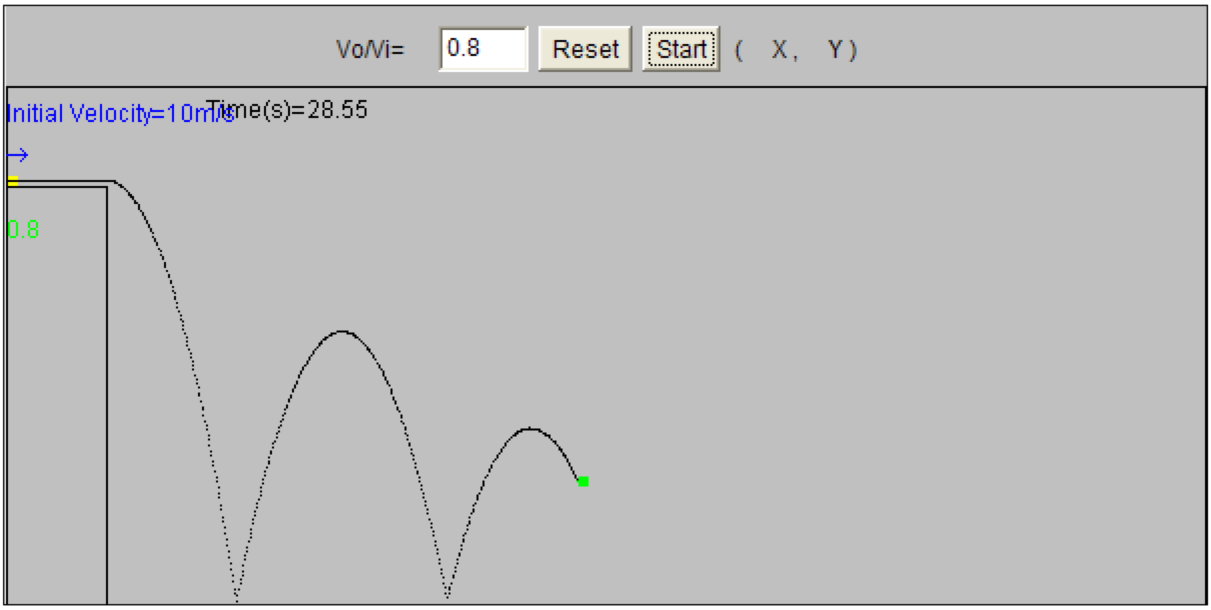
Projekt 3.4 Den hoppende bold - Leg med uendelighed. Simulering og teori.

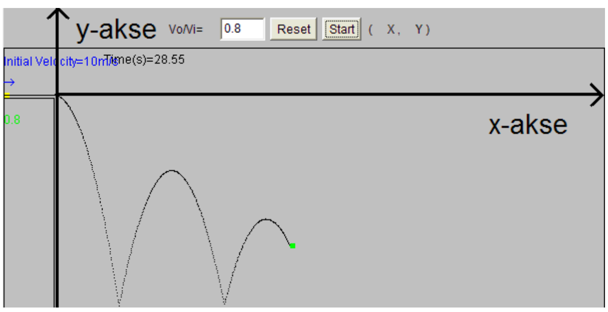
Simulering og teoretiske undersøgelse

Hvis du lader en bold falde fra en vis højde (faldhøjden) mod et fast underlag, vil den hoppe op igen til en ny noget mindre højde (hoppehøjden). Formålet med dette eksperimentelle projekt er at undersøge sammenhængen mellem faldhøjde og hoppehøjde. Vi benytter en simulering,hvor vi dels kan variere faldhøjden, dvs. højden af skabet som bolden ruller ud fra, dels den vandrette udgangshastighed som vi faktisk vil ignorere, samt endelig restitutionskoefficienten som er forholdet mellem den hastighed bolden rammer gulvet med og den hastighed bolden springer op med. Der findes på nettet mange versioner af dette, mange filmstumper med sådanne simuleringer, og mange opskrifter på, hvordan man selv kan konstruere en simulering. Når du søger, så søg evt efter *Bouncing Ball*. Du kan vælge at hente en færdig simulering, men det er en god og ikke særlig svær programmeringsøvelse selv at konstruere en simulering af den hoppende bold.



a) Hvor højt hopper en bold?

Lad bolden falde fra forskellige højder, og mål i hvert tilfælde hoppehøjden.
I kan fx gøre det ved at ændre højden på skabet fra gang til gang ved at trække skabet op eller ned med musen. Når bolden har gennemført ét hop kan man stoppe det ved at klikke med musen og aflæse koordinater. Læg mærke til at udgangspunktet for boldens fald er (0,0), svarende til den følgende placering af et koordinatsystem:

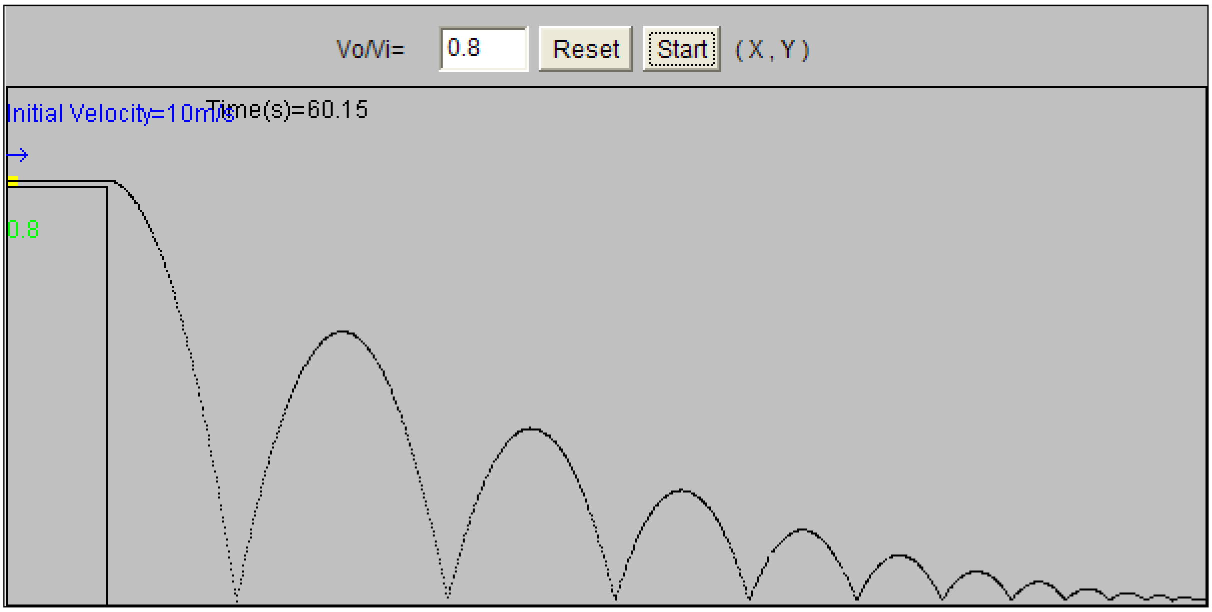


Indskriv resultaterne i en tabel, og undersøg om der er en simpel sammenhæng mellem faldhøjde og hoppehøjde.
Hvilken type sammenhæng er der tale om?
Når I har fundet en sådan sammenhæng, kan I tjekke sammenhængen med et residualplot for den teoretiske sammenhæng eller ved at beregne en tabel med teoretiske hoppehøjder og sammenligne tabellen med de eksperimentelt fundne hoppehøjder.

b) Hvilket rumligt mønster følger en hoppende bold?

*Ifølge Galileis uafhængighedsprincip vil en hoppende bold følge et bestemt mønster i **lodret retning**, der er helt uafhængigt af boldens **vandrette bevægelse**. I det følgende ignorerer vi derfor den vandrette bevægelse. Når vi aflæser x-koordinaten tolker vi den i stedet som en tid, idet den vandrette strækning og tiden er ligefrem proportionale.*

Sørg nu, for at I lader bolden falde fra én bestemt højde, og at I lader den fortsætte med at hoppe op og ned. Sørg for at I kan se 10 hop (dvs. brug en passende lille vandret udgangshastighed). Mål højderne for de første 10 hop.



Indskriv resultaterne i en tabel, og undersøg om der er en simpel sammenhæng mellem hopnummeret og højden for det pågældende hop.
Hvilken type sammenhæng er der tale om?

Overvej dernæst hvordan den fundne sammenhæng fra spørgsmål a) passer med sammenhængen mellem hopnummeret og hoppehøjden. Brug fx resultatet fra a) til at forudsige, hvor højt bolden vil hoppe op de første ti gange. Opstil en tabel over den teoretiske sammenhæng mellem hopnummeret *n* og hoppehøjden *h,* dvs. den højde, bolden hopper op til ved det n'te hop. Hvilken type sammenhæng er der tale om?

Når I har fundet en sådan teoretisk sammenhæng, kan I fx tjekke sammenhængen med et residualplot for den teoretiske sammenhæng.

c) Hvilket tidsligt mønster følger en hoppende bold?

Aflæs nu i stedet *x*-koordinaterne for stødpunkterne hørende til de ti hop (dvs. de punkter, hvor bolden rammer gulvet) og benyt disse til at konstruere en tabel over de **tidsrum**, der medgår til de enkelte hop. Indskriv resultaterne i en tabel, og undersøg om der er en simpel sammenhæng mellem hopnummeret og den tid det pågældende hop tager.
Hvilken type sammenhæng er der tale om?

Benyt tilsvarende resultatet fra a) til at forudsige, hvor lang *tid* bolden er om at hoppe op og ned de første fem gange (vink: Benyt faldloven). Opstil en tabel over sammenhængen mellem hopnummeret *n* og hoppetiden *t,* dvs. den tid, bolden er om at hoppe op og falde ned i det n'te hop. Hvilken type sammenhæng er der tale om?

ISBN 9788770668279

d) Hvor langt bevæger bolden sig i alt lodret op og ned?

Hvis I lader bolden hoppe lodret én gang, hvor langt vil den da have bevæget sig i alt? (Præciser først, hvad I mener med, at bolden hopper »én gang«!)
Hvor langt vil bolden bevæge sig i løbet af 5 hop?
Hvor langt vil bolden bevæge sig alt i alt i lodret retning, hvis den får lov til at blive ved med at hoppe?

Vink: Formuler opgaven, så du kan bruge sumformlen $\sum_{i=0}^{\infty} b \cdot a^i = \frac{b}{1-a}$

e) Hvor lang tid hopper bolden i alt?

Hvis I lader bolden hoppe lodret op og ned fra en bestemt højde, vil bolden da ifølge jeres model holde op med at hoppe efter et vist antal gange eller vil den i teorien hoppe op og ned uendeligt mange gange? Overvej herefter om bolden vil holde op med at hoppe efter et vist tidsrum eller om den i teorien vil blive ved med at hoppe i uendelig lang tid? Prøv at begrunde jeres svar!

f) Hvilket mønster følger en hoppende bold som funktion af tiden?

Opstil en tabel over sammenhængen mellem de ti første **tidspunkter**, hvor bolden er hoppet helt op, og den tilhørende **hoppehøjde**, idet vi som sædvanlig lader bolden hoppe lodret op og ned fra en bestemt højde. Denne gang ser vi altså på hoppehøjden som funktion af tiden i stedet for som før, hvor vi lod den være en funktion af hopnummeret.

Indskriv resultaterne i en tabel, og undersøg om der er en simpel sammenhæng mellem hopnummeret og højden for det pågældende hop.
Hvilken type sammenhæng er der tale om?
Hvordan kan man benytte denne sammenhæng til at finde den samlede tid, som bolden hopper op og ned i?