ISBN 9788770668279

Kapitel 3

Øvelse 3.1

b. Vi dividerer arealet af tre sten på 0,0336 m^2 op i det samlede areal på $1{,}16 \cdot 10^6$ m^2 og ganger med tre for at få det samlede antal sten. Dette giver $1{,}04 \cdot 10^8$ eller 104 millioner mursten.

c. 3 er 50% større end 2, så vi kan gange det antal mursten vi fandt i b) med 1,5 for at få det antal mursten der skal bruges til 3 lag murværk. Dette giver 156 millioner mursten.

d. 6 er 20% større end 5, så vi kan gange det antal mursten vi fandt i b) med 1,2 for at få det antal mursten der skal bruges, hvis diameteren er 6 meter i stedet for 5 meter. Dette giver 125 millioner mursten.

e. Det ligger i den høje ende ud fra vores beregninger, så der burde være rigeligt med mursten til at bygge en tunnel som den vi har regnet på. Faktisk burde der være nok til at bygge to tunneller med en diameter på 6 meter og fire lag mursten. Det er dog fornuftigt at give et lidt for højt estimat, da nogle mursten givetvis vil gå itu under byggearbejdet. Omvendt ligger murstenene heller ikke helt tæt i en væg, så vores estimat er i forvejen lidt forhøjet på den baggrund.

Øvelse 3.2

Vi bruger formlen $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ til at beregne hældningen. For det nedadgående stykke er $\Delta y = -75$ og $\Delta x = 4012$, hvilket giver $a = \frac{-75}{4012} = -0{,}0187$. Så for hver meter falder vejbanen med 0,0187 meter. Tilsvarende bliver hældningen af det opadgående stykke 0,0187.

Øvelse 3.3

b. Der er 7412 meter boret tunnel med en diameter på 8,5 meter. Rumfanget af en sådan cylinder er

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 4{,}25^2 \cdot 7412 = 420594$.

Der er altså bortgravet omkring 421.000 m^3 materiale.

c. 52% af 421.000 er ca. 219.000, så der skulle bortskaffes 219.000 m^3 moræneler.

Øvelse 3.8

a.
1. 0,12.
2. 0,001.
3. 1.
4. 0,02.

b.
1. 13%.
2. 4%.
3. 300%.
4. 0,5%.

Øvelse 3.9

a. Lønstigningen er på $0,018 \cdot 360000 = 6480$ kroner.

b. Personen har tabt $0,23 \cdot 850000 = 195500$ kroner.

Øvelse 3.11

a. Startprisen er $K_0 = 800$. Procenten i decimaltal er $r = -0,4$. Slutværdien er K som vi skal finde. Vi har $K = K_0 \cdot (1+r) = 800 \cdot (1-0,4) = 480$. Så kjolen koster 480 kr. på udsalg.

b. Startprisen K_0 er ukendt. Procenten i decimaltal er $r = -0,28$. Slutværdien er $K = 1,2$ i millioner kroner. Vi har $K_0 = \dfrac{K}{1+r} = \dfrac{1,2}{1-0,28} = 1,67$. Så lejligheden ville have kostet 1,67 millioner kroner et år tidligere.

c. Startværdien for konditallet er $K_0 = 35,6$. Vækstraten r er ukendt. Slutværdien for konditallet er $K = 39,1$. Vi har $r = \dfrac{K}{K_0} - 1 = \dfrac{39,1}{35,6} - 1 = 0,098$. Så konditallet er steget med 9,8%.

ISBN 9788770668279

L&R Uddannelse EGMONT

Øvelse 3.14

a. $K = K_0 \cdot (1+r)$. Vi indsætter $K = 688$ og $K_0 = 205$ og isolerer r. $r = \frac{K}{K_0} - 1 = \frac{688}{205} - 1 = 2,36$.

Så antallet af mennesker i verden over 60 år er samlet vokset med 236% i perioden 1950-2006.

b. Vi får $\frac{236\%}{56} = 4,2\%$, hvilket er en del over vækstraten på 2,2% der blev fundet i anvendelse 3.

Øvelse 3.15

a. Vi ganger fremskrivningsfaktorerne for hvert år sammen. Det giver den samlede fremskrivningsfaktor $1,18^3 \cdot 1,26^3 \cdot 1,05^2 \cdot 0,68^2 = 1,6755$. Så samlet er huspriserne steget med 68% på de 10 år.

b. Vi uddrager den tiende rod af den samlede fremskrivningsfaktor og får den årlige fremskrivningsfaktor: $\sqrt[10]{1,6755} = 1,053$. Så i gennemsnit er huspriserne steget med 5,3% om året.

Øvelse 3.16

$$2000 = 1222 \cdot (1+0,055)^n$$

$$\frac{2000}{1222} = (1+0,055)^n$$

$$\log\left(\frac{2000}{1222}\right) = \log((1+0,055)^n)$$

$$\log\left(\frac{2000}{1222}\right) = n \cdot \log(1+0,055)$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{2000}{1222}\right)}{\log(1,055)}$$

$n = 9,2$.

ISBN 9788770668279

Øvelse 3.17

a.

$$5,7\cdot 0,839^{x}=113,9$$

$$0,839^{x}=\frac{113,9}{5,7}$$

$$\log\left(0,839^{x}\right)=\log\left(\frac{113,9}{5,7}\right)$$

$$x\cdot\log\left(0,839\right)=\log\left(\frac{113,9}{5,7}\right)$$

$$x=\frac{\log\left(\frac{113,9}{5,7}\right)}{\log\left(0,839\right)}$$

$$x=-17,06\,.$$

b.

$$0,999^{x}=0,0003$$

$$\log\left(0,999^{x}\right)=\log\left(0,0003\right)$$

$$x\cdot\log\left(0,999\right)=\log\left(0,0003\right)$$

$$x=\frac{\log\left(0,0003\right)}{\log\left(0,999\right)}$$

$$x=8107,67\,.$$

ISBN 9788770668279

c.

$$1,2\cdot 2,8^x = 1,02\cdot 3,1^x$$

$$\frac{2,8^x}{3,1^x} = \frac{1,02}{1,2}$$

$$\left(\frac{2,8}{3,1}\right)^x = \frac{1,02}{1,2}$$

$$\log\left(\left(\frac{2,8}{3,1}\right)^x\right) = \log\left(\frac{1,02}{1,2}\right)$$

$$x\cdot\log\left(\frac{2,8}{3,1}\right) = \log\left(\frac{1,02}{1,2}\right)$$

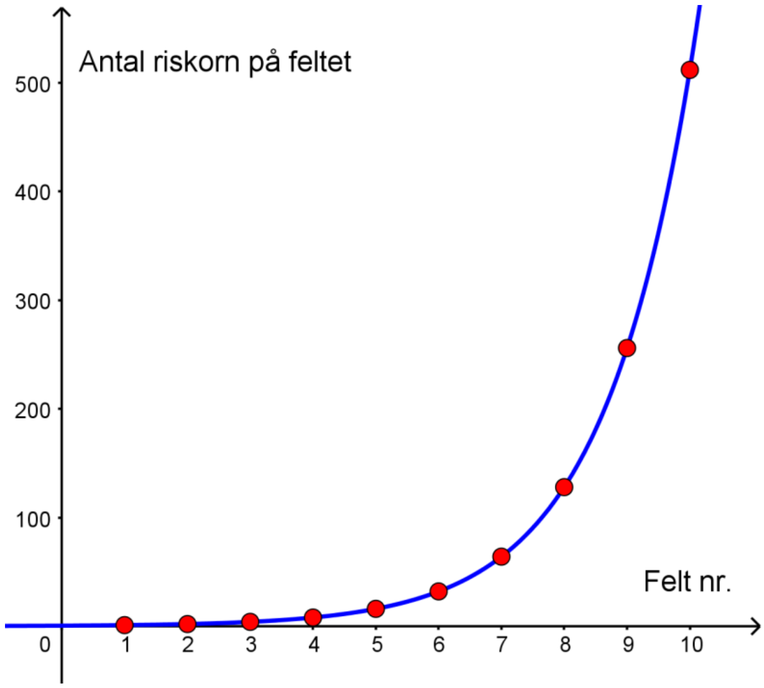
$$x = \frac{\log\left(\frac{1,02}{1,2}\right)}{\log\left(\frac{2,8}{3,1}\right)}$$

$$x = 1,60\,.$$

ISBN 9788770668279

Øvelse 3.25

a.



b. Det kumulerede antal for de første n felter er givet ved $2^n - 1$.

Øvelse 3.29

a.

n	5	10	30	100
S	1,9687500	1,999023437500	1,99999999906868	1,99999999999999999999999999999211139

b. Summen nærmer sig 2. (Vi siger, at summen går mod 2 når n går mod uendeligt.)

c. 2.

ISBN 9788770668279

Øvelse 3.33

Hvis de sparer op i 5 år, har de foretaget 6 indbetalinger, så vi sætter $n=6$. Desuden er $A=100000$ og $r=0,0375$. Vi finder så

$$b=\frac{r\cdot A}{(1+r)^n-1}=\frac{0,0375\cdot 100000}{(1+0,0375)^6-1}=15171,22$$

Parret skal indsætte 15171,22 kr. ved hver af de 6 indbetalinger.

Øvelse 3.34

Vi indsætter $b=12000$, $A=140000$ og $r=0,0375$ i formlen og løser for n.

$$n=\frac{\log\left(1+\frac{A\cdot r}{b}\right)}{\log(1+r)}=\frac{\log\left(1+\frac{140000\cdot 0,0375}{12000}\right)}{\log(1,0375)}=9,9$$

Parret skal derfor foretage 10 indbetalinger, dvs. de skal bruge 9 år for at spare 140000 kr. sammen på denne facon.

Øvelse 3.35

a. Formlen $A=b\cdot\frac{(1+r)^n-1}{r}$ med $n=6$ angiver beløbet på kontoen efter 5 år (6 indbetalinger).
   Dog foretages den sidste indbetaling ikke som opgaven er beskrevet. Altså skal vi fratrække 10.000 kr. når vi regner på det. Vi indsætter $b=10000$, $A=100000$ og får
   $$100000=10000\cdot\frac{(1+r)^6-1}{r}-10000$$
   Ligningen løses (numerisk) på computeren, da der ikke findes nogen formel for r. Vi får $r=0,24$.
   Banken giver altså 24% i årlig rente. Det er urealistisk, at en bank nu om dage vil tilbyde så høj en rente.

Øvelse 3.38

Vi bruger en årlig rente på 4,5% så $r=0,045$. Vi sætter den årlige ydelse til $y=100000$ og $n=30$. Vi får

$$G=100000\cdot\frac{1-(1+0,045)^{-30}}{0,045}=1628889$$

De kan købe en lejlighed på ca. 1,6 mio. kr.

ISBN 9788770668279

L&R Uddannelse EGMONT

Øvelse 3.41

Amortisationstabel for køb af computer

Hovedstol	4249
Rentefod	0,02
Ydelse	166,70

Nr. på termin	Startgæld	Rente	Afdrag	Ydelse	Restgæld
1	4249,00	84,98	81,72	166,70	4167,28
2	4167,28	83,35	83,35	166,70	4083,93
3	4083,93	81,68	85,02	166,70	3998,90
4	3998,90	79,98	86,72	166,70	3912,18
5	3912,18	78,24	88,46	166,70	3823,73
6	3823,73	76,47	90,23	166,70	3733,50
7	3733,50	74,67	92,03	166,70	3641,47
8	3641,47	72,83	93,87	166,70	3547,60
9	3547,60	70,95	95,75	166,70	3451,85
10	3451,85	69,04	97,66	166,70	3354,19
11	3354,19	67,08	99,62	166,70	3254,57
12	3254,57	65,09	101,61	166,70	3152,96
13	3152,96	63,06	103,64	166,70	3049,32
14	3049,32	60,99	105,71	166,70	2943,61
15	2943,61	58,87	107,83	166,70	2835,78
16	2835,78	56,72	109,98	166,70	2725,80
17	2725,80	54,52	112,18	166,70	2613,61
18	2613,61	52,27	114,43	166,70	2499,19
19	2499,19	49,98	116,72	166,70	2382,47
20	2382,47	47,65	119,05	166,70	2263,42
21	2263,42	45,27	121,43	166,70	2141,99
22	2141,99	42,84	123,86	166,70	2018,13
23	2018,13	40,36	126,34	166,70	1891,79
24	1891,79	37,84	128,86	166,70	1762,93
25	1762,93	35,26	131,44	166,70	1631,48
26	1631,48	32,63	134,07	166,70	1497,41
27	1497,41	29,95	136,75	166,70	1360,66
28	1360,66	27,21	139,49	166,70	1221,18
29	1221,18	24,42	142,28	166,70	1078,90
30	1078,90	21,58	145,12	166,70	933,78
31	933,78	18,68	148,02	166,70	785,75
32	785,75	15,72	150,98	166,70	634,77
33	634,77	12,70	154,00	166,70	480,76
34	480,76	9,62	157,08	166,70	323,68
35	323,68	6,47	160,23	166,70	163,45
36	163,45	3,27	163,43	166,70	0,02

ISBN 9788770668279

b. 0,02 kr. (Essentielt 0 kr.)

c. 2499,19 kr.

Øvelse 3.44

a. Vi opskriver udgifterne i en tabel som vist nedenfor.

Udgifter	Samlet	Bilister	Tog
Østbro	35%	35%	0%
Østtunnel	21%	0%	21%
Vestbro	23%	11,5%	11,5%
Landanlæg	3%	3%	0%
Baneteknik	9%	0%	9%
Sprogø	3%	1,5%	1,5%
Reserver	6%	3%	3%
I alt	100%	54%	46%

Bilisterne skal betale 54% af de samlede udgifter og DSB skal betale 46% af de samlede udgifter.

b. Budgettet er på 22,7 mia. kr., så bilisterne skal finansiere 12,258 mia. kr. og DSB skal finansiere 10,442 mia. kr.

Øvelse 3.45

Løses ligningen $10,442 = 0,725 \cdot \frac{1-(1+r)^{-30}}{r}$ får man $r = 0,05582$, dvs. den årlige rente er ca. 5,6%.

Øvelse. 3.46

b. Det beløb man betaler af (afdrager) pr. år ændrer sig, men ydelsen er konstant under antagelsen i budgettet om konstant daglig trafikmængde. Hvis vi regner med 365 dage pr. år, får man en årlig ydelse på
$y = 365 \cdot (12500 \cdot 190 + 2500 \cdot 800) = 1596875000$
Den årlige ydelse er altså ca. 1,597 mia. kr. under antagelsen i budgettet.

c. Indsættes de kendte størrelser i formlen for en gældsannuitet, får man
$$12,258 = 1,597 \cdot \frac{1-(1+0,1)^{-n}}{0,1}$$
Løses for n får man $15,3$. Bilisterne har altså tilbagebetalt deres lån indenfor 16 år.

d. Benyttes i stedet en rentefod på $r = 0,056$ får man $n = 10,3$, dvs. bilisterne ville have tilbagebetalt deres lån indenfor 11 år, og altså 5 år hurtigere end med en årlig rente på 10%.

Amortisationstabel for bilisternes tilbagebetaling af lån					
Hovedstol	12,258	mia. kr.			
Rentefod	0,056				
Ydelse	1,597	mia. kr.			
Nr. på termin	Startgæld	Rente	Afdrag	Ydelse	Restgæld
1	12,258	0,686	0,911	1,597	11,347
2	11,347	0,635	0,962	1,597	10,386
3	10,386	0,582	1,015	1,597	9,371
4	9,371	0,525	1,072	1,597	8,298
5	8,298	0,465	1,132	1,597	7,166
6	7,166	0,401	1,196	1,597	5,970
7	5,970	0,334	1,263	1,597	4,708
8	4,708	0,264	1,333	1,597	3,374
9	3,374	0,189	1,408	1,597	1,966
10	1,966	0,110	1,487	1,597	0,479
11	0,479	0,027	1,570	1,597	-1,091

Øvelse 3.47

a. Udgifterne er steget med 67,4%.

b. Det er en årlig gennemsnitlig stigning på 10,9%.

Øvelse 3.48

a. DSB skal betale 17,48 mia. kr. og bilisterne skal betale 20,52 mia. kr.

ISBN 9788770668279

Øvelse 3.4

a. 1,752 mia. kr.

b.

Amortisationstabel for bilisternes tilbagebetaling af lån					
Hovedstol	20,52	mia. kr.			
Rentefod	0,1				
Ydelse	1,752	mia. kr.			
Nr. på termin	Startgæld	Rente	Afdrag	Ydelse	Restgæld
1	20,520	2,052	-0,300	1,752	20,820
2	20,820	2,082	-0,330	1,752	21,150
3	21,150	2,115	-0,363	1,752	21,513
4	21,513	2,151	-0,399	1,752	21,912
5	21,912	2,191	-0,439	1,752	22,352
6	22,352	2,235	-0,483	1,752	22,835
7	22,835	2,283	-0,531	1,752	23,366
8	23,366	2,337	-0,585	1,752	23,951
9	23,951	2,395	-0,643	1,752	24,594
10	24,594	2,459	-0,707	1,752	25,301
11	25,301	2,530	-0,778	1,752	26,079

Restgælden bliver større og større for hvert år der går, så gælden kan aldrig blive tilbagebetalt med den gældende rentefod og ydelse.

c. Renterne er større end ydelsen.