

Kapitel 9

Øvelse 9.1

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9} = 11\% .$$

- a. Den gennemsnitlige levealder er hvor gamle folk i gennemsnit er når de dør. For grupperede observationer bruger vi en antagelse om, at gennemsnitsalderen for et givent interval er lig midterværdien for intervallet. Vi får herved gennemsnitsalderen

$$m = 0,15 \cdot 22,5 + 0,10 \cdot 50 + 0,20 \cdot 60 + 0,30 \cdot 70 + 0,20 \cdot 80 + 0,05 \cdot 90 = 61,9 \text{ år}.$$

- b. Dem der bliver mindst 55 år, udgør 75% af befolkningen. Vi skal opskalere procentsatserne med $1/3$ for få de korrekte andele i hvert interval for personer over 55 år. Dette giver følgende tabel.

55-65 år	65-75 år	75-85 år	85-95 år
26,67%	40%	26,67%	6,67%

Vi kan nu beregne middelværdien for personer over 55 år på samme måde som i a)

$$m = 60 \cdot 0,2667 + 70 \cdot 0,4 + 80 \cdot 0,2667 + 90 \cdot 0,0667 = 71,3 \text{ år}.$$

For personer der mindst er 75 år, er gennemsnitslevealderen

$$m = 0,8 \cdot 80 + 0,2 \cdot 90 = 82 \text{ år}.$$

Øvelse 9.4

- a. Det er ikke stokastisk at kaste en pil mod en dartskive. Det kan de fleste mennesker gøre med 100% sikkerhed. Det er derimod stokastisk om man rammer dartskiven – dog kan mange mennesker ramme med meget stor sikkerhed. Interesserer vi os derimod for værdien af kastet, bliver det yderligere stokastisk, idet vist ingen mennesker kan ramme en bestemt værdi med 100% sikkerhed.
- b. Det er stokastisk.
- c. Det er ikke stokastisk at udfylde en tipskupen. Det kan langt de fleste mennesker gøre med 100% sikkerhed. Det er derimod stokastisk, hvor mange korrekte man får. I virkeligheden er der to tilfælde: En tilfældig udfyldning vil være stokastisk, hvorimod en udfyldning, hvor der er gjort overvejelser ikke er. Når man ved noget / kan noget osv. Er det ikke et stokastisk eksperiment.
- d. Hvis man ikke kender rektors alder, er det stokastisk at gætte på alderen. Kender man derimod rektor, så ved man noget og så er det ikke stokastisk.
- e. Det er stokastisk idet man ikke ved, hvilken influenzatype, der vil ramme. Det kan være en meget mild, der næsten ingen rammer eller en voldsom, der lægger de fleste ned.

Øvelse 9.7

$$p_4 = 0,55.$$

Øvelse 9.8

Sandsynligheden for ikke at gå gevinst i én trækning er 80%. Sandsynligheden for ikke at få gevinst i 5 trækninger er derfor $0,8^5 = 0,32768$. Den modsatte hændelse af ikke at få gevinst i 5 trækninger er, at man får mindst en gevinst, hvilket netop er den søgte sandsynlighed. Vi får derfor som svar, at sandsynligheden for mindst en gevinst er $1 - 0,328 = 0,672 = 67,2\%$.

Øvelse 9.9

Vi antager også, at der er 365 dage på et år, så vi ser bort fra skudår. Vi antager også, at elevernes fødselsdage er uafhængige af hinanden, så der er f.eks. ikke nogen tvillinger i klassen vi regner på.

- a. Den første elev har fødselsdag på én af årets 365 dage. Der er derfor $1/365 = 0,27\%$ chance for, at den anden elev har fødselsdag samme dag, og $364/365 = 99,73\%$ chance for, at den anden elev ikke har fødselsdag samme dag.
- b. Sandsynligheden for, at to elever ikke har fødselsdag samme dag er $364/365$. Den tredje elev skal have fødselsdag på én af de resterende 363 dage, så chancen for, at tre elever ikke har samme fødselsdag er $\frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365}$. Den fjerde elev skal have fødselsdag på én af de resterende 362 dage, og den femte elev på én af de resterende 361 dage. Samlet bliver sandsynligheden for, at fem elever ikke har nogen sammenfaldende fødselsdag derfor $\frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} \cdot \frac{361}{365} = 97,29\%$. Hændelsen, at mindst to elever har en sammenfaldende fødselsdag, er den modsatte hændelse. Den har derfor sandsynlighed $100\% - 97,29\% = 2,71\%$.
- d. $65,45\%$.

Øvelse 9.10

$$12/52 = 3/13 = 23,08\%$$

Øvelse 9.11

a. Det er symmetrisk.

Udfald	Plat	Krone
Sandsynlighed	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

b. Det er symmetrisk.

Udfald	PPP	PPK	PKP	PKK	KPP	KPK	KKP	KKK
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

c. Det er ikke symmetrisk.

Udfald	0	1	2	3
Sandsynlighed	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

d. Det er symmetrisk.

Udfald	Sort	Rød
Sandsynlighed	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

e. Ikke symmetrisk.

Udfald	Es	Billedkort	Øvrige
Sandsynlighed	$\frac{1}{13}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{9}{13}$

f. Det er underforstået, at der er tale om en gravid kvinde, som endnu ikke er blevet scannet for, hvilket køn barnet har. Der er ca. 51% chance for at få en dreng og 49% chance for at få en pige. Så det er ikke et symmetrisk sandsynlighedsfelt.

Udfald	Dreng	Pige
Sandsynlighed	51%	49%

Øvelse 9.12

a.

rød \ blå	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

b.

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x_i)$	1/36	1/18	1/12	1/9	5/36	1/6	5/36	1/9	1/12	1/18	1/36

Øvelse 9.15

- a. Sandsynligheden for ikke at slå en sekser i 12 kast er $\left(\frac{5}{6}\right)^{12} = 11,2\%$.
- b. Terninger husker ikke. Så der er 1/6 sandsynlighed for at slå en sekser i hvert kast.
- c. Det betyder, at i gennemsnit vil vi slå en sekser 1 ud af 6 gange. Så hvis vi slår et meget stort antal gange med terningen, vil ca. 1/6 af kastene være en sekser.
- d. Hvis man kaster med to seksere, er der 36 mulige udfald. Heraf indeholder 11 mindst én sekser. Chancen for at slå mindst en sekser i 1 kast er derfor 11/36 og dermed ikke det dobbelte af 1/6 (som er 2/6=12/36). Ser man på det samlede antal seksere ved kast med to terninger, er det dog rigtigt, at det ved mange gentagelser i gennemsnit vil være dobbelt så stort, idet man af og til slår to seksere.

Øvelse 9.20

- a. ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD, BCE, BDE, CDE.

Øvelse 9.22

- a. $K(52,13) = 635.013.559.600$.
- b. $K(28,4) = 20475$.