med en sundhedsskadelig effekt. Disse afgifter benævnes også giftskatter og har både et adfærdsregulerende og fiskalt sigte. Der skal penge i statskassen. Endelig kan der for det tredje gribes til deciderede forbud. Fx forbud mod rygning på offentlige steder. Her vil vi se på virkningen af afgifter. Kan man få nedsat folks forbrug ved at hæve afgifter?

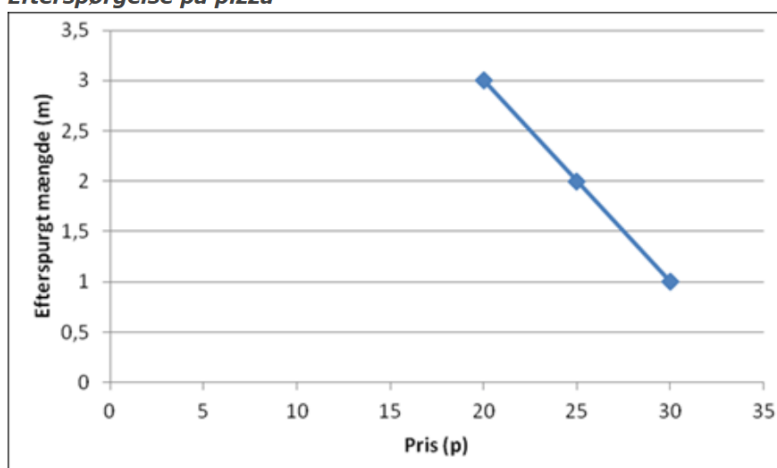
5.1. Efterspørgslen efter et gode – hvad betyder prisen og indkomsten?

Hver uge udsender de fleste supermarkeds kæder tilbudsaviser med ugens tilbud. En række varer er sat ned i pris i håbet om, at forbrugerne vil købe flere af den pågældende vare. Tilbud bygger altså på den antagelse, at jo lavere pris, jo flere enheder af den pågældende vare vil forbrugerne købe. Og samtidig også, at såkaldte 'lokke-til' tilbud vil få forbrugerne til at købe andre varer, som ikke er på tilbud, og hvor fortjenesten for butikken er større.

5.2. Efterspørgselskurven

Du er på vej hjem fra skole og er sulten. På det lokale pizzeria køber du et stykke pizza til 30 kroner. Du er ikke helt mæt efter at have spist det og overvejer at købe et stykke mere, men synes omvendt ikke, at du er så sulten, at du vil købe et stykke mere. Havde prisen været 25 kroner ville du nok have købt to stykker (det første stykke og stykke nr. 2). Da pizzaerne er ret velsmagende, ville du måske have købt tre stykker ved en pris på 20 kr. De tre punkter (1, 30), (2, 25) og (3,20) kan plottes ind i et diagram, som vist på figuren. Kurven afbilder efterspørgslen efter pizza (antal stykker), som en funktion af prisen.

Efterspørgelse på pizza



Bemærk: Normalt i faget økonomi afbildes efterspørgselskurven i et diagram med prisen som den uafhængige variabel ud af y-aksen og mængden som den afhængige variabel ud af x-aksen. Det er ret forvirrende i forhold til matematik, hvor den afhængige variabel altid vises på y-aksen.

Hvor mange stykker pizza, du vil købe, er bestemt af prisen. Prisen (p) er uafhængig variabel og den efterspurgte mængde (m) er afhængig variabel.

Øvelse 14.29

- Find forskriften for efterspørgselskurven tegnet i figur 1.9. Du kan indtaste de tre punkter i dit værktøjsprogram.
- Beskriv efterspørgselskurven verbalt.
- Er efterspørgselskurven realistisk? Afprøv med en pris på fx 5 kroner og en pris på 50 kroner.

Efterspørgselskurven er normalt faldende fra venstre mod højre: Altså jo højere pris, jo mindre efterspørgsel. Økonomer argumenterer for denne sammenhæng, ved at nytten af det første stykke pizza vil være større end nytten af det næste stykke pizza, hvorfor man som forbruger er villig til at betale mere for det første stykke. Sammenhængen antages at gælde generelt. Altså:

$$m = -a \cdot p + b$$

hvor m er mængden og p er prisen på varen, hvis der er tale om en lineær efterspørgselskurve.

Eksemplet ovenfor var konstrueret! Det kan være vanskeligt at finde data fra den virkelige verden for sammenhængen mellem pris og efterspurgt mængde.

Eksperiment

Klassen kan på skolen evt. afprøve sammenhængen mellem prisen og den efterspurgte mængde. Klassen kan sælge kage i kantinen. Dag 1 sælges til fx 20 kroner pr. stykke kage (det er ret afgørende at prisen 1.dag ikke rammer helt skævt), og det noteres, hvor mange stykker der er solgt. Dag 2 sænkes prisen til 15 kroner osv. Selve forløbet af eksperimentet skal selvfølgelig holdes hemmeligt, således at en beslutning om køb/ikke køb ikke påvirkes af viden om de fremtidige priser.

I tabellen er vist sammenhængen mellem prisen på vand og forbruget, som kan bruges som udtryk for den faktiske efterspørgsel.

Eksempel: Sammenhæng mellem pris og forbrug af vand.

Pris pr. kubikmeter	Forbrug (liter/døgn)
13,49	155
18,28	149
20,64	145
23,20	139
26,07	136
30,16	133
30,94	132
32,08	131
33,83	128
34,67	122
36,00	125
45,52	117
52,30	114

Tabellens data stammer fra Århus Amt i perioden 1993-2003 og hele landet 2007 og 2008 og viser forbruget i liter pr. indbygger pr. døgn, altså et gennemsnitstal og prisen som et gennemsnit af vandværkernes pris i området.

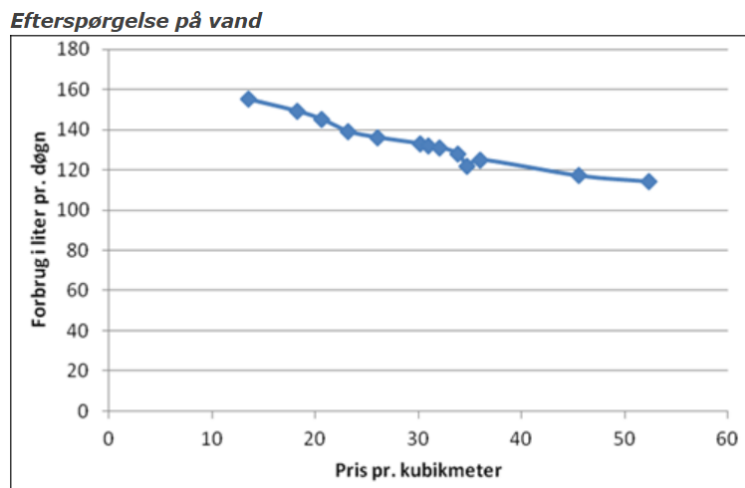
Tabellen kan hentes i excel-format [her](#).

Øvelse 14.30

- Undersøg derhjemme – spørg mor eller far – hvad prisen er på vand, og hvad jeres årlige forbrug er. Passer din familie ind i forhold til tallene i tabellen.
- Plot tabellens data i et diagram med prisen på *x-aksen* og forbrug ud af *y-aksen*. Bestem den bedste rette linje. Formulér verbalt hvad den bedste rette linje viser. Husk at prisen skal være den uafhængige variabel.
- Forskriften for den bedste rette linje kan siges at være en *model*, der beskriver sammenhængen mellem den efterspurgte mængde og prisen. Afprøv modellen under forskellige priser (pris på 0 kroner, pris på 50 kroner, pris på 100 kr.)
- Diskutér om modellen er realistisk – hvilke andre faktorer end prisen kan tænkes at påvirke forbruget af vand i husholdningerne?

14.5.3 Priselasticitet: Hvor følsom er den efterspurgte mængde overfor ændringer i prisen?

Den grafiske fremstilling viser efterspørgslen efter vand. Som det fremgår af figuren, så krummer kurven kun svagt i det område, hvor vi har datapunkter.



En så beskeden krumning af efterspørgselskurven betyder, at der skal ret store prisændringer til for at ændre i forbruget. Et gode som vand er jo en nødvendighedsvarer, og det er meget vanskeligt at skære ned i vandforbruget (bad, toilet) på kort sigt. En flad efterspørgselskurve er udtryk for, at den efterspurgte mængde ikke er ret følsom overfor ændringer i prisen. Fx vil prisstigningen fra den første værdi til den sidste værdi i tabellen på ca. 38,81 kr. (ca. 287 %) kun givet et fald i forbruget på 41 liter eller ca. 26 %. Modsat findes der varer, hvor efterspørgslen er meget følsom, dvs. der skal kun en lille prisændring til at ændre meget i den efterspurgte mængde.

Øvelse 14.31

- Skitsér en efterspørgselskurve, hvor selv ret små prisændringer vil udløse store ændringer i den efterspurgte mængde.
- Kom med eksempler på goder med en stejl efterspørgselskurve.

Til at måle, hvor følsom en ændring i den efterspurgte mængde er overfor en ændring i prisen, anvender økonomer den såkaldte *priselasticitet*. *Priselasticiteten* defineres som den relative ændring i den efterspurgte mængde divideret med den relative ændring i prisen. Når prisen på vand fx hæves fra 26,07 kr. til 30,16 kr., så falder den efterspurgte mængde ifølge tabellen fra 136 liter til 133 liter. Elasticiteten (E) kan da udregnes som:

$$E = \frac{\frac{133 - 136}{136}}{\frac{30,16 - 26,07}{26,07}} = -0,14$$

Resultatet på $-0,14$ kan tolkes således: når prisen stiger med 1 %, så falder den efterspurgte mængde på vand med 0,14 %.

Mere generelt ser formelen således ud:

$$E = \frac{\frac{\Delta m}{m}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{\frac{m_2 - m_1}{m_1}}{\frac{p_2 - p_1}{p_1}}$$

Læg mærke til at begge de relative ændringer er størrelser uden enheder, hvorfor også elasticiteten er en størrelse uden enhed, dvs. en ren talstørrelse. Da de relative ændringer er uforandrede, hvis vi ændrer enheden for prisen eller forbruget gælder det samme for elasticiteten.

Blandt økonomer skelner man mellem tre forskellige typer goder med hensyn til elasticitet:

$E < 1$: Efterspørgslen med hensyn til prisen er elastisk

$E = -1$: Efterspørgslen er neutralelastisk

$-1 < E < 0$: Efterspørgslen er uelastisk

Øvelse 14.32

- Udregn priselasticiteterne for vand i alle intervallerne.
- Afbild i et diagram priselasticiteten som en funktion af prisen.
- Hvad betyder det, at elasticiteten er positiv i et interval?
- Hvorfor er elasticiteten ikke den samme i alle intervaller?

I dit værktøjsprogram kan du finde den bedste rette linje for sammenhængen mellem prisen på vand og den efterspurgte mængde:

$$m = -1,101 \cdot p + 166,41$$

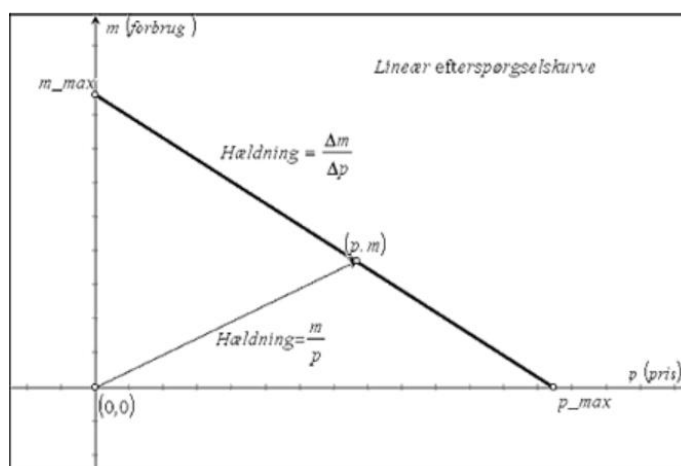
hvor m er mængden af vand der forbruges og p er prisen.

Forklaringsgraden r^2 er på 0,9442.

Vi kan bruge den lineære model til at få et mere udjævnet mål for elasticiteten. Den følgende omskrivning af formlen for elasticiteten er da nyttig:

$$E = \frac{\frac{\Delta m}{m}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{\frac{\Delta m}{m} \cdot \frac{m}{\Delta p}}{\frac{\Delta p}{p} \cdot \frac{m}{\Delta p}} = \frac{\frac{\Delta m}{\Delta p}}{\frac{m}{p}} = \frac{\text{Hældningen langs grafen}}{\text{Hældningen af grafpunktet } (p, m) \text{ set fra } (0,0)}$$

For en aftagende lineær model er der en øvre grænse for forbruget m_{max} (skæring med anden akse) og tilsvarende en øvre grænse for prisen p_{max} (skæring med førsteaksen)



Da hældningen for den rette linje er $-a$ og hældningen for grafpunktet set fra $(0,0)$ er givet ved

$$\frac{m}{p} = \frac{-a \cdot p + b}{p} = \frac{-a \cdot (p - p_{max})}{p}$$

fås det følgende udtryk for priselasticiteten:

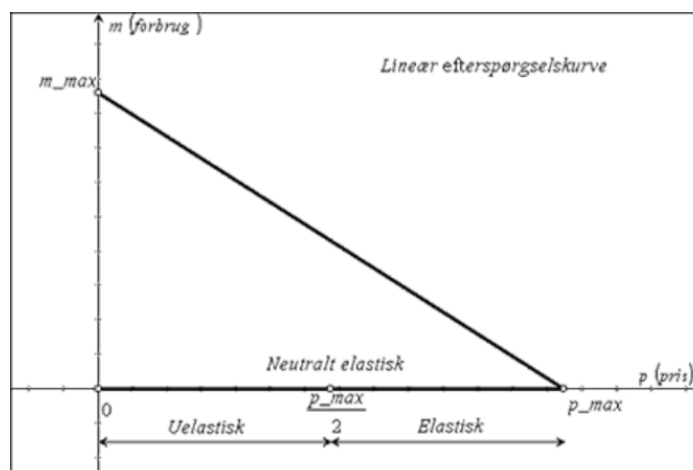
$$E = \frac{\frac{\Delta m}{\Delta p}}{\frac{m}{p}} = \frac{-a}{\frac{-a \cdot (p - p_{max})}{p}} = \frac{p}{p - p_{max}} = \frac{-p}{p_{max} - p}$$

Priselasticiteten afhænger altså alene af det forhold, som prisen deler det maksimale prisstykke i.

Bemærkning: I almindelighed afhænger priselasticiteten både af prisniveauet p og prisændringen Δp . Men netop for den lineære model er hældningen langs grafen konstant, og dermed kommer priselasticiteten udelukkende til at afhænge af prisniveauet. Det er alene udgangsprisen der bestemmer priselasticiteten, ikke størrelsen af prisændringen. Den lineære efterspørgselsmodel er den eneste model med denne egenskab.

Øvelse 14.33

- Hvad er elasticiteten, når prisen er 0?
- Ved hvilken pris og mængde vil elasticiteten for vand være -1 ?
 - Løs fx først ligningen $E = -1$ med hensyn til p .
 - Benyt derefter dette resultat til at bestemme mængden m . Hvor er vi på grafen for efterspørgselskurven?
 - Hvad sker der med priselasticiteten, når vi nærmer os den maksimale pris?
 - Forklar nu opbygningen af den følgende figur



Ud over den lineære model kan man få god indsigt i elasticitetens betydning ved at kigge på en aftagende potensmodel, hvor potensen altså er negativ: $m = b \cdot p^a$. Denne model er bl.a. karakteriseret ved at der hverken er en øvre grænse for pris eller efterspørgsel:

Øvelse 14.34

- a) Plot tabellens data i et diagram med prisen på x-aksen og forbrug ud af y-aksen. Bestem den bedste graf for en potensfunktion, der går gennem datapunkterne. Formulér verbalt hvad den bedste potensgraf viser. Husk at prisen skal være den uafhængige variabel.
- b) Forskriften for den bedste potensfunktion kan også siges at være en model, der beskriver sammenhængen mellem den efterspurgte mængde og prisen. Afprøv modellen under forskellige priser (pris på 0 kroner, pris på 50 kroner, pris på 100 kr.)
- c) Diskutér om potensmodellen er mere realistisk end den lineære model.

Bruger vi potensmodellen er den følgende omskrivning af elasticiteten nyttig;

$$E = \frac{\frac{\Delta m}{m}}{\frac{\Delta p}{p}} = \frac{\frac{m_2 - m_1}{m_1}}{\frac{p_2 - p_1}{p_1}} = \frac{\frac{m_2}{m_1} - 1}{\frac{p_2}{p_1} - 1} = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^a - 1}{\frac{p_2}{p_1} - 1}$$

Priselasticiteten afhænger altså kun af forholdet mellem start- og slutpris! Indfører vi vækstraten r som mål for den procentvise prisstigning fås derfor

$$1 + r = \frac{p_2}{p_1}$$

dvs. priselasticiteten er givet ved

$$E = \frac{(1 + r)^a - 1}{r}$$

Bemærkning: I almindelighed afhænger priselasticiteten både af prisniveauet p og prisændringen Δp . Men netop for potensmodellen afhænger den kun af den relative stigning i procent, ikke af prisniveauet, og dermed kommer priselasticiteten udelukkende til at afhænge af prisstigningen i procent, Potensmodellen for efterspørgselskurven er den eneste model med denne egenskab.

Ydermere kan vi for små prisstigninger finde et overraskende simpelt udtryk for priselasticiteten:

Fra rentesregning ved vi at en kapital, der tilskrives rente n gange har fremskrivningsfaktoren $(1 + r)^n$, der tager højde for rentes rente (efter den første rentetilskrivning trækker renterne også renter ...) Men når rentefoden er lille spiller rentes rente i praksis ingen rolle og vi kan derfor i stedet benytte den primitive fremskrivningsfaktor $(1 + n \cdot r)$ hvor vi har tilskrevet renter til den samme kapital n gange uden at tage hensyn til rentes rente. Når rentefoden er lille gælder altså tilnærmelsen

$$E = \frac{(1 + r)^a - 1}{r} \approx \frac{1 + r \cdot a - 1}{r} = \frac{r \cdot a}{r} = a$$

Hvis prisstigningen er lille er elasticiteten derfor med god tilnærmelse givet ved potensen! På B-niveauet vil vi uddybe betydningen af denne simple sammenhæng, der kun gælder for potensmodeller.

Øvelse 14.35

- Find ved hjælp af potensregression den bedste potensmodel for efterspørgslen af vand som funktion af prisen. Hvad bliver elasticiteten for små prisstigninger?
- Benyt også den lineære model til at finde elasticiteten i 'midten' af datasættet. Brug fx medianpunktet eller middelpunktet for datasættet. Sammenlign med elasticiteten beregnet ud fra potensmodellen.

Praksis

Når efterspørgslen modelleres som en potensfunktion:

$$m = b \cdot p^a$$

så gælder der for små prisstigninger, at eksponenten a med god tilnærmelse er lig med elasticiteten.

I potensmodeller antages altså at elasticiteten $E = a$ er konstant, dvs. uafhængig af prisniveauet over hele intervallet.

For små prisstigninger vil den relative stigning i efterspørgslen derfor være proportional med den relative stigning i prisen:

$$\frac{\Delta m}{m} = E \cdot \frac{\Delta p}{p} \approx a \cdot \frac{\Delta p}{p}$$

Bemærkning: For større prisstigninger burde man bruge den præcise sammenhæng:

$$E = \frac{(1 + r)^a - 1}{r}$$

men i virkelighedens politiske verden ser man typisk bort fra den slags fine detaljer.

Bemærkning: Vi kan nu se at den neutral elastiske efterspørgsel, dvs. $E = -1$, netop svarer til en omvendt proportionalitetsmodel for efterspørgsel $m = \frac{k}{p}$. I en sådan model er produktet af de to variable konstant, dvs. den samlede indtægt er uændret, når vi regulerer på prisen.

Øvelse 14.36

Undersøg nu tilsvarende hvad der sker med den samlede indtægt, hvis elasticiteten er elastisk henholdsvis uelastisk.

Øvelse 14.37

I tabellen nedenfor er vist udvalgte eksempler på priselasticiteter.

- Hvis det antages at elasticiteten er den samme over hele intervallet skal du finde forskriften for efterspørgselskurven for det pågældende gode.
- Diskuter hvilke andre faktorer end prisen, der påvirker elasticitetens størrelse.

Mælk	Coca Cola	Friske tomater	Kokain	Marihuana	Oksekød
-0,49	-1,71	-2,22	-0,28	-0,4	-1,0

Opsamling

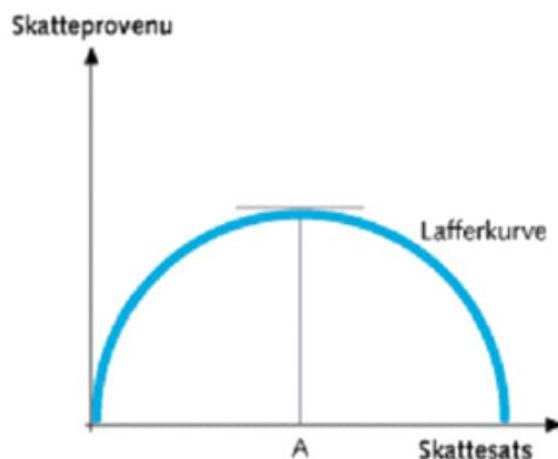
For alle goder med en pris gælder det, at den efterspurgt mængde vil falde jo højere prisen er. Endvidere vil elasticiteten være negativ, dvs. en prisstigning vil medføre en mindre efterspurgt mængde, og et prisfald vil medføre en større efterspurgt mængde.

Disse to lovmæssigheder bruges i forskellige sammenhænge. I det følgende vil vi se på, hvordan afgifter på usunde varer (cigaretter, alkohol, øl, sodavand) kan påvirke efterspørgslen og dermed virke sundhedsfremmende.

14.5.4 Kan afgiftsforhøjelser betale sig?

Som nævnt tidligere har giftskatterne to formål: dels vil politikerne have befolkningen til at ændre adfærd og blive mere sunde, dels vil man gerne have indtægter til statskassen. Disse to hensyn kan være modsatrettede. Afgifterne kan blive så høje, at efterspørgslen nærmer sig 0 – det er godt for sundheden, men modsat vil indtægterne til staten også nærme sig nul. De mistede indtægter skal evt. findes andre steder!

Det forhold at voksende afgifter i procent påvirker adfærden så meget, at indtægterne til staten (provenuet) bliver mindre, inspirerede den amerikanske økonom Arthur Laffer til at postulere den såkaldte Lafferkurve (se figuren), hvor skatten i % er ud af 1. akse og skatteprovenuet (indtægten til staten) er ud af 2. akse.



Som det fremgår af figuren vil en afgiftsstigning op til et bestemt niveau (A) øge indtægten til staten. Når afgiften vokser vil efterspørgslen falde, men indtægten ved den højere afgift vil mere end opveje afgifterne på det mindre forbrug. Bliver afgiften større end A vil afgiftstabet blive større end indtægtstigningen. Et eksempel:

Jens ryger 300 pakker cigaretter om året. Prisen er 32 kroner pr. pakke. Heraf betales ca. 21 kr. i afgifter. Staten tjener med andre ord:

$$21 \text{ kr} \cdot 300 \text{ pakker} = 6300 \text{ kr}$$

Nu pålægges endnu en afgift på 10 kr. pr. pakke svarende til en prisstigning på 31,25 %. Med en priselasticitet på $-0,5$ vil Jens nu ryge 15,625 % mindre, dvs. ca. 47 færre pakker. Efter afgiftsstigningen vil staten få:

$$31 \text{ kr} \cdot 253 \text{ pakker} = 7843 \text{ kr. i kassen}$$

Det giver en gevinst på 1543 kr. eller en selvfinansieringsgrad på $\frac{1543}{987} = 156\%$. De 987 kr. er tabet i afgifter ved, at der sælges 47 færre pakker cigaretter.

Det er klart at priselasticiteten er afgørende for om staten vinder eller taber på en afgiftsforhøjelse.

Øvelse 14.38

- Opskriv en sammenhæng mellem statens gevinst/tab ved en afgiftsforhøjelse og priselasticiteten. Dvs. eksemplet med Jens ovenfor skal generaliseres.
- Hvornår bliver afgiften så høj at staten taber på det?

14.5.5 Indkomstelasticitet

Foruden at operere med priselasticitet opererer man i økonomi også med begrebet indkomstelasticitet, dvs. hvor følsom en ændring i den efterspurgte mængde er overfor en ændring i indkomsten. Altså:

Indkomstændring → Efterspørgselsændring

Indkomstelasticiteten udregnes som den relative ændring i den efterspurgte mængde (m) divideret med den relative ændring i indkomsten (y). Formlen er altså således:

$$E = \frac{\frac{m_2 - m_1}{m_1}}{\frac{y_2 - y_1}{y_1}}$$

Mens priselasticiteten altid er negativ, afhænger fortegnet på indkomstelasticiteten af karakteren af godet. Ved en *nødvendighedsvare* (salt, mælk, kartofler) vil indkomstelasticiteten typisk være mindre end 1, dvs. efterspørgslen vokser mindre end indkomsten, og ved *luksusvarer* vil elasticiteten være 1 eller derover, dvs. forbruget af den pågældende vare vil udgøre en voksende andel af budgettet.

Kun i sjældnere tilfælde kan data om udviklingen i den efterspurgte mængde findes, men udviklingen i forbruget i kroner kan udmærket anvendes som erstatning, som det er tilfældet i tabellen nedenfor.

Øvelse 14.39

Betragt følgende tabel:

	Under 150.000 kr.	150.000-299.999 kr.	300.000-499.999 kr.	500.000-799.999 kr.	800.000 kr. og derover
Indkomst	95.161	217.494	389.609	642.280	1.139.915
Rejser	1.053	2.953	5.140	8.8680	16.587
Biler	2.966	2.548	11.310	21.290	32.841
Cigaretter	1.627	2.463	3.041	3.645	2.978

Forbrug af udvalgte forbrugsgoder opdelt på indkomstintervaller i 2008. Kilde: Statistikbanken, FU5. Indkomsten er den gennemsnitlige indkomst i intervallet.

Tabellen kan hentes i excel-format [her](#).

- Udregn indkomstelasticiteten for de tre goder i tabellen.
- Karakteriser de tre goder om de er nødvendighedsvarer eller luksusvarer.
- Skriv et læserbrev, hvor du argumenterer imod S+SF's forslag om at hæve cigaretafgiften med ca. 17 kr., således en pakke cigaretter kommer til at koste ca. 50 kr. Du skal i din argumentation anvende beregninger på tabellen ovenfor.
- Hvorfor har cigaretter en faldende budgetandel? Hvilke andre variable end indkomst og pris skal der tages højde for til at forklare udviklingen i efterspørgslen efter cigaretter?

14.5.6 Projekt om sundhedsfremme

Introduktion

I nytårstalen 2008 lovede statsminister Anders Fogh Rasmussen (V), at danskernes gennemsnitlige levetid skulle forlænges med 3 år over de næste 10 år. Til at komme med konkrete forslag til at nå målet blev der i januar 2008 nedsat en såkaldt Forebyggelseskommission, som kom med deres færdige rapport i april 2009. Materialet fra kommissionen kan findes [her](#).

I rapporten blev der foreslået indgreb på en række områder, hvor adfærden anses for at være sundhedsskadelig. Konsekvensen heraf er, at samfundet og den enkelte mister leveår, ligesom kvaliteten af leveår bliver dårligere. I denne sammenhæng vil vi alene se på de foreslåede afgiftsændringer på tobak, alkohol, slik, sodavand og fedtholdige varer.

Logikken hos forebyggelseskommissionen er altså følgende:

Afgiftsstigning → Mindre forbrug → Flere og bedre leveår → Færre sundhedsudgifter

Projektoplæg

Forebyggelseskommissionen kom med en række forslag. Vi vil her se nærmere på afgiftsændringer på cigaretter, øl, vin, spiritus og chokolade/slik/sodavand.

Hver gruppe vælger selv eller får tildelt et produkt, og skal besvare følgende for deres produkt(er):

1. Hvordan har forbruget og prisen på varen udviklet sig? Hvordan med statens indtægter? Du kan finde en tabel over statens indtægter ved afgifter [her](#).
2. Redegør for Forebyggelseskommissionens forslag for jeres produkt, herunder baggrund og forudsætninger.
3. Indtast data i et værktøjsprogram og konstruer en efterspørgselskurve.
 - a. Beskriv forløbet af efterspørgselskurven.
 - b. Bestem en forskrift for efterspørgselskurven (prøv jer frem med typen af sammenhæng).
 - c. Og udregn priselasticiteten i et eller flere intervaller.
4. Hvad er effekten af en afgiftsforhøjelse med hensyn til leveår?
5. Hvad er effekten af forslaget med hensyn til statens indtægter?
6. Hvordan blev forslaget modtaget politisk – kommissionens rapport kom d. 21.april 2009 – søg på Infomedia d. 22.april 2009 – søgeord skulle give sig selv!
7. Hvordan vurderer I forslaget? Hvilke andre muligheder end afgiftsforhøjelser findes der til at få befolkningen til at ændre adfærd?

Til besvarelsen anvendes materialet i bilaget, der er klip fra Forebyggelseskommissionens rapport. Desuden kan der søges yderligere materiale på nettet (fx statistikbanken, Kræftens bekæmpelse).

Produktkrav

En skriftlig rapport og / eller en PowerPoint præsentation på ca. 10 minutter, hvor du/I ved hjælp af grafer og beregninger skal overbevise tilhørerne om det ønskelige i afgiftsforhøjelser.

Der kan findes et mere avanceret materiale om sammenhængen mellem pris, efterspørgsel og afgifter på cigaretter [her](#).

Bilag 1: Cigaretter

Næsten alle internationale empiriske undersøgelser peger på en statistisk sammenhæng mellem pris og forbrug af tobak, hvor forbruget falder ved stigende priser. Hvor meget de enkelte borgere ændrer deres forbrug, afhænger af deres prisfølsomhed, som typisk måles ved forbrugets priselasticitet, der angiver den procentvise ændring i forbruget ved en prisstigning på 1 pct.

Skatteministeriet antager normalt i sine beregninger af konsekvenserne af ændringer i tobaksafgiften, at cigaretforbrugets priselasticitet udgør -0,115. Det vil sige, at en prisforøgelse på 10 pct. på cigaretter vil reducere forbruget med godt 1 pct. Denne elasticitet er benyttet i vurderingen af tidligere afgiftsændringer, bl.a. ved nedsættelsen af tobaksafgifterne i forbindelse med ophævelsen af 24-timers reglen i 2003, og har vist sig at forudsige effekten af afgiftsændringer rimelig godt, hvilket bl.a. er blevet bekræftet af analyserne i grænsehandelsrapporterne.

I det forventede scenarie vil en forøgelse af afgiften med 100 pct., svarende til, at cigaretpriserne stiger fra 30 til 51 kr. pr. pakke, reducere forbruget af cigaretter med ca. 650 mio. stk. årligt, svarende til et fald i forbruget på ca. 8 pct. Samtidig reduceres forbruget af røgtobak med ca. 105 mio. gram, jf. tabel 5.8. For at illustrere betydningen af forbrugets prisfølsomhed er virkningen på forbruget ved en afgiftsstigning til 51 kr. opgjort i begge scenarier i tabel 5.9.

En prisstigning til gennemsnitligt 148 kr. ligger langt ud over, hvad der normalt regnes på, da der hverken nationalt eller internationalt er erfaringer med prisstigninger i denne størrelsesorden. Beregningerne er derfor behæftet med stor usikkerhed, og kan derfor udelukkende opfattes som meget løse skøn over de mulige virkninger af en sådan prisstigning. Da gevinsten ved grænsehandel og illegal handel er voldsomt stor ved en pris på 148 kr., er det er forudsat, at der vil ske et dramatisk boom i denne handel, som det var tilfældet i fx Storbritannien, jf. boks 5.5 nedenfor. Det vil betyde at prisen på illegale og grænsehandlede cigaretter solgt i Danmark vil ligge langt under de 148 kr., og skønsmæssigt på et niveau omkring det halve af den officielle pris. Der vil således være et meget stort incitament til at grænsehandle cigaretter eller købe dem illegalt, hvorfor salget af afgiftspligtige cigaretter købt i Danmark formentligt vil falde markant.

En forhøjelse af afgiften på tobak vil - afhængig af ændringens størrelse og den antagne priselasticitet – reducere forbruget. Sættes afgiften markant op, øges risikoen for omfattende grænsehandel og illegal handel, hvorfor der er en øvre grænse for, hvor højt den bør sættes op.

Kommissionens analyse viser, at en fordobling af de nuværende afgifter svarende til en gennemsnitlig pris på ca. 50 kr. for 20 cigaretter i det forventede scenarie vil reducere det samlede tobaksforbrug med omkring 8 pct. med en markant positiv sundhedseffekt til følge. En 8 pct. reduktion i det samlede tobaksforbrug kan beregnes til at svare til, at ca. 28.000 rygere stopper med at ryge og 37.000 går fra at være stor- til at være smårygere. En sådan reduktion i det samlede tobaksforbrug betyder, at den samlede befolkningen vinder over 10.000 leveår over de næste 10 år, og at middellevetiden vil være ca. 0,06 år længere om 10 år, hvilket er mindre end en måned.

Bilag2: Øl

I det følgende beskrives virkningerne af forøgelser af afgifterne på øl med 10, 20, 30, 100 og godt 600 pct. Det svarer til, at prisen på en alm. pilsner øl stiger med mellem 10 øre og knap 6 kr. fra en gennemsnitlig pris på 3,60 kr. En stigning i prisen på ca. 6 kr. vil betyde, at det danske prisniveau bliver tilsvarende det norske prisniveau.

I beregningerne er det antaget, at ølforbrugets egenpriselasticitet i de tre forskellige scenarier er som angivet i tabel 1. Omfanget af grænsehandel og illegal handel antages at afhænge lineært af prisforskellene mellem Danmark og udlandet.

I det forventede scenarie vil en forøgelse af afgiften på 100 pct. svarende til, at ølpriserne stiger fra 3,60 kr. til 4,50 kr., reducere forbruget af øl med omkring 33 mio. liter pilsner ækvivalenter årligt, svarende til et fald på ca. 6 pct., jf. tabel 5.23. For at illustrere betydningen af forbrugets prisfølsomhed, er virkningen på forbruget ved en afgiftsstigning på 100 pct. opgjort i alle tre scenarier i tabel 5.24.

Bilag3: Vin

I det følgende beskrives virkningerne af forøgelser af afgifterne på vin med mellem 10 og godt 600 pct. Det svarer til, at prisen på en gennemsnitlig flaske vin stiger med mellem 50 øre og 35 kr. fra en gennemsnitlig pris på 30 kr. Den højeste afgiftsstigning svarer til, at prisen i Danmark forøges til norsk niveau.

Bilag 4: Spiritus

I det følgende beskrives virkningerne af forøgelser af afgifterne på spiritus på mellem 10 og 167 pct. Det svarer til, at prisen på en gennemsnitlig flaske spiritus stiger med mellem 5 kr. og knapt 90 kr. fra en gennemsnitlig pris på 95 kr. En pris på godt 180 kr. svarer til det norske prisniveau.

En fordobling af spiritusafgiften vil forøge spirituspriserne fra 95 kr. til 147,50 kr. for en gennemsnitlig flaske spiritus. I det forventelige scenarie vil det betyde en reduktion af forbruget af spiritus med ca. 3,4 mio. liter (40 pct. vol.) årligt, svarende til et fald på godt 15 pct., jf. tabel 5.31. Ændringerne i de øvrige scenarier er illustreret i tabel 11 for en afgiftsforhøjelse på 100 pct.

Konklusion

Der er en række gevinster ved at reducere danskernes indtag af alkohol. Det er de direkte sundhedsmæssige gevinster for den enkelte, som der er fokus på i denne analyse, men derudover er der en række indirekte gevinster i form af færre trafikulykker, tvangsfjernelser af børn, voldsepisoder mm.

Som det fremgår, påvirker øgede afgifter alkoholforbruget. Afgifterne er dog upræcise og rammer mange med et almindeligt alkoholforbrug. En fordobling af afgiften på øl, vin og spiritus vurderes at reducere det samlede forbrug af alkohol med 4 mio. liter svarende til knap 7 pct. Det er beregnet, at en sådan stigning kan svare til at få godt 40.000 nuværende storforbrugere til at reducere deres forbrug til under genstandsgrænserne.

En 0-årig, der påvirkes af afgiftsstigningerne igennem hele livet, forventes at kunne leve mellem 0,025 og 0,112 år længere, hvis afgifterne forhøjes med 100 pct., i forhold til en situation uden denne afgiftsforhøjelse.

Det er vanskeligt præcist at forudsige, hvordan de sundhedsmæssige effekter vil fordele sig på indkomstgrupper ud fra forbruget af alkohol i kroner. Ses der i stedet på køn og uddannelseslængde gælder det for mænd, at andelen der drikker mere end genstandsgrænsen, er størst blandt personer med en mellemlang uddannelse, mens andelen er lavest blandt personer med en kort uddannelse.

Bilag 5: Sukker, sodavand og chokolade

I tabel 5.48 er vist en række virkninger af ændringer i chokolade- og sukkerafgiften i forhold til det nuværende niveau på 14,20 kr. pr. kg. Ud fra et sundhedsmæssigt perspektiv vil en eventuel ændring af afgiften skulle bestå i en forøgelse af afgiften.

En forøgelse af chokolade- og sukkerafgiften med 113 pct., hvilket ved fuld prisovervæltning vil øge prisen med 20 kr. pr. kg, vil eksempelvis reducere det samlede danske forbrug af chokolade og sukkervarer med 7,1 mio. kg fra 106 til 99 mio. kg, svarende til ca. 7 pct., jf. tabel 5.48. Ændring i forbruget sker som følge af et fald i det lovlige salg i Danmark på 11,6 mio. kg svarende til ca. 12 pct., en stigning i grænsehandlen på 2,2 mio. kg svarende til en forøgelse på godt 1/3 samt en stigning i det ulovlige salg i Danmark på 2,2 mio. kg, hvilket næsten vil være en fordobling. Derudover reduceres udlændinges køb af chokolade og sukkervarer i Danmark med 0,2 mio. kg svarende til ca. 10 pct.

En forhøjelse af afgiften med 110 pct. svarende til en forhøjelse på 1 kr. pr. liter vil slå igennem på de danske priser med en forhøjelse på 1,25 kr. pr. liter, idet der oveni afgiften skal tillægges moms. Det svarer til en prisforøgelse på knap 19 pct., hvilket vil indebære en reduktion af det danske forbrug med 31,9 mio. liter eller knap 6 pct. under forudsætningerne beskrevet i afsnit 2.

Afgiftsstigningen forventes at medføre en nedgang i det afgiftspligtige salg i Danmark fra 470 til 404 mio. liter, svarende til et fald på ca. 65 mio. liter og derved godt dobbelt så stort som reduktionen i forbruget. Det skyldes, at omfanget af grænsehandel og illegal handel øges forventes øget betragteligt, jf. tabel 5.52.

Konklusion

Afgiftsstigninger er, som det fremgår af analysen, et egnet middel til at reducere forbruget af både chokolade- og sukkervarer og sodavand. En kost med et stort indhold af sukker kan føre til en positiv energibalance og dermed øge risikoen for udvikling af svær overvægt. Svær overvægt er den vigtigste kendte årsag til udvikling af type 2-diabetes og hjerte-kar-sygdomme og en stærkt medvirkende årsag til udvikling af lidelser i hofter og knæ. Et overdrevent sukkerindtag kan dermed være en indirekte risikofaktor for udvikling af en række livsstilssygdomme. Særligt et stort indtag af sukker fra drikkevarer kan føre til vægtøgning. Jf. kapitel 3 indtager 64 pct. af danske børn og 36 pct. af de voksne (15-75 år) dagligt mere sukker end de officielle anbefalinger.

Kommissionens analyse viser, at en forøgelse af stykafgiften med 113 pct. på chokolade- og sukkervarer (svarende til en prisstigning på 20 kr. pr. kg) vil reducere det samlede forbrug med ca. 7 mio. kg svarende 7 pct. Analysen viser endvidere, at en forøgelse af stykafgiften med 110 pct. på sodavand (svarende til en

Hvad er matematik? 1

ISBN 9788770668279

Studieretningskapitel 14: Fagligt samarbejde – matematik og samfundsfag

Af *Christina Blach Hansen* og *Per Henriksen*


Uddannelse
EGMONT

prisstigning på 8 kr. pr. liter) vil reducere det samlede forbrug med 32 mio. liter eller knap 6 pct. Begge tiltag vil således reducere det samlede sukkerforbrug markant med en forventelig positiv sundhedseffekt til følge.