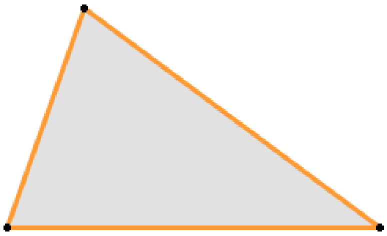
ISBN 9788770668279

Projekt 1.7 Spaghettimatematik – en eksperimentel undersøgelse af trekantsuligheder

Brækker man et stykke spaghetti i tre stykker kan man med lidt held samle dem til en trekant.



Øvelse 1:
Eksperimentér med at brække et stykke spaghetti over i tre stykker, der kan samles til en trekant, henholdsvis tre stykker, der ikke kan. Overvej, hvilke betingelser de tre stykker skal opfylde for at det kan lade sig gøre at samle dem til en trekant.

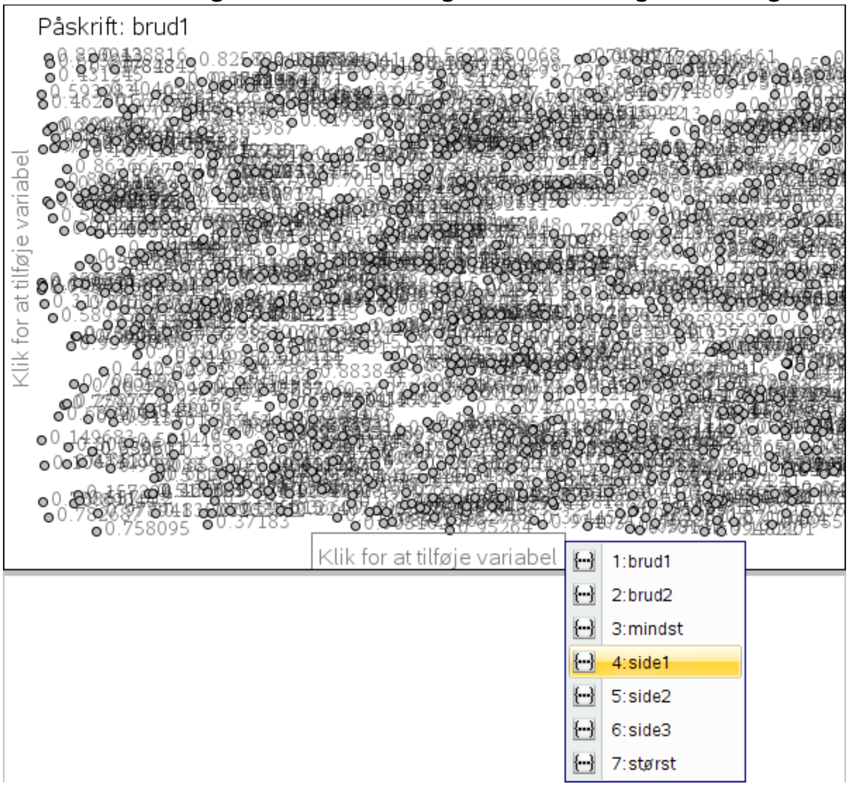
Øvelse 2:
Vi vil nu brække et stykke spaghetti i tre tilfældige stykker. Overvej, hvad der kan menes med det? Brækker vi nu tusinde stykker spaghetti, hvis en brøkdel af dem kunne samles til en trekant, mens resten ikke kan. Vi ønsker at finde ud af hvor stor en brøkdel, der er tale om. Prøv at komme med et bud.
Da vi i praksis ikke kan nå at brække tusinde spaghettistykker i tre stykker indenfor en rimelig tid vil vi i stedet simulere det på en computer. Vi skal da have standardiseret et stykke spaghetti og bruger derfor spaghettistykkets længde som enhed, dvs. tilskriver stykket længden 1. De to brudsteder vil vi repræsentere ved to tilfældige tal mellem 0 og 1.
Vi vil altså nu fremstille en simulering af 1000 spaghettistykker, der er knækket i tre tilfældige stykker. Det gør vi på den måde, at vi først får vores regneark til at vælge 1000 tilfældige tal mellem 0 og 1, som svarer til det første brudsted og dernæst får regnearket til at vælge 1000 tilfældige tal, mellem 0 og 1 som repræsenterer det andet brudsted.
Vi åbner derfor lister og regneark-værkstedet og indskriver navnene for de variable i øverste række. Listen over det første brudsted findes da ved hjælp af kommandoen rand(1000), som indskrives i formelfeltet ♦ lige neden under navnefeltet.

	A brud1	B brud2	C mindst	D størst	E side1	F side2	G side3
♦	=rand(100						
1	0.78306						
2	0.728228						
3	0.517898						
4	0.712745						
5	0.840404						
6	0.249024						
7	0.11432						
8	0.056102						
9	0.157652						
10	0.339933						

Når vi først har frembragt listerne med de tilfældige brudsteder, kan vi fx lade regnearket finde det mindste brudsted og det største brudsted og de tre trekantsider side1, side2 og side3.

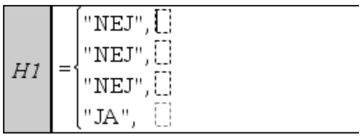
ISBN 9788770668279

Øvelse 3:
Konstruer et punktplot, der vise sammenhængen mellem to af siderne i trekanten: side1 og side2. Du kan fx åbne et **data og statistik**-værksted og afsætte side 1 langs førsteaksen og side 2 langs andenaksen.



Hvilket område i koordinatsystemet udfyldes af dette punktplot? Forestil dig, at vi afbillede (side1, side2) for uendeligt mange spaghettistykker på denne måde som punkter i første kvadrant: Hvilken geometrisk figur ville dermed blive udfyldt? Angiv ligningerne for de linjer, der afgrænser figuren. Indsæt også linjerne i dit diagram. Kan du gøre rede for hvorfor disse linjer må få netop disse ligninger?

Øvelse 4:
Tilføje nu en liste **trekant**, der udregner betingelsen for om de tre sider udspænder en trekant. Det gøres nemmest med en cellekommando, hvor du indsætter en betinget-kommando med fire betingelser (idet hver af siderne skal opfylde en betingelse og der skal være en sidste udvej, som siger at trekanten er OK). Du finder betinget-kommandoen i Matematikskabeloner i venstre sidepanel (se figuren næste side).
Cellkommandoen kommer da til at se således ud:

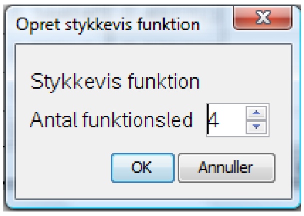


I den øverste betingelse skal du skrive betingelsen for at den første side er for stor. Du refererer til den første side ved at pege på den med musen og taste ENTER, dvs. du peger på cellen E1. Tilsvarende referer du til de to andre sider ved at pege på cellerne F1 og G1. Den sidste betingelse skal ikke udfyldes. Hvis de tre første betingelser ikke er opfyldt vælger programmet nemlig automatisk den fjerde værdi, dvs. i dette tilfælde "JA".

ISBN 9788770668279

		B brud2	C mindst	D størst	E side1	F side2	G side3	H trekant
♦	0	=rand(100	=min(brud	=max(bru(	=mindst	=størst−m	=1−størst	
1	6	0.815899	0.78306	0.815899	0.78306	0.032839	0.184101	J",e1>= J", J", ",
2	8	0.656817	0.656817	0.728228	0.656817	0.071411	0.271772	
3	8	0.413531	0.413531	0.517898	0.413531	0.104367	0.482102	
4	5	0.351001	0.351001	0.712745	0.351001	0.361744	0.287255	
5	4	0.706039	0.706039	0.840404	0.706039	0.134365	0.159596	
6	4	0.081555	0.081555	0.249024	0.081555	0.167468	0.750976	
7	2	0.416868	0.11432	0.416868	0.11432	0.302549	0.583132	

H1 = { "NEJ", e1>=
"NEJ",
"NEJ",
"JA", }



Når celleformlen er på plads og du har tjekket at den virker skal den overføres til de resterende 999 celler. Det sker nemmest ved at højreklikke i formlen og vælge **Udfyld nedad**.
Du har nu frembragt en liste, der viser hvilke kombinationer, der fører til en trekant, og hvilke, der ikke gør. Afbild nu denne liste i et cirkeldiagram, så man kan få et skøn over hvor stor en brøkdel, der fører til en trekant. Du åbner derfor et **Data og statistik**-værksted og afbilder variablen trekant på førsteaksen. Det åbner for et prikdiagram, der efterfølgende kan omdannes til et cirkeldiagram ved at højreklikke i grafrummet.

Øvelse 5:
Hvor ligger de kombinationer, der fører til en trekant, i dit punktplot over sammenhængen mellem side1 og side2? Fx kan du klikke i cirkeldiagrammet på det udsnit, der rummer "JA", hvorved det tilsvarende område vil lyse op og blinke i punktplottet (**side1**,**side2**). En anden mulighed er at konstruere to nye lister tside1 og tside2 som kun giver værdierne af side1 og side2, når der rent faktisk kan dannes en trekant. Det kan igen gøres med en betinget celle-kommando, der efterfølgende udfyldes nedad.

E side1	F side2	G side3	H trekant	I tside1	J tside2
0.78306	0.032839	0.184101	NEJ	_	_
0.656817	0.071411	0.271772	NEJ	_	_
0.413531	0.104367	0.482102	JA	0.413531	0.104367
0.351001	0.361744	0.287255	JA	0.351001	0.361744
0.706039	0.134365	0.159596	NEJ	_	_

I1 =when(h1="JA",e1,_)

Hvilket område i koordinatsystemet udfyldes af disse trekant-punkter? Forestil dig, at vi afbillede trekant-punkterne for uendeligt mange spaghettistykker på denne måde som punkter i første kvadrant: Hvilken geometrisk figur ville dermed blive udfyldt? Angiv ligningerne for de linjer, der afgrænser figuren. Indsæt også linjerne i dit diagram. Kan du gøre rede for hvorfor disse linjer må få netop disse ligninger?

Øvelse 6:
Kan du nu angive den præcise brøkdel for de kombinationer, der må forventes at føre til en trekant?

Øvelse 7: Udfordring (mest for A)
Overvej hvilken betingelse mellem siderne, der skal være opfyldt for at trekanten er retvinklet, henholdsvis spidsvinklet eller stumpvinklet. Gennemfør nu den samme undersøgelse med henblik på at finde den forventede brøkdel for de spidsvinklede trekanter.