ISBN 9788770668279

Kapitel 7

Øvelse 7.21

1. $(x+6)^2$.

2. $(x-4)^2$.

3. $(2y+3z)\cdot(2y-3z)$.

4. $(2m+10)^2$.

Øvelse 7.24

a.

$$\frac{23}{5}=4,6$$
$$\frac{49}{7}=7,0$$
$$\frac{3}{16}=0,1875$$
$$\frac{8}{3}=2,\overline{6}$$
$$\frac{25}{7}=3,\overline{571428}$$
$$\frac{10}{13}=0,\overline{769230}$$

Stregerne over tallene efter kommaet indikerer, at sekvensen gentager sig i det uendelige. 8/3 er således 2,6666… hvor 6-tallerne fortsætter i det uendelige.

c. En brøk skrevet som decimaltal giver anledning til et periodisk decimaltal, hvor decimalerne gentager sig fra et vist trin (eller et endeligt decimaltal, men her kan man tænke på, at 0'erne gentager sig fra et vist trin.)

d. Betragt en vilkårlig brøk $\frac{p}{q}$ (lad os antage, at p og q er positive hele tal). Nævneren q går op i tælleren p et helt antal gange (muligvis 0), lad os sige n gange, og derefter er der en rest r tilbage. Vi har så $p = q \cdot n + r$ som giver $\frac{p}{q} = n + \frac{r}{q}$ hvor r er mindre end q og mindst 0 ($0 \le r < q$). n er altså heltalsdelen og decimaltallene fremkommer ved divisionen $\frac{r}{q}$. Vi omskriver nu brøken til $\frac{1}{10} \cdot \left(\frac{10r}{q}\right)$ og gentager proceduren med $10r$ i stedet for p. Vi får så $\frac{10r}{q} = n_2 + \frac{r_2}{q}$. Her gælder igen $0 \le r_2 < q$. Igen omskrives brøken til $\frac{1}{10} \cdot \left(\frac{10r_2}{q}\right)$ og vi gentager proceduren på brøken i parentesen. Sådan fortsættes, principielt i det uendelige. Da resterne r_i i hvert trin er mindre end q, vil vi på et tidspunkt få en rest vi har haft på et tidligere tidspunkt. Fra dette trin af vil følgen af rester gentage sig periodisk. Ligeledes vil følgen n_i også gentage sig periodisk. Dette indebærer, at decimaltalsrepræsentation af brøken $\frac{p}{q}$ vil være periodisk fra et vist trin, idet vi har

$$\frac{p}{q} = n + \frac{n_2}{10} + \frac{n_3}{10^2} + \frac{n_4}{10^3} + \cdots$$

Det er måske lettest at forstå ved et eksempel:

$$\frac{30}{7} = 4 + \frac{2}{7} = 4 + \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{20}{7}\right) = 4 + \frac{1}{10} \cdot \left(2 + \frac{6}{7}\right) = 4 + \frac{2}{10} + \frac{1}{10^2} \cdot \left(\frac{60}{7}\right) = 4 + \frac{2}{10} + \frac{1}{10^2} \cdot \left(8 + \frac{4}{7}\right)$$

$$\frac{30}{7} = 4 + \frac{2}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{1}{10^3} \cdot \left(\frac{40}{7}\right) = 4 + \frac{2}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{1}{10^3} \cdot \left(5 + \frac{5}{7}\right) = 4 + \frac{2}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \frac{1}{10^4} \cdot \left(\frac{50}{7}\right)$$

$$\frac{30}{7} = 4 + \frac{2}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \frac{1}{10^4} \cdot \left(7 + \frac{1}{7}\right) = 4 + \frac{2}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \frac{7}{10^4} + \frac{1}{10^5} \cdot \left(\frac{10}{7}\right)$$

$$\frac{30}{7} = 4 + \frac{2}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \frac{7}{10^4} + \frac{1}{10^5} \cdot \left(1 + \frac{3}{7}\right) = 4 + \frac{2}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \frac{7}{10^4} + \frac{1}{10^5} + \frac{1}{10^6} \cdot \left(\frac{30}{7}\right)$$

$$\frac{30}{7} = 4 + \frac{2}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \frac{7}{10^4} + \frac{1}{10^5} + \frac{1}{10^6} \cdot \left(4 + \frac{2}{7}\right) = 4 + \frac{2}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \frac{7}{10^4} + \frac{1}{10^5} + \frac{4}{10^6} + \frac{1}{10^6} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)$$

Herfra gentager det sig periodisk, altså får vi $\frac{30}{7} = 4,\overline{285714}$.

ISBN 9788770668279

Øvelse 7.25

1. $\sqrt{2} \approx 1,4142$.

2. $\frac{2}{3} = 0,66667$.

3. $\sin(72°) = 0,951$.

Øvelse 7.30

a. Man dividerer med en brøk ved at gange med den omvendte. På formel: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$.

Vi kan argumentere for formlen således:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} : \left(c \cdot \frac{1}{d} \right) = \frac{a}{b} : c : \frac{1}{d} = \frac{a}{b \cdot c} : \frac{1}{d} = \frac{a}{b \cdot c} \cdot d = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

Eller således:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b \cdot \frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot \frac{c}{d} \cdot d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Hvor vi har brugt reglen om, at man dividerer en brøk med en tal ved at gange tallet på nævneren, som også gælder hvis tallet er en brøk, selvom det dog ikke står eksplicit i 'reglerne'.

b. Man ganger to brøker med hinanden ved at gange tæller med tæller og nævner med nævner. På formel: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

Vi kan argumentere for formlen således:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot c \cdot \frac{1}{d} = \frac{a \cdot c}{b} \cdot \frac{1}{d} = \frac{a \cdot c}{b} : d = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Eller således:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot \frac{c}{d}}{b} = \frac{\frac{a \cdot c}{d}}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Hvor vi har brugt reglen om, at man ganger en brøk med en tal ved at gange tallet på tælleren, som også gælder hvis tallet er en brøk, selvom det dog ikke står eksplicit i 'reglerne'.

ISBN 9788770668279

Øvelse 7.35

a. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

b. 83 og 89.

Øvelse 7.42

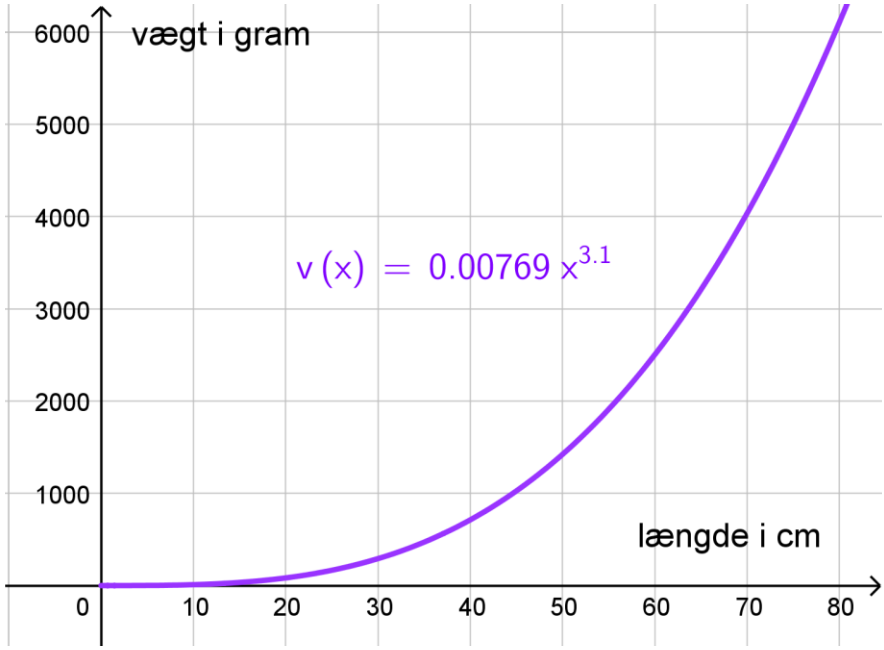
Der mangler en beskrivelse af, hvad de variable t og y står for, nemlig en angivelse af, at t står for antallet af timer siden indtagelse af stoffet, og y står for mængden af amfetamin i kroppen målt i mg.

Øvelse 7.46

b.

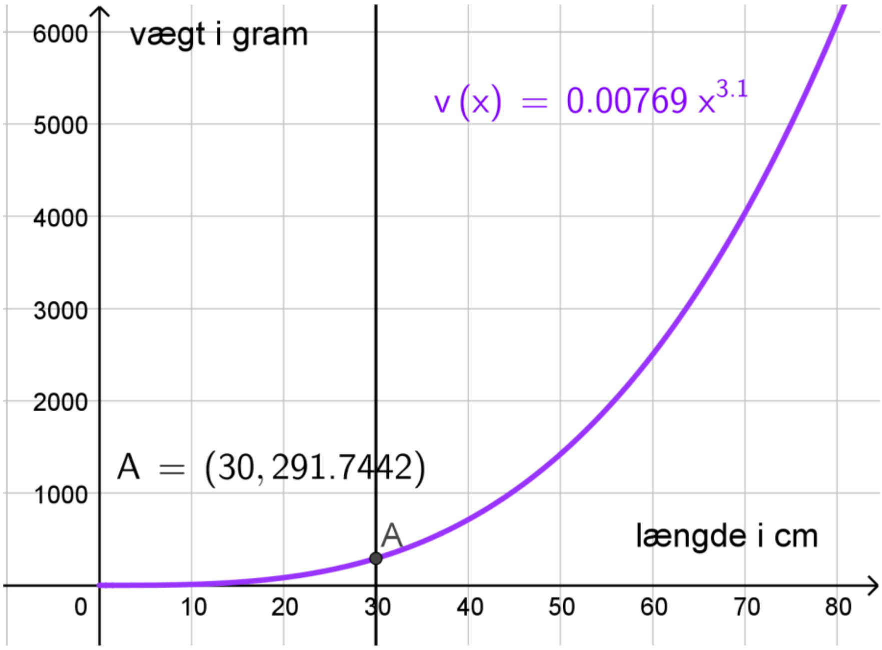
l i cm	10	20	30	40	50	60	70
v i gram	9,68	83,01	291,74	711,73	1421,46	2501,47	4033,95

c. Her har vi omdøbt den uafhængige variabel l til x.



d. Med formlen: $v = 0,00769 \cdot 30^{3,10} = 291,74$ gram.

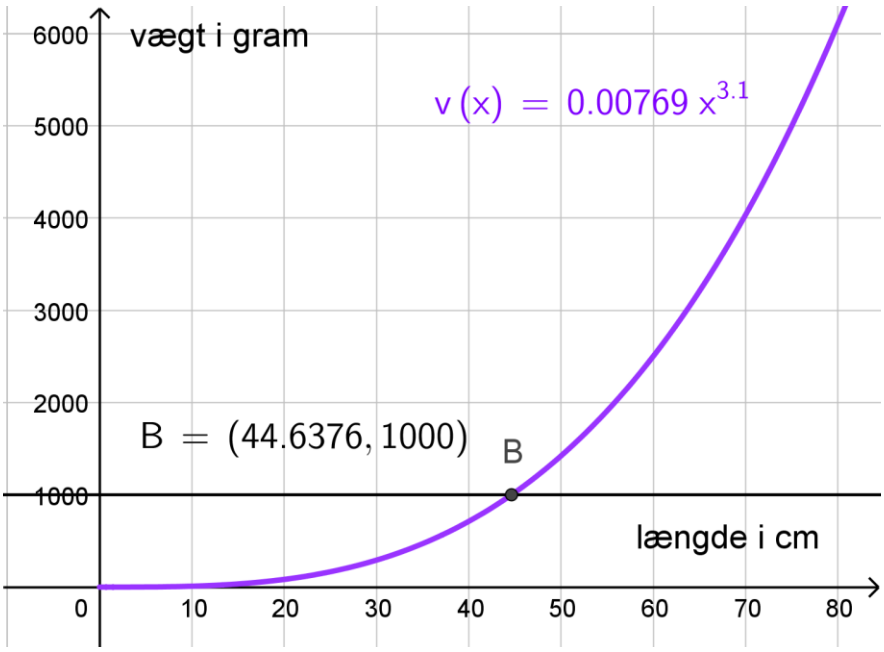
Og grafisk aflæses ud for $x = 30$ ved at indtegne linjen med denne ligning og bestemme skæringspunktet med grafen.



e. Ved brug af formlen skal vi løse ligningen $1000 = 0,00769 \cdot l^{3,1}$. Dette giver

$l = \sqrt[3,1]{\frac{1000}{0,00769}} = 44,64$ cm.

Grafisk indtegnes linjen med ligningen $y = 1000$ og skæringspunktet med grafen bestemmes.



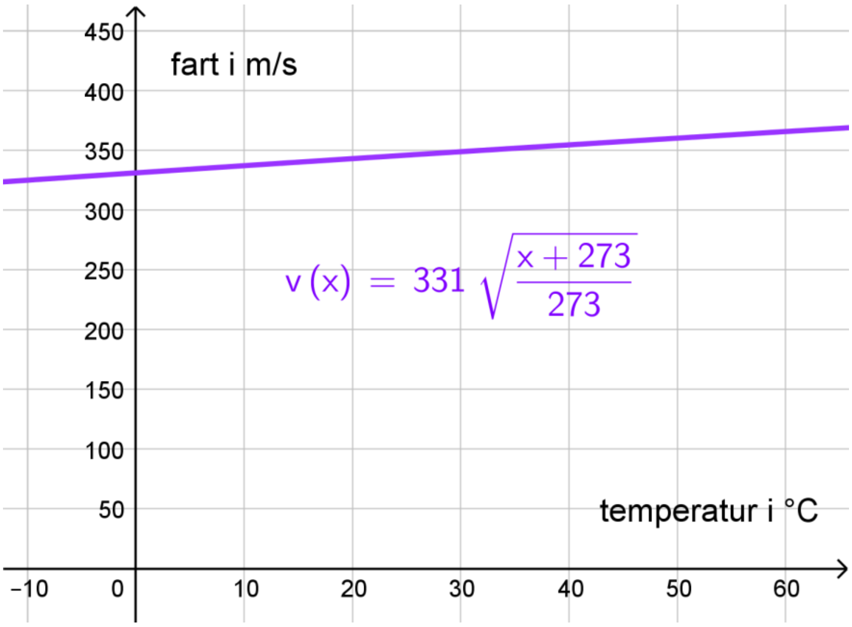
ISBN 9788770668279

Øvelse 7.47

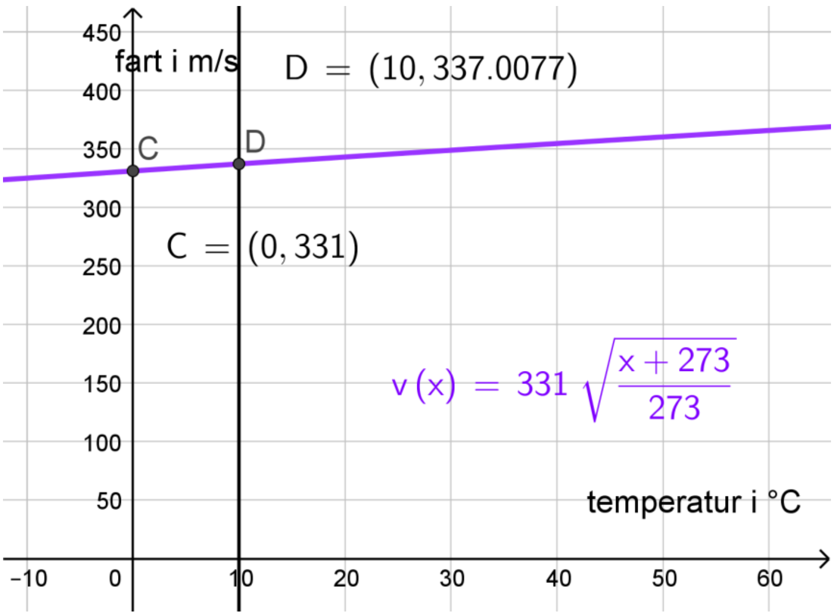
a.

t i °C	0	5	10	15	20	25	30	35	40
v i m/s	331	334,02	337,01	339,97	342,91	345,82	348,71	351,58	354,42

b. Her er den uafhængige variabel omdøbt til x.



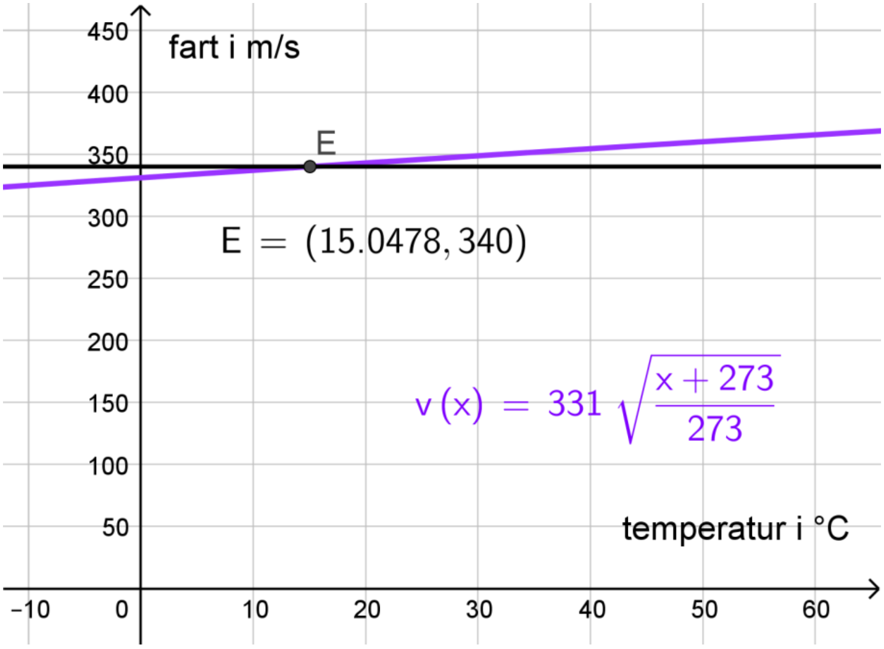
c. Skæringspunktet med y -aksen samt skæringspunktet med linjen $x=10$ er fundet grafisk.



L&R Uddannelse
EGMONT

Når temperaturen er 0 °C er farten 331 m/s. Når temperaturen er 10°C er farten 337 m/s.

d. Når man løser ligningen $340 = 331 \cdot \sqrt{\frac{t+273}{273}}$ får man løsningen $t = 15$°C, som det også ses af den grafiske løsning.



e. Vi løser ligningen

$$340 = 331 \cdot \sqrt{\frac{t+273}{273}}$$

$$\frac{340}{331} = \sqrt{\frac{t+273}{273}}$$

$$\left(\frac{340}{331}\right)^2 = \frac{t+273}{273}$$

$$273 \cdot \left(\frac{340}{331}\right)^2 = t + 273$$

$$t = 273 \cdot \left(\frac{340}{331}\right)^2 - 273$$

$$t = 15{,}05 \; .$$