ISBN 9788770668279

L&R Uddannelse EGMONT

Kapitel 6

Øvelse 6.21

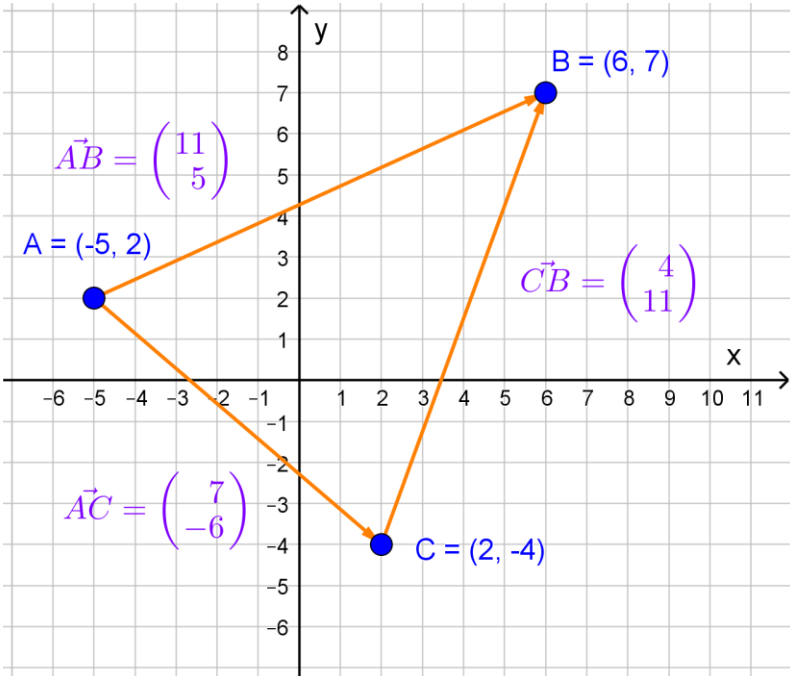
$$\vec{d_1} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d_2} = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d_3} = \begin{pmatrix} -4 \\ 25 \end{pmatrix}$$

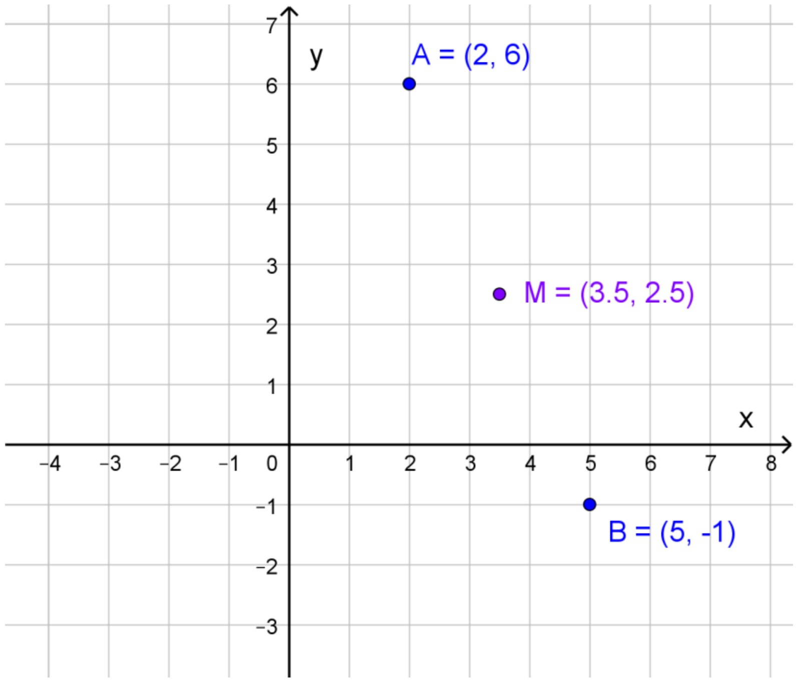
$$\vec{d_4} = \begin{pmatrix} -6 \\ -71 \end{pmatrix}$$

Øvelse 6.23



ISBN 9788770668279

Øvelse 6.25



Øvelse 6.28

a. $p^2+q^2=r^2$.

b. $b^2+c^2=a^2$.

Øvelse 6.29

a. Hypotenusen har længden $\sqrt{6^2+8^2}=10$.

b. Den anden katete har længden $\sqrt{23^2-15^2}=17,436$.

ISBN 9788770668279

Øvelse 6.31

$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

$|\vec{b}| = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 4,472$.

$|\vec{c}| = \sqrt{(-3)^2 + 6^2} = 6,708$.

$|\vec{d}| = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$.

$|\vec{e}| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10$.

Øvelse 6.32

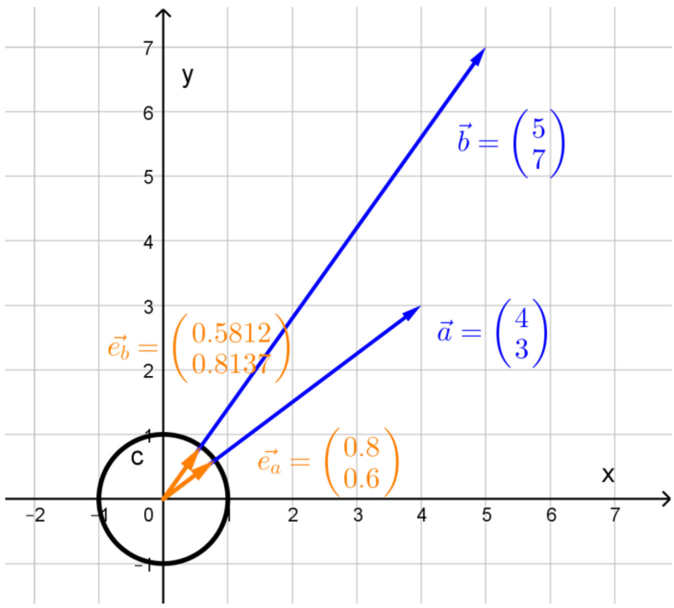
a. $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(5-2)^2 + (-4-6)^2} = \sqrt{3^2 + (-10)^2} = \sqrt{9+100} = \sqrt{109}$.

b. $|\overrightarrow{AB}| = 7,280$, $|\overrightarrow{AC}| = 7,810$, $|\overrightarrow{BC}| = 7,071$.

Øvelse 6.34

a. $\overrightarrow{e_a} = \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,6 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{e_b} = \begin{pmatrix} 0,5812 \\ 0,8137 \end{pmatrix}$.

b.



ISBN 9788770668279

L&R Uddannelse EGMONT

Øvelse 6.36

$a_1 = 14$ og $c = 3$.

Øvelse 6.37

$|AB| = 8$ og $|CC_1| = 12$.

Øvelse 6.40

Vi antager i denne opgave, at vinklen er mellem 0° og 180°.

a. Vi kan få alle tal mellem 0 og 1 som sinusværdier. (Hvis vi tillader vinkler op til 360°, kan sinus blive ned til -1.)
Vi kan få alle tal mellem -1 og 1 som cosinusværdier.

b. Vinklen er større end 90 grader, så den er stump.

c. Vinklen kan både være spids og stump. (Vinklerne 17,5° og 162,5° har begge en sinusværdi på 0,3).

d. Cosinus til en vinkel kan højst give 1.

Øvelse 6.41

v	10°	30°	60°	80°	100°	120°	150°	170°
sin(v)	0,174	0,500	0,866	0,985	0,985	0,866	0,500	0,174
cos(v)	0,985	0,866	0,500	0,174	-0,174	-0,500	-0,866	-0,985

Tabellen antyder formlerne $\sin(180° - v) = \sin(v)$ og $\cos(180° - v) = -\cos(v)$.

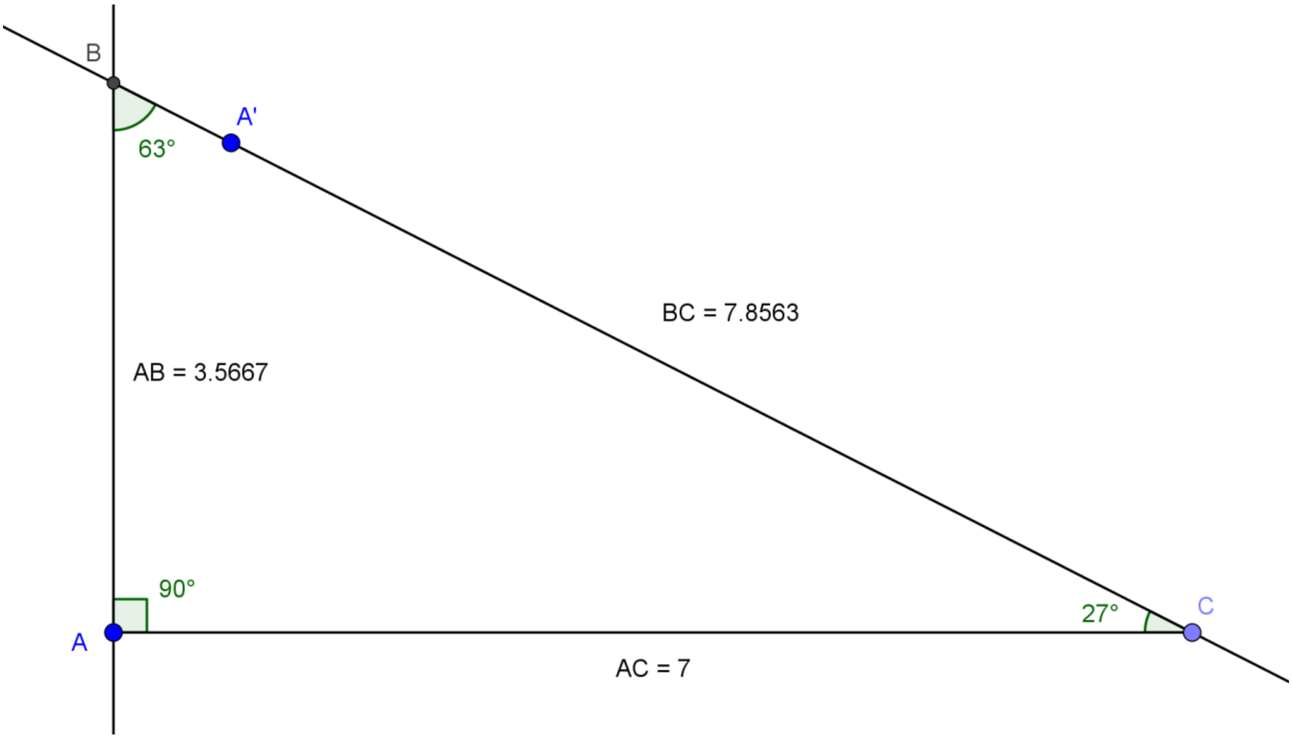
ISBN 9788770668279

Øvelse 6.46

a. $\angle C = 27°$.

$$\tan(C) = \frac{c}{b}$$
$$c = b \cdot \tan(C)$$
$$c = 7 \cdot \tan(27°) = 3{,}5667.$$
$$\cos(C) = \frac{b}{a}$$
$$a \cdot \cos(C) = b$$
$$a = \frac{b}{\cos(C)}$$
$$a = \frac{7}{\cos(27°)} = 7{,}8563.$$

b.



ISBN 9788770668279

L&R Uddannelse EGMONT

Øvelse 6.47

a. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 22$

b. b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$

c. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

d. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Øvelse 6.51

a. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 22$

b. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$

c. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 16$

Øvelse 6.54

a. $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$

b. $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$

c. $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$

d. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

e. $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$

Øvelse 6.55

a. $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale (skalarproduktet er 0).

b. $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ikke ortogonale (skalarproduktet er -2).

c. $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale (skalarproduktet er 0).

ISBN 9788770668279

Øvelse 6.56

$t = 4$.

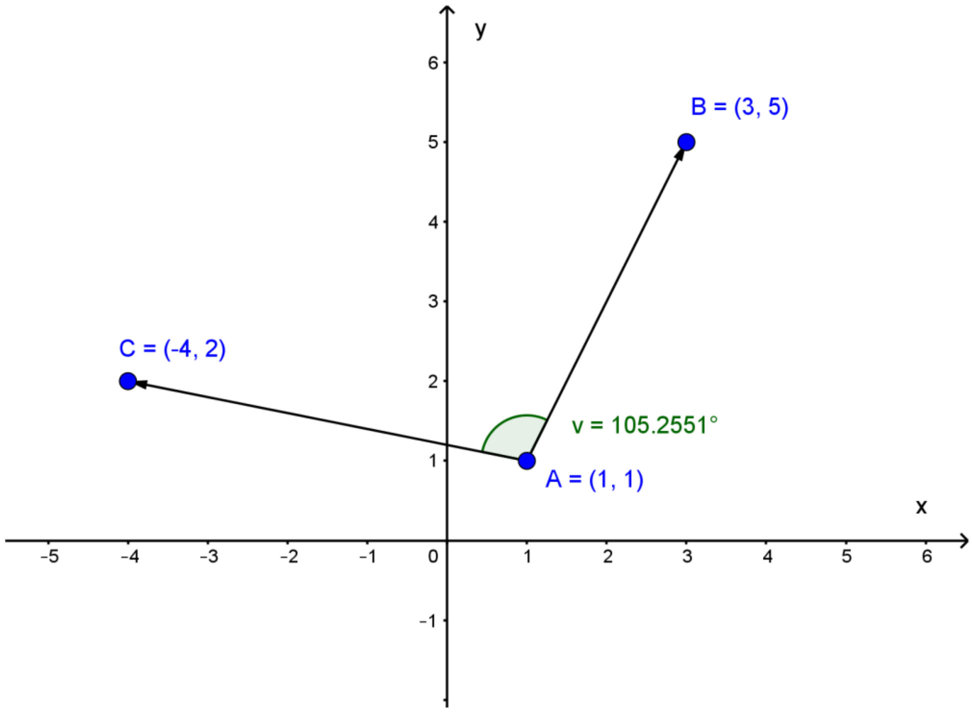
Øvelse 6.57

a. $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ og $\left|\overrightarrow{AC}\right| = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\cos(v) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AC}\right|} = \frac{-6}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{26}} = -0,2631$$

$$v = \cos^{-1}(-0,2631) = 105,26°.$$

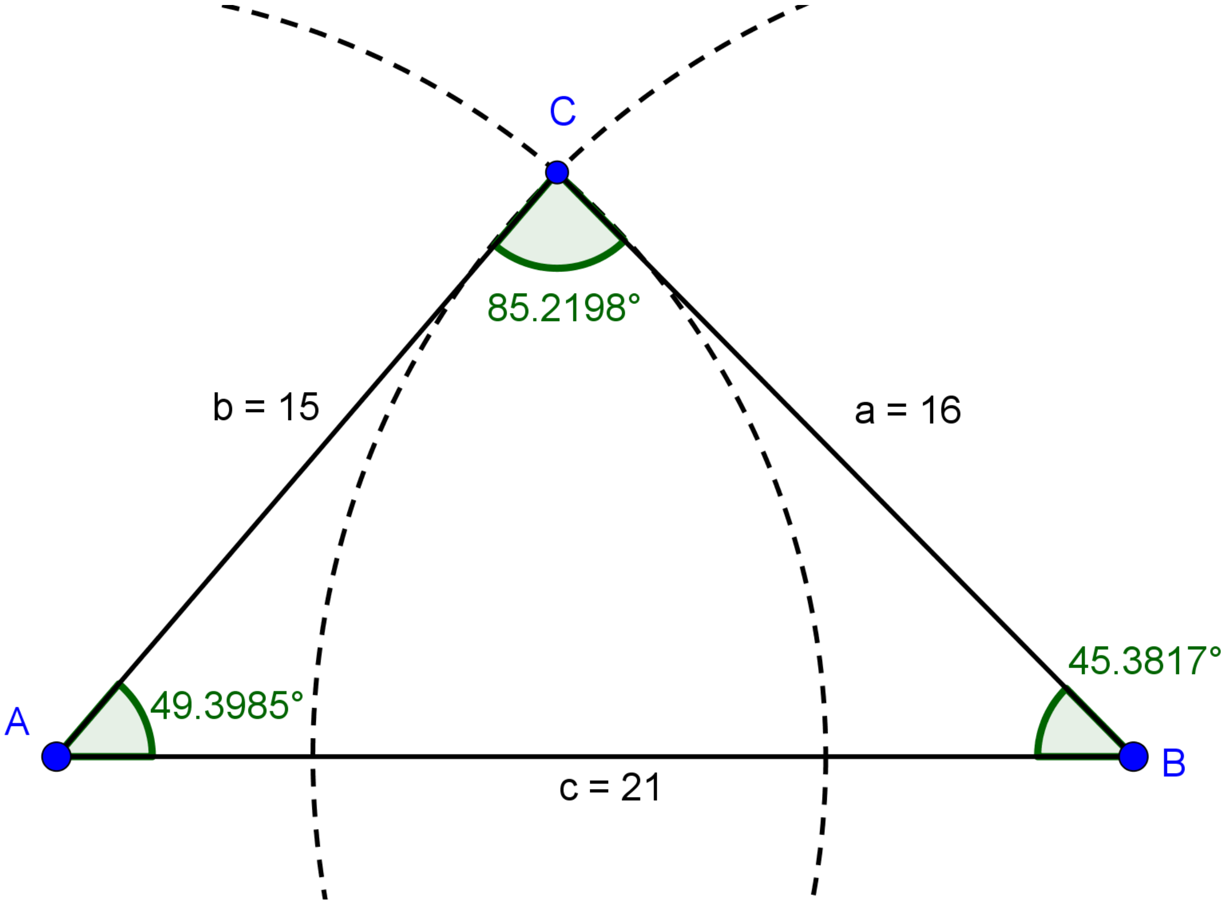
b.



ISBN 9788770668279

Øvelse 6.58

a.



b.

$$\cos(A) = \frac{15^2 + 21^2 - 16^2}{2 \cdot 15 \cdot 21} = 0,6508$$

$$A = \cos^{-1}(0,6508) = 49,3985^\circ.$$

$$\cos(B) = \frac{16^2 + 21^2 - 15^2}{2 \cdot 16 \cdot 21} = 0,7024$$

$$B = \cos^{-1}(0,7024) = 45,3817^\circ.$$

$$\cos(C) = \frac{15^2 + 16^2 - 21^2}{2 \cdot 15 \cdot 16} = 0,08333$$

$$C = \cos^{-1}(0,08333) = 85,2198^\circ.$$

ISBN 9788770668279

Øvelse 6.63

a. $\vec{a_{\vec{b}}} = \begin{pmatrix} -3,6 \\ 1,2 \end{pmatrix}$ og $\vec{b_{\vec{a}}} = \begin{pmatrix} -0,29 \\ 2,63 \end{pmatrix}$.

b. $\vec{a_{\vec{b}}} = \begin{pmatrix} 0,32 \\ -0,24 \end{pmatrix}$ og $\vec{b_{\vec{a}}} = \begin{pmatrix} -0,164 \\ -0,197 \end{pmatrix}$.

Øvelse 6.66

$\hat{\vec{a}} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$ og $\hat{\vec{b}} = \begin{pmatrix} -7 \\ -2 \end{pmatrix}$ og $\hat{\vec{c}} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Øvelse 6.67

Hvis $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ er $\hat{\vec{a}} = \begin{pmatrix} -a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}$ og $\vec{a} \cdot \hat{\vec{a}} = a_1 \cdot (-a_2) + a_2 \cdot a_1 = -a_1 \cdot a_2 + a_1 \cdot a_2 = 0$.

Øvelse 6.69

a. $\det(\vec{a}, \vec{b}) = 22$.

b. $\det(\vec{a}, \vec{b}) = 17$.

Øvelse 6.70

a. $s = 3$.

b. $s = 7$.

c. $s = 2$ og $s = -3$.

ISBN 9788770668279

Øvelse 6.71

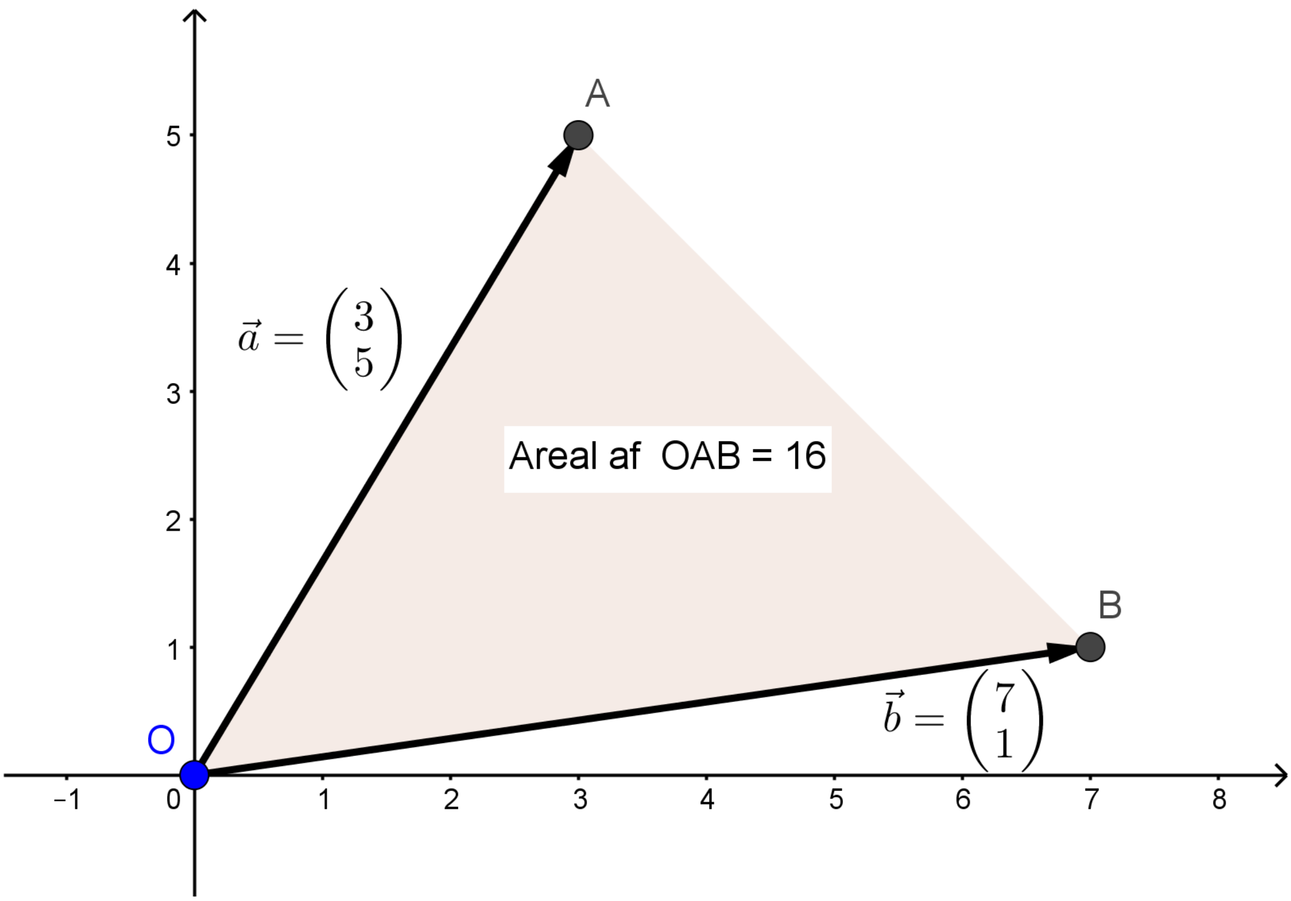
a.

1) $\det(\vec{a},\vec{b})=34$.
2) $\det(\vec{a},\vec{b})=-34$.
3) $\det(\vec{a},\vec{b})=0$.

Øvelse 6.72

a. Arealet af trekanten er $\frac{1}{2}\cdot\left|\det(\vec{a},\vec{b})\right|=16$.

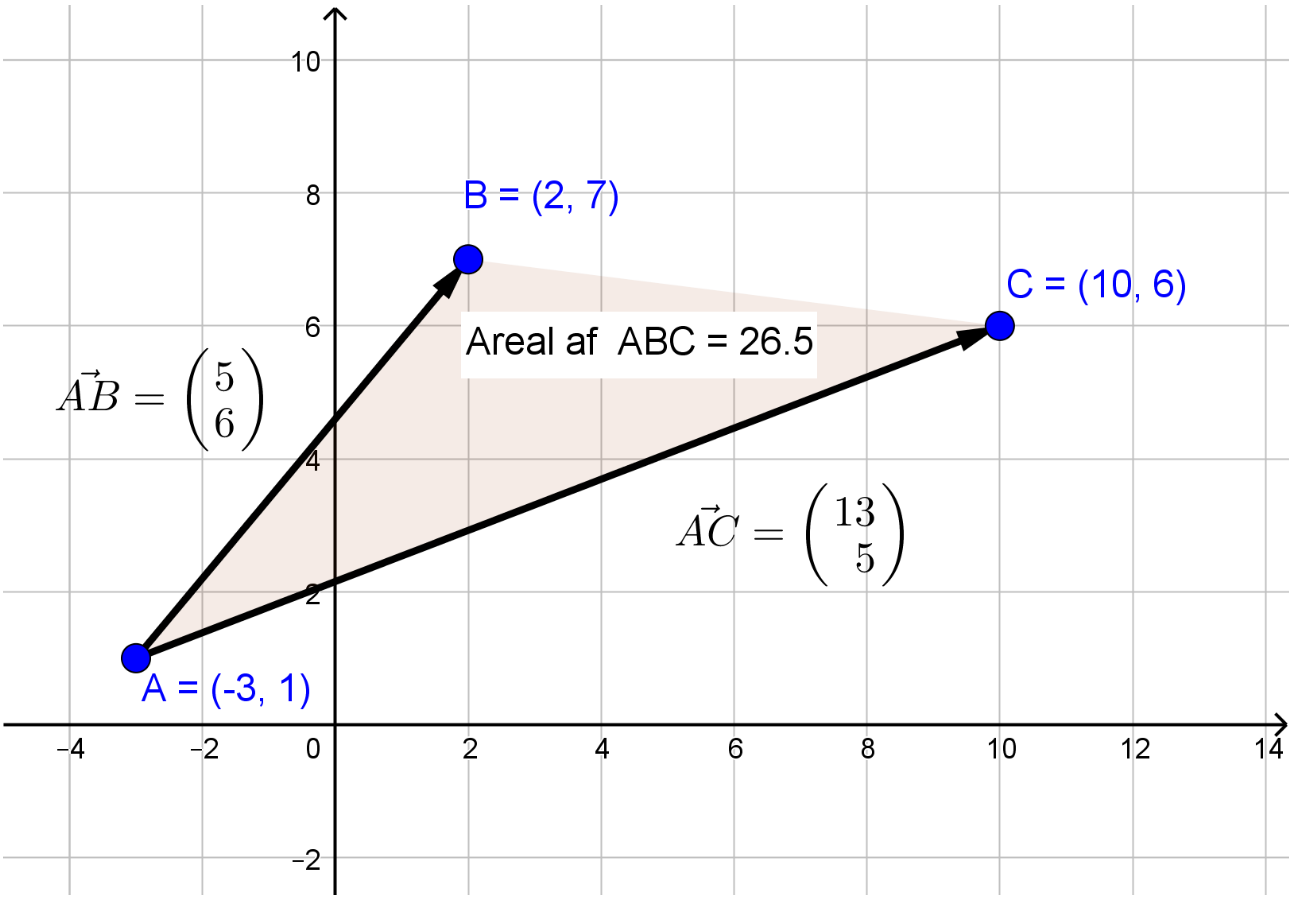
b.



ISBN 9788770668279

Øvelse 6.73

a.



Arealet kan beregnes som $\frac{1}{2} \cdot \left|\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})\right| = 26{,}5$.

b.

Herons formel for arealet er $\sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$ hvor a, b og c er de tre sidelængder og $s = (a+b+c)/2$ er den halve omkreds. Vi har $a = 8{,}06$, $b = 13{,}93$ og $c = 7{,}81$. Det giver $s = 14{,}90$ og et areal på 26,5.

Øvelse 6.74

a. Tilfælde 4 kan ikke løses med cosinusrelationen, da der vil være to ukendte sider i formlen.

b. Hvis man kender to vinkler i en trekant, kan man let finde den tredje vinkel ud fra vinkelsummen i en trekant. Så tilfældet kan siges at svare til den situation, hvor man kender en side og alle tre vinkler.

ISBN 9788770668279

L&R Uddannelse
EGMONT

Øvelse 6.75

$c = \sin(C) \cdot \dfrac{a}{\sin(A)} = \sin(75°) \cdot \dfrac{26}{\sin(58°)} = 29,6$.

Øvelse 6.76

$\angle A = 50,2°$ og $a = 15,2$.

Øvelse 6.77

De to andre vinkler er begge spidse.

$\sin(A) = a \cdot \dfrac{\sin(B)}{b} = 8,5 \cdot \dfrac{\sin(110°)}{15,2} = 0,5255$.

$A = \sin^{-1}(0,5255) = 31,7°$.

$C = 180° - 31,7° - 110° = 38,3°$.

$c = \sin(C) \cdot \dfrac{b}{\sin(B)} = \sin(38,3°) \cdot \dfrac{15,2}{\sin(110°)} = 10,0$.