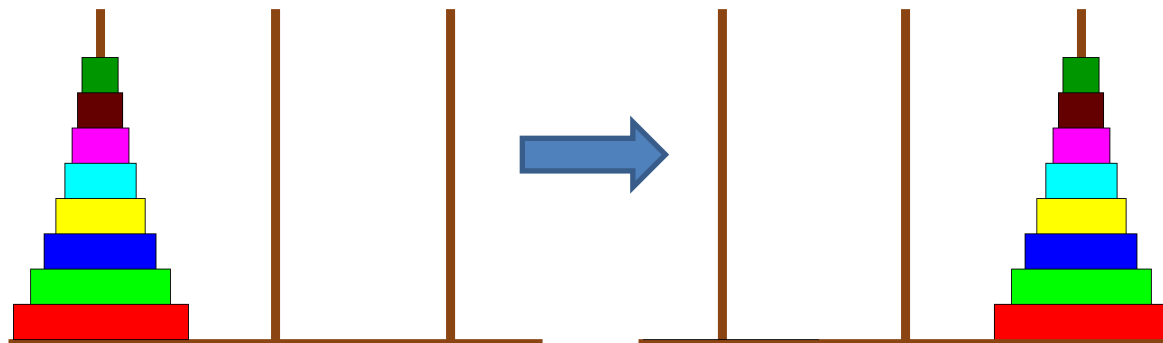


Projekt 0.3. Hanoi-tårnet - Kan du regne den ud?

Hanoi-tårnet er et populært spil, hvor man skal flytte skiver mellem tre pinde, idet et træk består i at flytte en mindre skive fra en af pindene over på en større skive på en anden af pindene. Den øverste skive på den pind man flytter til, skal altså altid være større end den skive man flytter.

I udgangspositionen er alle skiverne samlet på den første pind som vist:



I slutpositionen er alle skiverne flyttet over på den sidste pind!

Du kan sagtens spille spillet på din computer. Der findes grydeklare appletter på nettet, eller du kan hente en simulering [her](#)

Du kan også hente en TI-Nspire CAS applet [her](#)

- a) Prøv nu selv spillet med nogle få skiver til at begynde med og udfyld på grundlag af dine spilleerfaringer den følgende tabel over det nødvendige antal træk for at få flyttet tårnet fra den første pind til den sidste:

Antal skiver	Antal træk (det mindste antal!)
1	1
2	
3	
4	
...	...

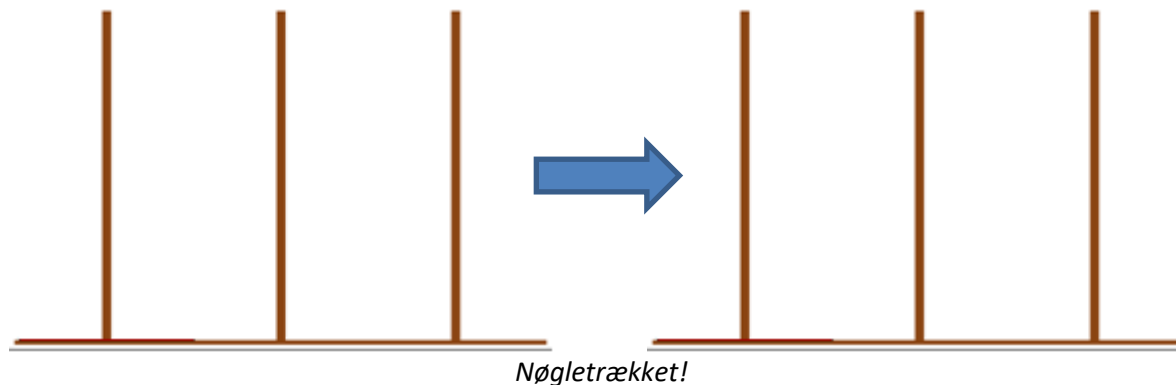
- b) Kan du se et mønster i tallene?

- c) Kan du finde en optimal strategi for spillet (dvs. en strategi, der bruger det mindst mulige antal træk)

For at trænge dybere ned i spillet kan du nu overveje følgende: I løbet af spillet vil der være netop ét træk, *nøgletrækket*, hvor du flytter den største af skiverne fra den første pind til den sidste pind.

- d) Hvordan er skiverne placeret før nøgletrækket?

- e) Hvordan er de placeret efter nøgletrækket? Illustrer det fx for et Hanoi-tårn med 8 skiver.



- f) Hvordan forholder de foregående træk sig til de efterfølgende træk? Hvornår i spillet forekommer det specielle nøgletræk, hvor den største skive flyttes på plads?
- g) Kan du nu sige noget om hvad der sker med det samlede antal træk, hvis man tilføjer en enkelt skive til spillet?
- h) Udfyld nu den følgende udvidede tabel:

Antal skiver	Antal træk (det mindste antal)
1	1
2	
3	
4	
5	...
6	
7	
8	
9	
10	

- i) Hvilken formel må der nødvendigvis gælde for det nødvendige antal træk,
 $T_n = \underline{\hspace{2cm}}$, hvor n er antallet af skiver.
- j) Hvis man flytter en skive i sekundet, hvor lang tid tager det så at flytte et tårn med 8 skiver? Et tårn med 64 skiver?
- k) Hvilke ligheder er der mellem Hanoi-tårnet og legenden om skakspillets oprindelse?

Hvis du er kørt helt fast er der hjælp at hente i den originale spillevejledning, som du kan finde [her](#)

- l) Hvis du allerede har fundet ud af det meste kan du stadigvæk have fornøjelse af at se den originale spillevejledning, og se om du er enig i de betragtninger Lucas gjorde som om spillet i 1883. I spillevejledningen fremsættes en lang række påstande om spillets udførelse: Kontroller disse med egne beregninger.

På Wikipedia kan du finde flere informationer om spillet, der på engelsk kaldes The Towers of Hanoi.

Du kan [her](#) finde et website, der indeholder både Tårnet i Hanoi og en masse andre spil med matematisk indhold.