ISBN 9788770668279

Kapitel 5

Øvelse 5.6

a. $a=2$ og $b=3$.

b. $a=1,7$ og $b=0,8$.

c. $a=3$ og $b=1$.

d. $a=-2$ og $b=8$.

Øvelse 5.7

a. Sammenhængen passer med forskriften for en potensfunktion når $a=1$ og $b=k$.

b. Sammenhængen passer med forskriften for en potensfunktion når $a=-1$ og $b=k$.

c. Sammenhængen passer med forskriften for en potensfunktion når $a=0,5$ og $b=1$.

ISBN 9788770668279

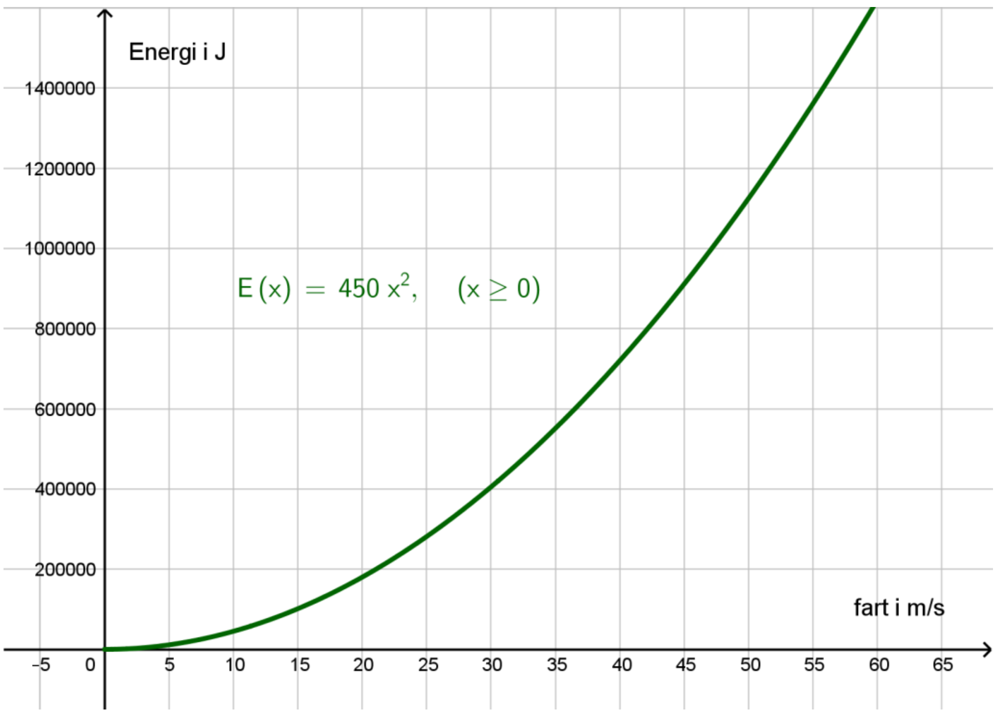
Øvelse 5.8

a. Sammenhængen passer med forskriften for en potensfunktion når $a=2$ og $b=\frac{1}{2}m$.

b.

v i km/t	20	40	60	80	100	120
v i m/s	5,556	11,111	16,667	22,222	27,778	33,333
E_{kin} i J	13888,89	55555,56	125000	222222,22	347222,222	500000

c.



d. Bevægelsesenergien er fire gange så stor ved 120 km/t som ved 60 km/t, fordi hastigheden er dobbelt så stor.

e. For en bil, der kører 80 km/t, er bevægelsesenergien 222.222 J når bilen vejer 900 kg og 123.457 J når bilen vejer 500 kg. Bevægelsesenergien er derfor 1,8 gange større for den tunge bil. 1,8 er netop forholdet mellem vægten af de to biler. Bevægelsesenergien skalerer med det samme forhold, da bevægelsesenergien er proportional med massen af bilen.

ISBN 9788770668279

Øvelse 5.9

a. Sammenhængen passer med forskriften for en potensfunktion når $a = \frac{1}{2}$ og $b = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$.

b. $T = \frac{2\pi}{\sqrt{9,8}} \cdot \sqrt{0,4} = 1,3$ sekunder.

c. $L = g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = 9,8 \cdot \left(\frac{2,3}{2\pi}\right)^2 = 1,3$ meter.

d. I videoen laver pendulet 5 svingninger på ca. 83 sekunder, hvilket giver en svingningstid på 16,6 sekunder. Nu er længden af pendulet $L = g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = 9,8 \cdot \left(\frac{16,6}{2\pi}\right)^2 = 68,4$ meter. (Ifølge Wikipedia er pendulet 67 meter langt, hvilket svarer til en svingningstid på 16,4 sekunder eller 5 svingninger på 82 sekunder.)

Øvelse 5.10

a. Formlen følger af definitionen på ligefrem og omvendt proportionalitet.
Det kan fortolkes som en potensfunktion på flere måder, afhængig af hvilken størrelse man betragter som den uafhængige variabel. Hvis vi betragter r som den uafhængige variabel, er det en potenssammenhæng med $a = -2$ og $b = G \cdot m_1 \cdot m_2$.

b. Lad os sætte massen af en person til $m_1 = 80$ kg (du kan selv bruge din egen). Jordens masse er $m_2 = 5,972 \cdot 10^{24}$ kg. Jordens gennemsnitlige radius er $r = 6,371 \cdot 10^6$ meter. Dette giver
$$F = 6,67428 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{80 \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{(6,371 \cdot 10^6)^2}\,\mathrm{N} = 785,6\,\mathrm{N}.$$

c. Lad os sætte massen af en person til $m_1 = 80$ kg (du kan selv bruge din egen). Månens masse er $m_2 = 7,349 \cdot 10^{22}$ kg. Månens gennemsnitlige radius er $r = 1,737 \cdot 10^6$ meter. Dette giver
$$F = 6,67428 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{80 \cdot 7,349 \cdot 10^{22}}{(1,737 \cdot 10^6)^2}\,\mathrm{N} = 130,1\,\mathrm{N}.$$
Tyngdekraften er altså ca. 1/6 på Månen i forhold til Jorden.

d. $F = 3,0 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{N}$.

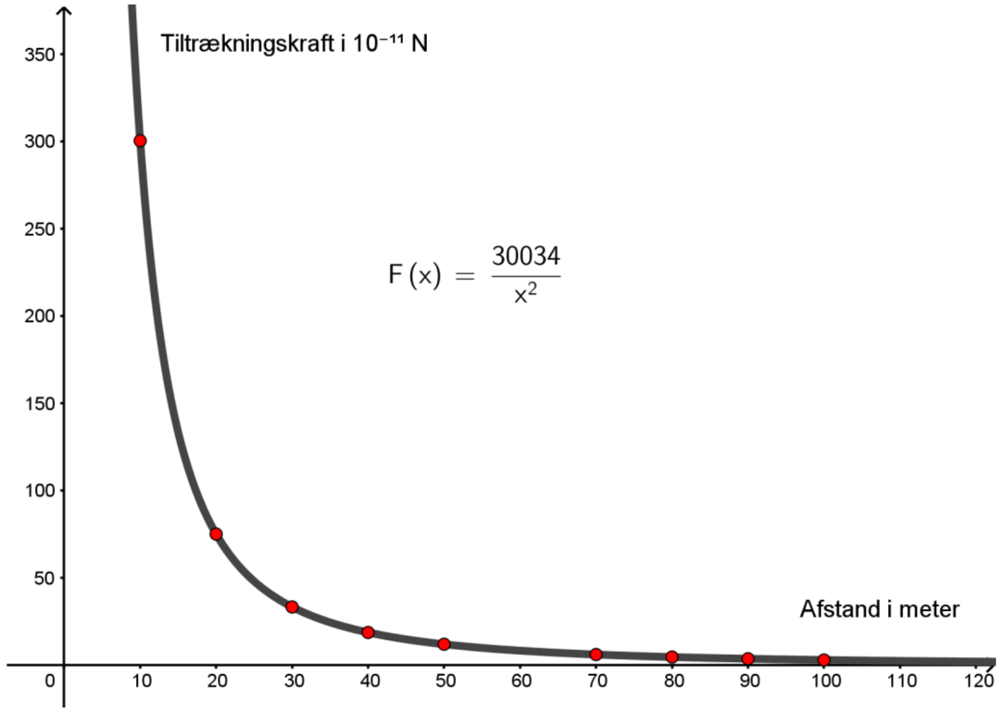
ISBN 9788770668279

e. $F = 3{,}0 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \dfrac{1}{r^2}$.

f.

Afstand i meter	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Tiltrækning i 10^{-11} N	300,34	75,09	33,37	18,77	12,01	8,34	6,13	4,69	3,71	3,00

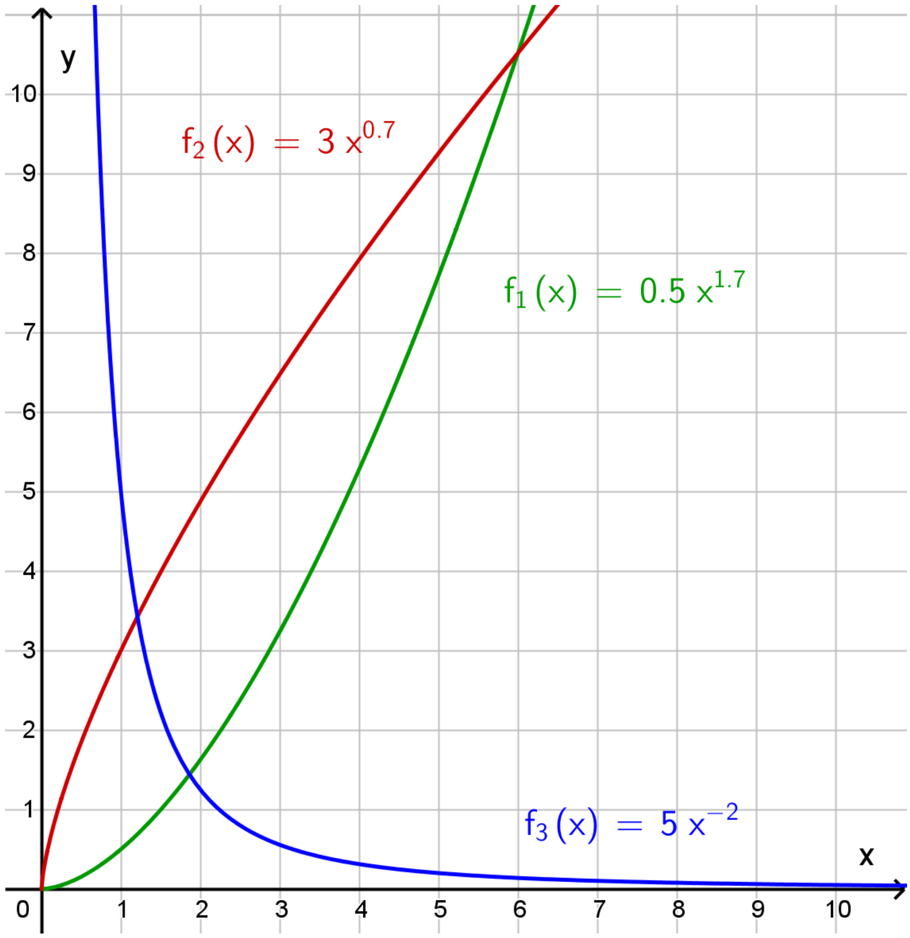
g.



ISBN 9788770668279

Øvelse 5.14

a.



b. Graferne for f_1 og f_2 går opad (stiger), hvilket betyder, at funktionerne er voksende. Grafen for f_3 går nedad (falder), hvilket betyder, at funktionen er aftagende. Graferne for f_1 og f_2 stiger på forskellig vis. Grafen for f_1 bliver stejlere og stejlere som x vokser (grafen krummer opad, funktionen vokser hurtigere og hurtigere, væksten er voksende), mens grafen for f_2 flader ud som x vokser (grafen krummer nedad, funktionen vokser langsommere og langsommere, væksten er aftagende).

ISBN 9788770668279

Øvelse 5.16

Funktioner og grafer passer således sammen:

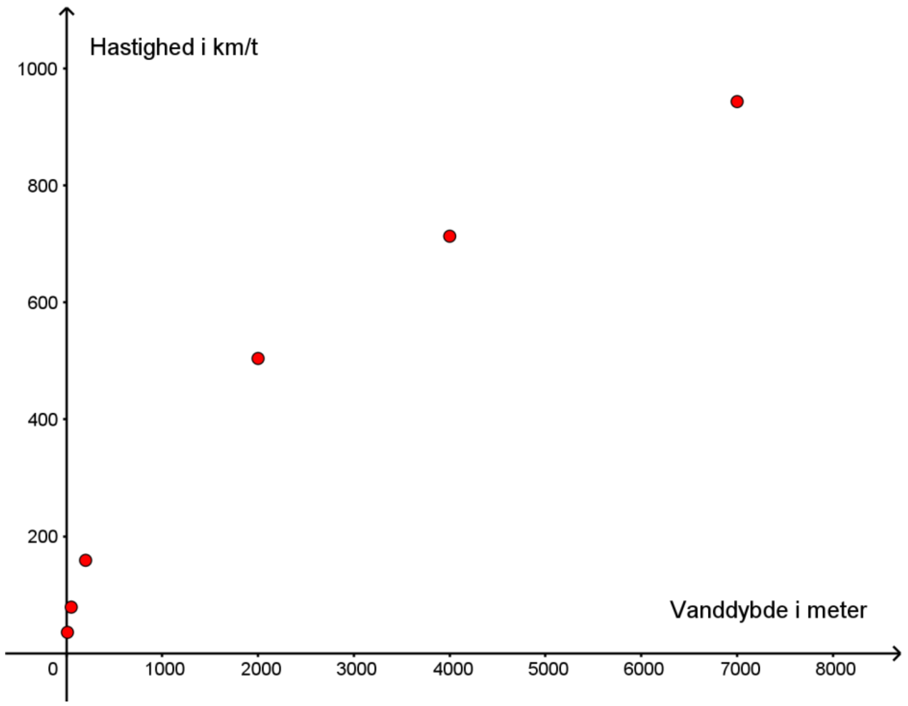
a og 2
b og 1
c og 4
d og 3
e og 5

En mulig begrundelse af følgende: Funktionen i a) er den eneste, som har en a-værdi mellem 0 og 1, så det er den eneste funktion, der kan passe til graf 2. Funktionerne i b) og d) er begge aftagende, så de passer med graferne 1 og 3. Da b-tallet viser y -værdien når $x=1$, kan vi konkludere, at funktion b) hører til graf 1 og funktion d) hører til graf 3. Ligeledes kan vi parre de to sidste funktioner og grafer ved at se på b-værdien.

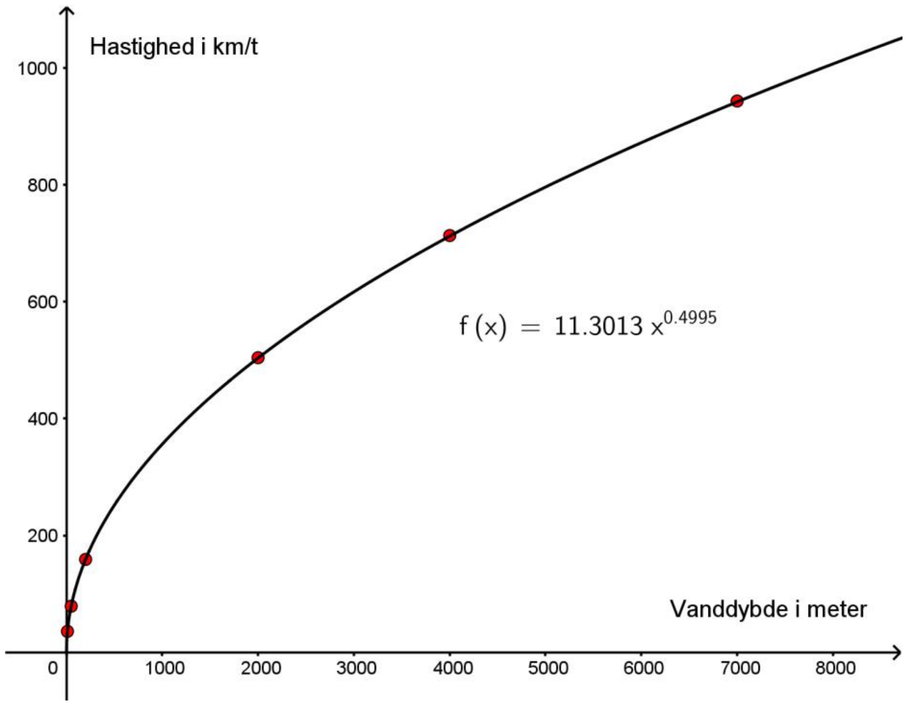
ISBN 9788770668279

Øvelse 5.18

a.

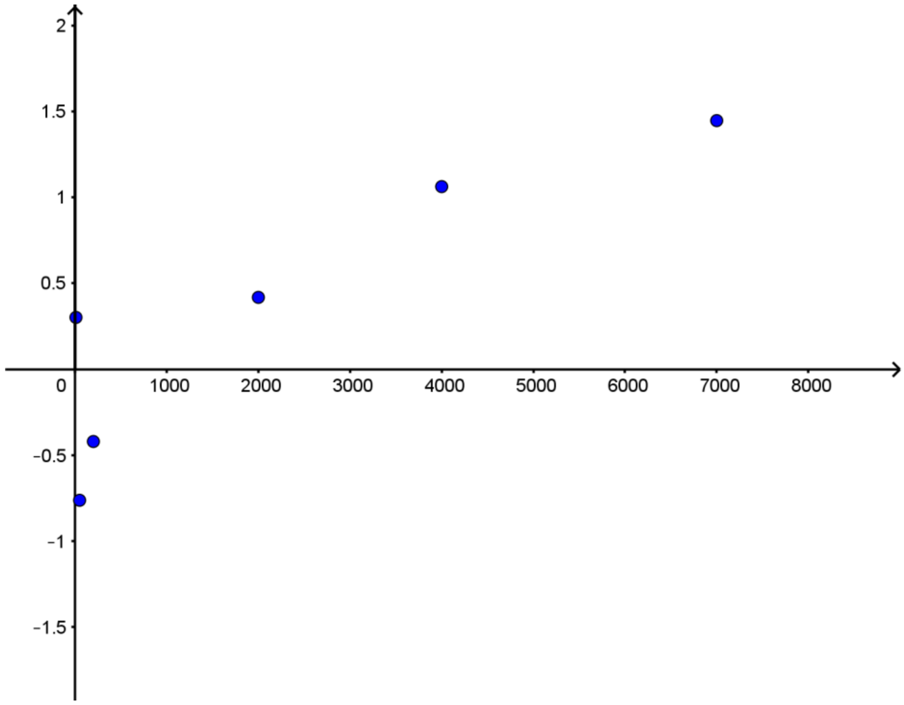


b. Regressionen afbildet nedenfor ser ud til at passe fremragende med datapunkterne.



ISBN 9788770668279

Vi tegner også et residualplot.



Det er svært at sige noget endegyldigt om mønstre i residualplottet ud fra kun 6 datapunkter. Residualerne er dog under 1,5 km/t, og dette er en relativt lille afvigelse sammenlignet med tabelværdierne for den afhængige variabel. Modellen må derfor siges at passe ganske godt.

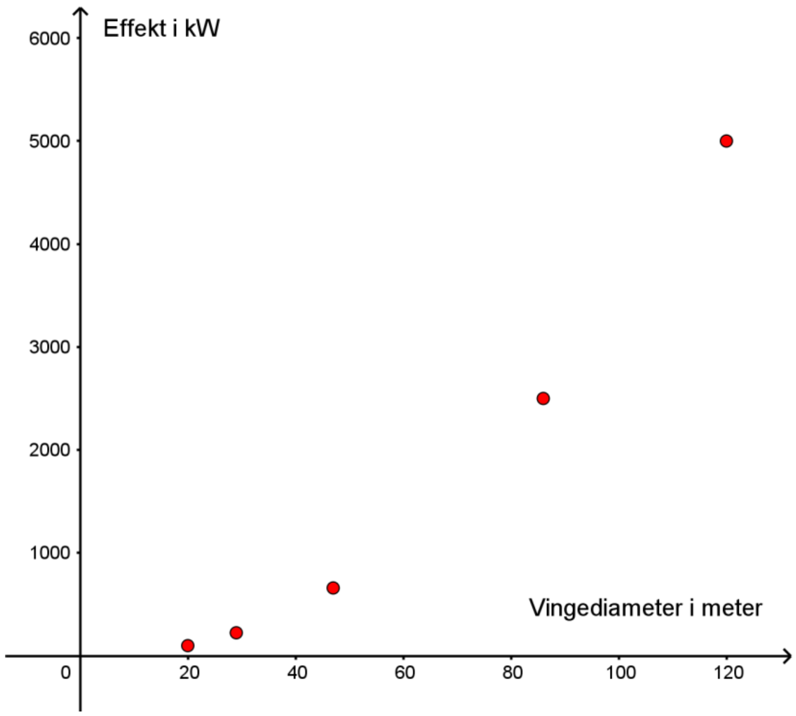
c. $a = 0,4995$ og $b = 11,30$.

d. 124 km/t.

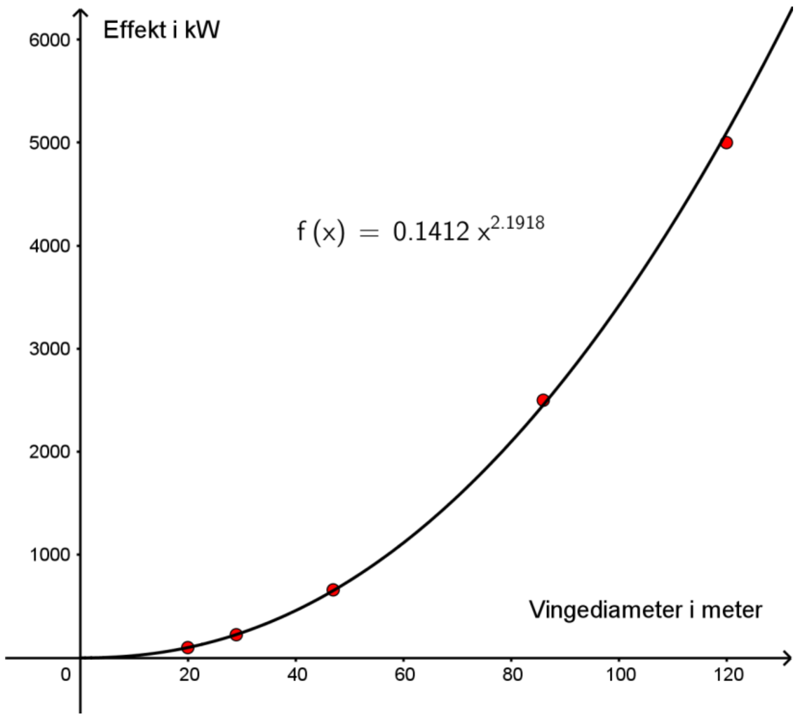
ISBN 9788770668279

Øvelse 5.19

a.

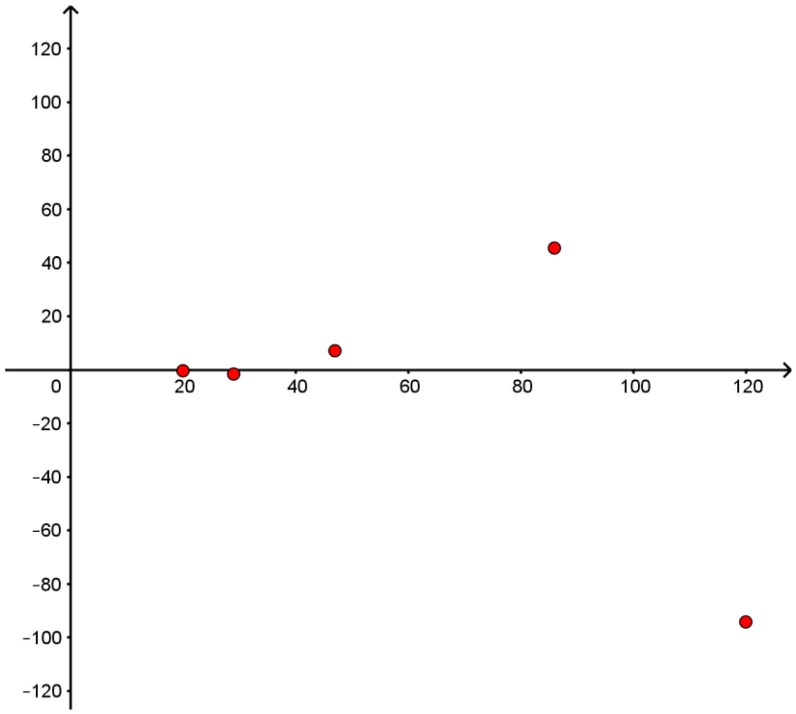


b. Regressionen afbildet nedenfor ser ud til at passe rigtig godt med datapunkterne.



ISBN 9788770668279

Vi tegner også et residualplot.



Punkterne i residualplottet ser ud til at være rimelig tilfældigt fordelt, men det er svært at sige noget endegyldigt ud fra kun fem datapunkter. Den numerisk største residual er på ca. 100 kW, hvilket er en relativ afvigelse på ca. 2%.

c. $a = 2{,}1918$ og $b = 0{,}1412$.

d. Vingediameteren skal være 57,1 meter.

e. Hvis vingediameteren er 1,5 gange så stor, så bliver effekten $1{,}5^{2{,}1918} = 2{,}43$ gange så stor. (Her har vi brugt resultatet af sætning 4 s. 183. Alternativt kan man tage udgangspunkt i to vingediametre på f.eks. 10m og 15m og beregne forholdet mellem effekten for de to diametre.)

Øvelse 5.23

Højden er skaleret op med en faktor 20. Vægten (der skalerer som rumfanget) er dermed skaleret op med en faktor $20^3 = 8000$. Knoglernes bæreevne er skaleret op med en faktor $20^2 = 400$, som også er lig $8000^{2/3}$.

ISBN 9788770668279

Øvelse 5.24

a. Vægtfylden på 0,6 g/cm^3 kan også udtrykkes som 0,6 ton/m^3, hvilket er en mere relevant enhed i denne opgave.

Rumfanget af en kegle kan beregnes med formlen $V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$ hvor A er grundfladens areal og h er højden. Grundfladen i modellen er cirkulær og arealet kan derfor beregnes med $A = \pi \cdot r^2$, hvor r er radius. Vi bruger en radius på 4 meter (selvom der strengt taget står i opgaven, at det er radius i 2 meters højde, så egentlig skal radius skaleres op med faktoren 110/108, men det giver en meget lille forskel, og det er i forvejen en ret grov model af et træ.) Vi får så et grundfladeareal på 50 m^2 og dermed et rumfang på 1843 m^3. Vægten findes nu ved at gange med densiteten på 0,6 ton/m^3, som giver 1106 ton.

b. Vi dividerer træets vægt med vægten af en bil og får ca. 737 biler.

c. Den teoretisk maksimale højde for træet opnås når vægten af træet er lig grundfladens bæreevne. Når træets grundflade har tværsnitsareal A, er den maksimale vægt, træet kan bære, på $A \cdot 300\text{ton}/\text{m}^2$. Vi sætter dette lig udtrykket for træets vægt og får $A \cdot 300\text{ton}/\text{m}^2 = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h \cdot 0{,}6\text{ton}/\text{m}^3$. Her kan A forkortes på begge sider. Desuden kan vi gange igennem med 3 og dividere med 0,6 ton/m^3. Dette giver højden $h = \frac{3 \cdot 300}{0{,}6}\text{m} = 1500\text{m}$, som er den teoretisk maksimale højde for træet.

Øvelse 5.25

Tagrørenes grundflade beskrives som cirkulær med en diameter på 2 cm, mens Eiffeltårnets grundflade beskrives som kvadratisk med en sidelængde på 125 m. Vi skal således sammenligne en cirkulær og en kvadratisk base. Sammenligner vi slet og ret de to længder, får vi, at Eiffeltårnets baselængde er 6250 gange så stor som tagrørets. Skalerer vi højden af tagrøret på 3 meter op med samme faktor, får vi en højde på 18,75 km, lidt højere end naturvejlederen påstod. Men umiddelbart er naturvejlederens påstand i fin overensstemmelse med vores beregninger. Vi kunne også have valgt at sammenligne diagonalen i Eiffeltårnets grundflade med tagrørets diameter, eller vi kunne have sammenlignet de to grundfladers areal. Begge sammenligninger ville have resulteret i en endnu større skalafaktor og dermed tilsvarende større bud på højden for et tagrør opskaleret til samme skala som Eiffeltårnet (nemlig 26,5 km og 21,2 km).

Øvelse 5.27

Ifølge sætning 4 gælder $5 = 2^a$. Denne ligning har løsningen $a = \log(5)/\log(2) = 2{,}322$.

ISBN 9788770668279

L&R Uddannelse
EGMONT

Øvelse 5.28

$r_y = (1+r_x)^a - 1 = (1+0,2)^{3,06} - 1 = 0,747$. Så den store diamant vejer 74,7% mere end den lille diamant.

Øvelse 5.29

a. Isoleres a i sætning 5 får man $a = \dfrac{\log(1+r_N)}{\log(1+r_p)} = \dfrac{\log(1-0,04)}{\log(1+0,1)} = -0,4283$.

b. $r_N = (1+r_p)^a - 1 = (1+0,22)^{-0,4283} = -0,08164$. Så passagertallet vil ifølge modellen falde med 8,2%.

Øvelse 5.30

a. $y = 2,526 \cdot x^{0,9851}$.

b. $y = 69,2494 \cdot x^{-1,2784}$.

c. $y = 4,4732 \cdot x^{0,2499}$.

Øvelse 5.31

a. $y = 5,8034 \cdot x^{1,2239}$.

b. $x = 776,64$.

Øvelse 5.32

a. $y = 44999,6 \cdot x^{-0,2012}$.

b. y aftager med 1,90%.

c. y aftager med 13,0%.