

## Projekt 5.3. Kropsvægt og andre biologiske størrelser hos pattedyr

(Projektet er en let bearbejdelse af et materiale, der indgår i *Væksthæftet*, udgivet af matematiklærerforeningen, og som er stillet til rådighed af lektor Thomas Vils, Københavns Universitet.

Projektet kan gennemføres som et miniprojekt ved blot at vælge en af øvelserne. Projektet kan erstatte en klassegennemgang af afsnit 5.3 om potensregression. Projektet kan også gennemføres i et samarbejde med biologi og / eller engelsk, idet der i del 2 ligger en række engelsksprogede tekster, fx om Jonathan Swifts roman om Gulliver i Lilleputternes verden).

### 1. del

Jo større et pattedyr er, jo større vil vi forvente at dets blodmængde, stofskifte og skeletvægt er. I de følgende tre øvelser skal vi dog se, at der er stor forskel på, hvordan disse tre størrelser vokser med pattedyrets vægt.

#### Øvelse 1 Blodmængde og kropsvægt for pattedyr

I følgende skema er angivet typiske værdier af kropsvægt og blodmængde for en række pattedyr:

Dyr	Mus	Rotte	Kat	Hund	Ged	Menneske	Hest	Elefant (indisk)
Vægt (kg)	0.03	0.3	4.5	14	45	70	500	4000
Blodmængde (liter)	0.0023	0.02	0.3	1.2	3	5	40	300

- En god måde at få overblik over et datasæt er ved at lægge dem ind i et regneark eller ind i lister i et værktøjsprogram. Gør dette med målingerne af *blodmængde og kropsvægt* og få regnearket eller værktøjsprogrammet til at hjælpe med udregningerne i det følgende.
- Afsæt målingerne i et koordinatsystem med kropsvægten i kg ud ad førsteaksen og blodmængden i liter ud ad andenaksen. (Med mindre du har et meget stort stykke papir, kan det være en idé at udelade elefanten). Ser det ud til, at blodmængden er proportional med kropsvægten, dvs. at der "hører en fast blodmængde til hvert kg kropsvægt"?
- En anden måde, hvorpå man kan undersøge, om der er proportionalitet, består i at udregne forholdet mellem blodmængde og kropsvægt for hvert dyr. Hvis der er proportionalitet, så skulle dette forhold være nogenlunde konstant. Udregn for hvert dyr forholdet mellem blodmængde og kropsvægt, dvs. hvor mange liter blod der er pr. kg kropsvægt. Angiv disse tal i nederste række i skemaet.

Dyr	Mus	Rotte	Kat	Hund	Ged	Menneske	Hest	Elefant (indisk)
Vægt (kg)	0.03	0.3	4.5	14	45	70	500	4000
Blodmængde (liter)	0.0023	0.02	0.3	1.2	3	5	40	300
Liter blod pr. kg								

Hvad kan du konkludere?

- Hvis et dyr vejer 3 gange så meget som et andet dyr, hvilket forhold vil man så forvente mellem deres blodmængder?
- Tegn den rette linje gennem (0, 0), der ser ud til at passe bedst med målingerne. Er der god overensstemmelse mellem linjen og målepunkterne?
- Vi betegner kropsvægten målt i kg med  $K$  og blodmængden målt i liter med  $B$ . Benyt linjen tegnet i e) til at bestemme et tal  $a$ , så der med god tilnærmelse gælder:

$$B = a \cdot K$$

Hvilken sammenhæng er der nogenlunde mellem tallet  $a$  og de forhold mellem blodmængde og kropsvægt, som du udregnede i b)?

- Hvor mange liter blod vil man forvente i en gris på 100 kg?
- Hvilken kropsvægt vil man forvente for en hamster med en blodmængde på 7.25 ml?

- i) De fleste regneark og værktøjsprogrammer har en indbygget funktion, der kan finde den rette linje gennem  $(0, 0)$ , der passer bedst med en række målinger – dvs den bedste proportionalitet. Benyt denne funktion til at bestemme tallet  $a$ , så der med god tilnærmelse gælder:  $B = a \cdot K$  Sammenlign med den værdi af  $a$ , du fandt i f).

Skriv en samlet konklusion på din modellering af datamaterialet.

### Øvelse 2 Stofskifte og kropsvægt hos pattedyr

I følgende skema er angivet typiske værdier af kropsvægt (i kg) og stofskifte (som måles som det antal liter ilt, der forbrændes i timen) for forskellige pattedyr.

Dyr	Vampyr-flagermus	Ørkenræv	Næse-bjørn	Hyæne	Kænguru	Jordsvin
Kropps-vægt (kg)	0.029	1.1	3.9	7.0	33	48
Stofskifte (l. ilt pr. time)	0.027	0.4	1.0	2.2	5.8	6.0

- a) En god måde at få overblik over et datasæt er ved at lægge dem ind i et regneark eller ind i lister i et værktøjsprogram. Gør dette med målingerne af *stofskifte og kropsvægt* og få regnearket eller værktøjsprogrammet til at hjælpe med udregningerne i det følgende.
- b) Afsæt målingerne i et koordinatsystem med kropsvægten ud ad førsteaksen og stofskiftet ud ad andenaksen. Ser det ud til, at stofskiftet er proportionalt med kropsvægten, dvs. at der "hører et fast stofskifte til hvert kg kropsvægt"?
- c) En anden måde, hvorpå man kan undersøge, om der er proportionalitet, består i at udregne forholdet mellem stofskifte og kropsvægt for hvert dyr. Hvis der er proportionalitet, så skulle dette forhold være nogenlunde konstant. Udregn for hvert dyr forholdet mellem stofskifte og kropsvægt, og angiv disse tal i nederste række i skemaet.

Dyr	Vampyr-flagermus	Ørkenræv	Næse-bjørn	Hyæne	Kænguru	Jordsvin
Kropps-vægt (kg)	0.029	1.1	3.9	7.0	33	48
Stofskifte (l. ilt pr. time)	0.027	0.4	1.0	2.2	5.8	6.0
$\frac{\text{Stofskifte}}{\text{Kropps-vægt}}$						

Ser dette forhold ud til at være nogenlunde konstant? Hvis ikke, vokser eller aftager forholdet, når kropsvægten vokser?

- d) Lad  $K$  betegne kropsvægten målt i kg og  $S$  stofskiftet målt i liter ilt pr. time. Udregn for hvert dyr størrelsen:

$$\frac{S}{K^{0.75}}$$

og angiv disse tal i nederste række i skemaet.

Dyr	Vampyr-flagermus	Ørkenræv	Næse-bjørn	Hyæne	Kænguru	Jordsvin
Kropps-vægt (kg)	0.029	1.1	3.9	7.0	33	48
Stofskifte (l. ilt pr. time)	0.027	0.4	1.0	2.2	5.8	6.0
$\frac{S}{K^{0.75}}$						

Ser dette forhold ud til at være nogenlunde konstant?

- e) Tag gennemsnittet af tallene i nederste række i skemaet i d), og lad  $b$  være lig med dette gennemsnit. Indsæt den fundne værdi af  $b$  i udtrykket:

$$S = b \cdot K^{0.75}$$

og tegn grafen for denne funktion i det koordinatsystem, hvor du har afsat målingerne. Er der god overensstemmelse mellem grafen og målepunkterne? (Hvis projektet gennemføres i et samarbejde med biologi, så søg en mulig biologisk forklaring på dette fænomen).

- f) Hvis et dyr er dobbelt så tungt som et andet, hvor mange gange større er dets stofskifte så?  
 g) Hvilket stofskifte vil man forvente for et menneske på  $K = 70$  kg?  
 h) Det oplyses, at et dyrs stofskifte er 3.4 liter ilt pr. time. Hvilken kropsvægt vil du forvente for dyret?  
 i) I bogen "Gullivers rejse" af Jonathan Swift er Gulliver 12 gange større end lilleputterne i hver af de tre dimensioner (højde, bredde og tykkelse). Derfor besluttede lilleputternes kejser, at der til hvert måltid skulle serveres  $12^3 = 1728$  portioner (i lilleput-størrelse) for Gulliver. Kan du ved at benytte konklusionerne i denne øvelse komme med et bedre forslag til antallet af portioner?  
 j) Kan du se, hvordan følgende sætning afspejler konklusionerne i denne øvelse?

"Hvis stofskiftet var proportionalt med kropsvægten, så ville en ko være kogende på overfladen eller en mus være nødt til at have en 20 cm tyk pels for at holde sig varm"

- k) Benyt potensregression eller et dobbeltlogaritmisk koordinatsystem til at afgøre, om målingerne stemmer overens med potens vækst.

Skriv en samlet konklusion på din modellering af datamaterialet

### Øvelse 3 Skeletvægt og kropsvægt hos pattedyr

I følgende skema er angivet typiske værdier af kropsvægt og skeletvægt i kg for forskellige pattedyr.

Dyr	Spidsmus	Kat	Menneske	Hest	Elefant
Kropps-vægt (kg)	0.008	5	60	600	7000
Skeletvægt (kg)	0.0003	0.35	5	60	900

- a) En god måde at få overblik over et datasæt er ved at lægge dem ind i et regneark eller ind i lister i et værktøjsprogram. Gør dette med målingerne af *stofskifte og kropps-vægt* og få regnearket eller værktøjsprogrammet til at hjælpe med udregningerne i det følgende.  
 b) Afsæt målingerne i et koordinatsystem med kropps-vægten ud ad førsteaksen og skeletvægten ud ad andenaksen. Beskriv med dine egne ord det grafiske forløb  
 c) Udregn for hvert dyr forholdet mellem skeletvægt og kropps-vægt, og angiv disse tal i nederste række i skemaet.

Dyr	Spidsmus	Kat	Menneske	Hest	Elefant
Kropps-vægt (kg)	0.008	5	60	600	7000
Skeletvægt (kg)	0.0003	0.35	5	60	900
Skeletvægt Kropps-vægt					

Ser dette forhold ud til at være nogenlunde konstant? Hvis ikke, vokser eller aftager forholdet når kropps-vægten vokser?

- d) Lad  $K$  betegne kropps-vægten målt i kg og  $S$  skeletvægten målt i kg. Udregn for hvert dyr størrelsen:

$$\frac{S}{K^{1.09}}$$

og angiv disse tal i nederste række i skemaet:

Dyr	Spidsmus	Kat	Menneske	Hest	Elefant
Kropps vægt (kg)	0.008	5	60	600	7000
Skelet vægt (kg)	0.0003	0.35	5	60	900
$\frac{S}{K^{1.09}}$					

Ser dette forhold ud til at være nogenlunde konstant?

- e) Tag gennemsnittet af tallene i nederste række i skemaet i d), og lad  $b$  være lig med dette gennemsnit. Indsæt den fundne værdi af  $b$  i udtrykket

$$S = b \cdot K^{1.09}$$

og benyt dette til at beregne forventede værdier af  $S$  for hvert af dyrene. Hvordan stemmer disse forventede værdier med målingerne?

- f) Benyt potensregression eller et dobbeltlogaritmisk koordinatsystem til at afgøre, om målingerne stemmer overens med potens vækst. Sammenlign de fundne konstanter med resultatet i e)
- g) Hvis et dyr er dobbelt så tungt som et andet, hvor mange gange tungere er dets skelet så?
- h) Så vidt vides, er *Baluchiterium*, der var i familie med næsehornet og havde en kropps vægt på ca. 30 tons, det største pattedyr, der nogensinde har levet. Benyt formelen i e) eller f)n til at vurdere dets skelet vægt. Hvor stor en del af dets vægt udgjorde skelettet?
- i) Det oplyses, at et dyrs skelet vægt er 10 kg. Hvilken kropps vægt vil du forvente for dette dyr?

Skriv en samlet konklusion på din modellering af datamaterialet

## 2. del

I et samarbejde med engelsk og / eller med biologi kan inddrages læsning af materialer fra følgende sider:

<http://www.dinosaurtheory.com/links.html>

[http://www.lightandmatter.com/html\\_books/lm/ch01/ch01.html#hw:jelly-beans](http://www.lightandmatter.com/html_books/lm/ch01/ch01.html#hw:jelly-beans)

<http://www.av8n.com/physics/scaling.htm>

Ikke mindst den første site indeholder et meget omfattende materiale. Det er meget velskrevet og inspirerende, og kan danne grundlag for elevforedrag, rapporter og indgå i at-forløb.