

Kapitel 1

Øvelse 1.4

En forklaring kan være, at man gerne vil se hvor godt modellen passer med de historiske data man allerede kender. Hvis modellen ikke passer med disse, kan man heller ikke forvente, at den kan bruges til at forudsige udviklingen i fremtiden.

Øvelse 1.6

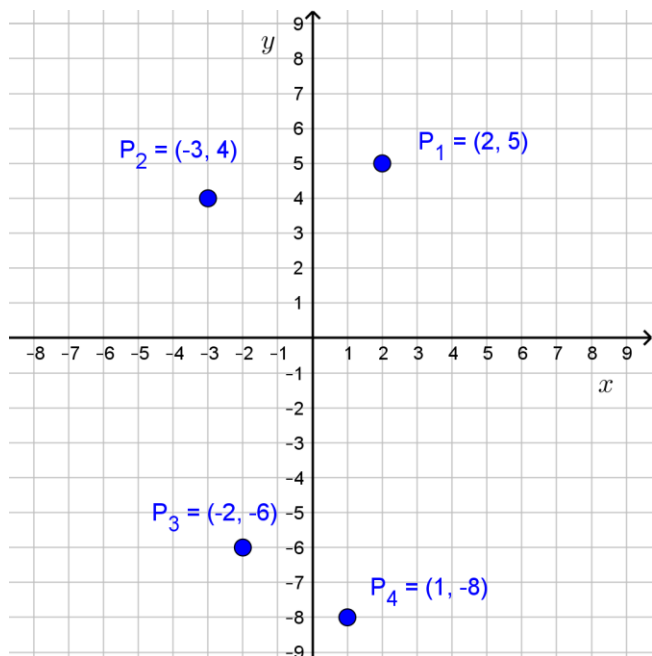
- De variable der indgår, er årstallet, gennemsnitsalderen for førstegangsfødende kvinder og gennemsnitsalderen for fædrene. Tabellen oplyser nogle værdier for disse tre variable, f.eks. at i året 1990 er gennemsnitsalderen for førstegangsfødende kvinder 26,4 år, og den tilsvarende gennemsnitsalder for fædrene er 31,4 år. I gennemsnit er fædrene ældre end mødrene for alle årene.
- Det ser ud til, at både gennemsnitsalderen for mødrene og fædrene vokser med årene. Udviklingen er altså, at både mænd og kvinder bliver ældre, før de får deres første barn.

Øvelse 1.15

Vi kan f.eks. kalde de fire vinkler v , x , y , z . De variable kan så antage værdier mellem 0° og 360° . Dog med den begrænsning, at summen af de fire vinkler skal være 360° , altså $v + x + y + z = 360^\circ$.

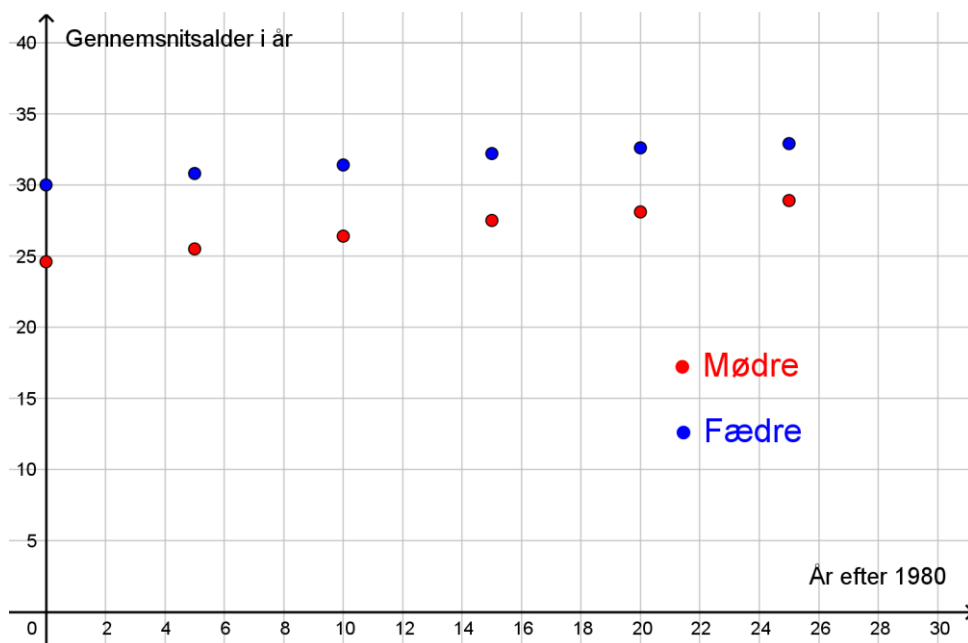
Øvelse 1.16

Vi kan f.eks. kalde den sidste side for c . Variablen c kan så antage værdier mellem 2 og 12.

Øvelse 1.18**Øvelse 1.19**

1. ca. $y = 2$.
2. ca. $y = 4$.
3. ca. $y = 4$.
4. ca. $x = 6$.
5. $x = -3$ eller $x = 2$ eller $x = 4$.
6. $x = -2$ eller $x = 0$ eller $x = 5$.
7. Ligger på grafen.
8. Ligger ikke på grafen.
9. Ligger ikke på grafen.
10. Ligger ikke på grafen.

Øvelse 1.21



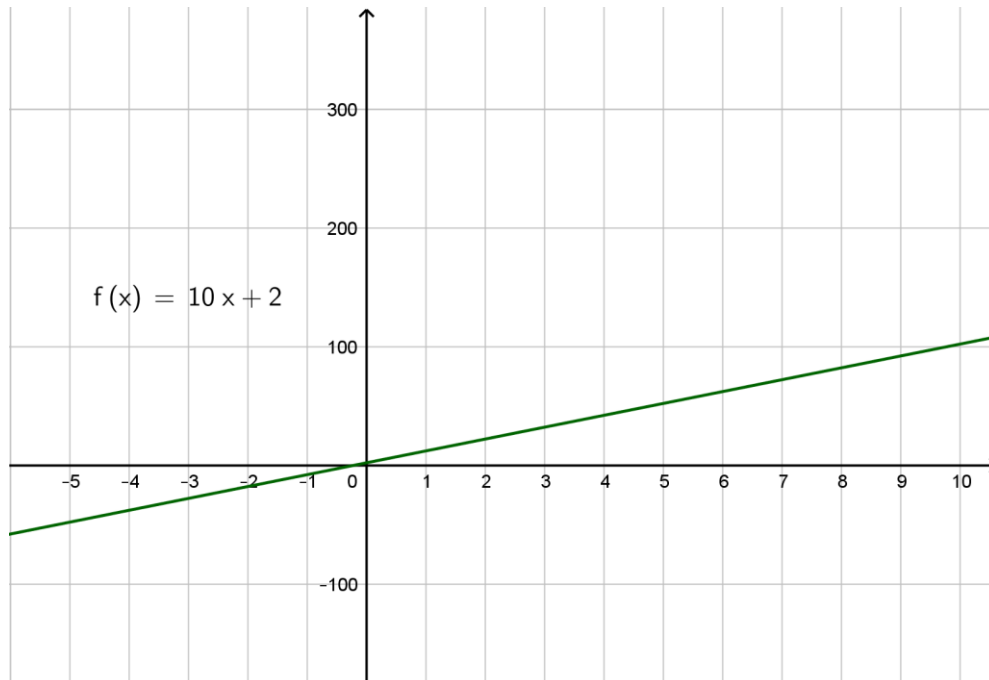
Man kan eventuelt tilføje en tendenslinje. Se mere herom under lineær regression.

Øvelse 1.22

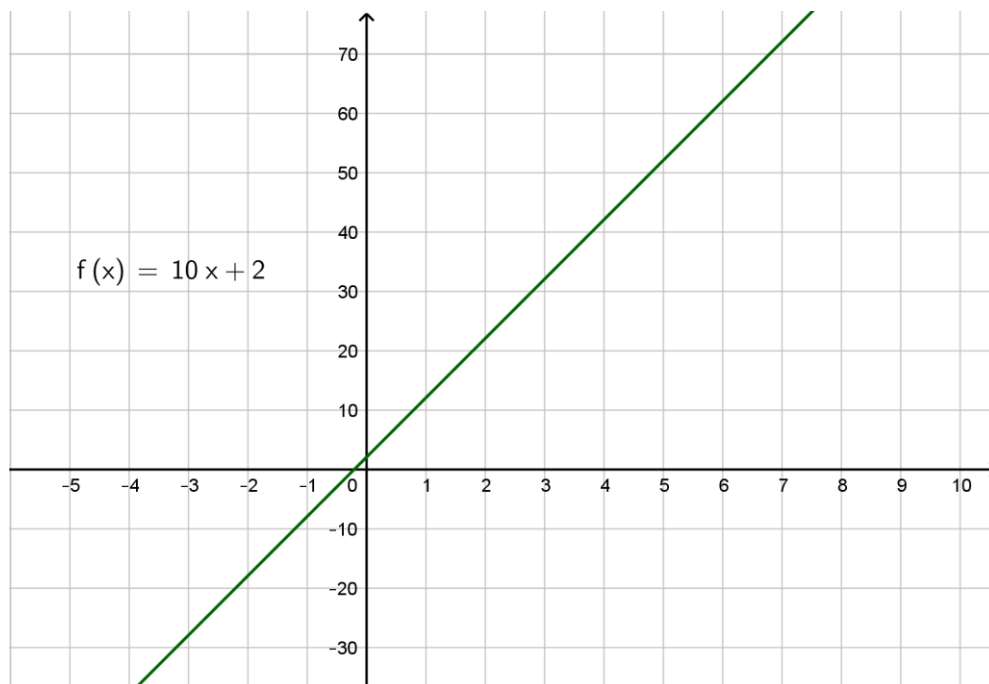
Der er ikke anvendt samme enhed langs hele x -aksen. Der skal være lige mange år mellem hver markering på x -aksen.

Øvelse 1.23

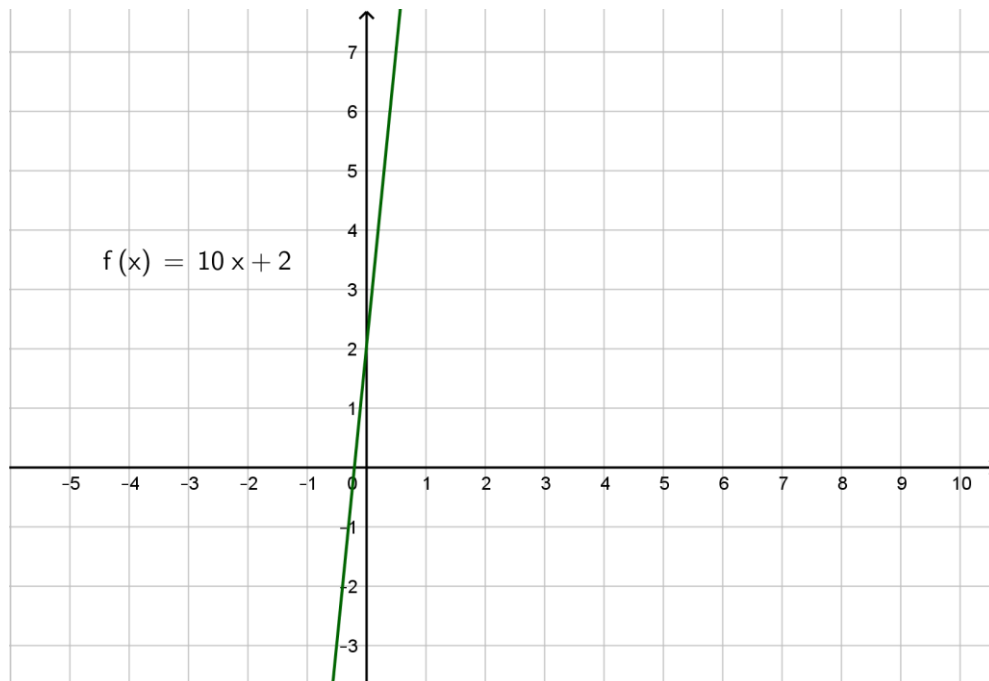
Svagt voksende:



Jævnt voksende:



Stærkt voksende:

**Øvelse 1.26**

- Høstudbyttet vokser med voksende tilførsel af kunstgødning. Ved små gødningsmængder er stigningen i høstudbyttet tilnærmelsesvis lineær. Ved større tilførsler af kunstgødning bliver stigningen i høstudbyttet gradvist mindre.
- Tilnærmer man med en ret linje, vil modellen forudsige en konstant stigning i høstudbyttet pr. enhed tilført kunstgødning. Som de afbillede data viser, aftager stigningen i udbyttet dog gradvist med gødningsmængden. I det afbillede interval ser det ud til, at data kan tilnærmelsesvis med to rette linjestykker, idet der er et knæk i udviklingen omkring punktet $(80; 4,65)$, som derfor kan benyttes som forbindelsespunkt mellem de to linjestykker.

Øvelse 1.27

- Tallet 1,43 er høstudbyttet i ton/ha når der ikke tilføres nogen kunstgødning.
- Udbyttet stiger med 0,88 ton/ha. Det er 0,044 ton/ha pr. kg kunstgødning.

Øvelse 1.28

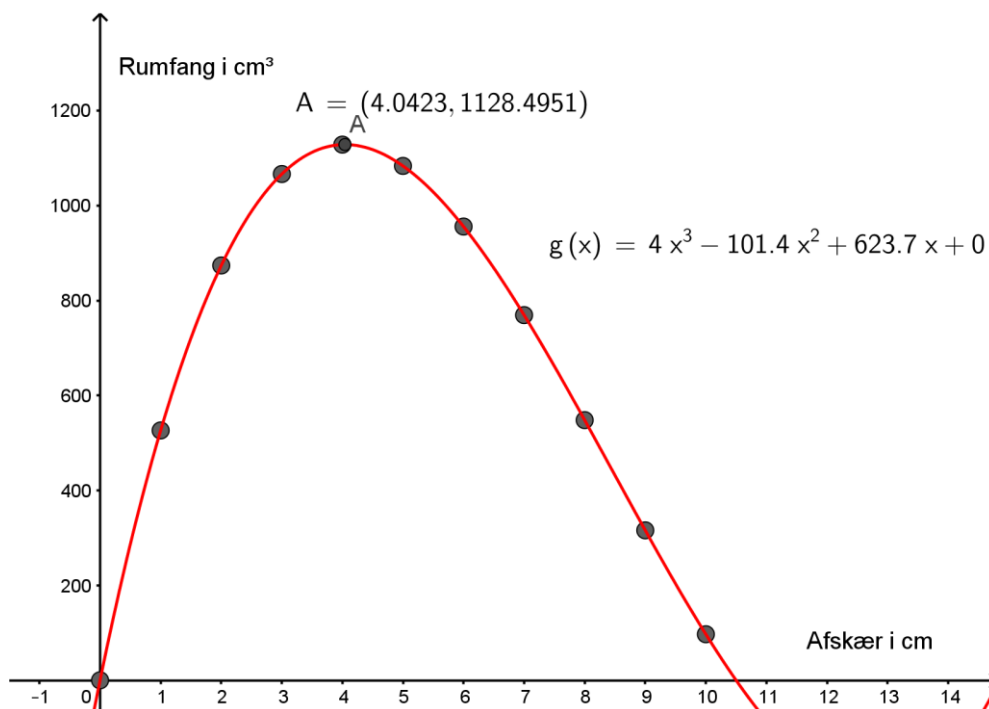
- a) Insulinindholdet har i gennemsnit været 47 pmol/l.
- b) Arealet er 2820 (målt i pmol/l · min).
- c) For at finde arealet af trapezet skal man gange bredden af trapezet med gennemsnittet af højden i de to sider, dvs. med det gennemsnitlige insulinindhold. Vender man det om får man, at det gennemsnitlige insulinindhold er lig arealet af trapezet divideret med bredden af intervallet.
- d) Man finder det samlede areal under grafen og dividerer med det samlede tidsinterval. Det samlede areal er 66412,5 og det samlede tidsinterval er 495 minutter. Dette giver 134,17 pmol/l i gennemsnit. Dette er egentlig et vejet gennemsnit, hvor man finder gennemsnit for hvert interval, og ganger dette med længden af intervallet, for til sidst at dividere med det samlede tidsinterval.
- e) 134 er forholdet mellem det samlede areal og det samlede tidsinterval.

Øvelse 1.29

Vi bruger et A4-ark på 29,7 cm i bredden og 21 cm i længden, og lader alle længder være målt i cm.

	A afskær	B højde	C længde	D bredde	E rumfang
1	0	0	21	29,7	0
2	1	1	19	27,7	526,3
3	2	2	17	25,7	873,8
4	3	3	15	23,7	1066,5
5	4	4	13	21,7	1128,4
6	5	5	11	19,7	1083,5
7	6	6	9	17,7	955,8
8	7	7	7	15,7	769,3
9	8	8	5	13,7	548
10	9	9	3	11,7	315,9
11	10	10	1	9,7	97

Herunder er rumfanget afbilledet som funktion af afskæret. Der er tilpasset med et tredjegradspolynomium og maksimum for funktionen er bestemt grafisk. Det ses af både graf og tabel, at et afskær på ca. 4 cm giver det største rumfang.



Øvelse 1.30

Lad x være antallet af timer og y mængden af alkohol i blodet målt i gram. Da gælder $y = 100 - 12x$.

Øvelse 1.31

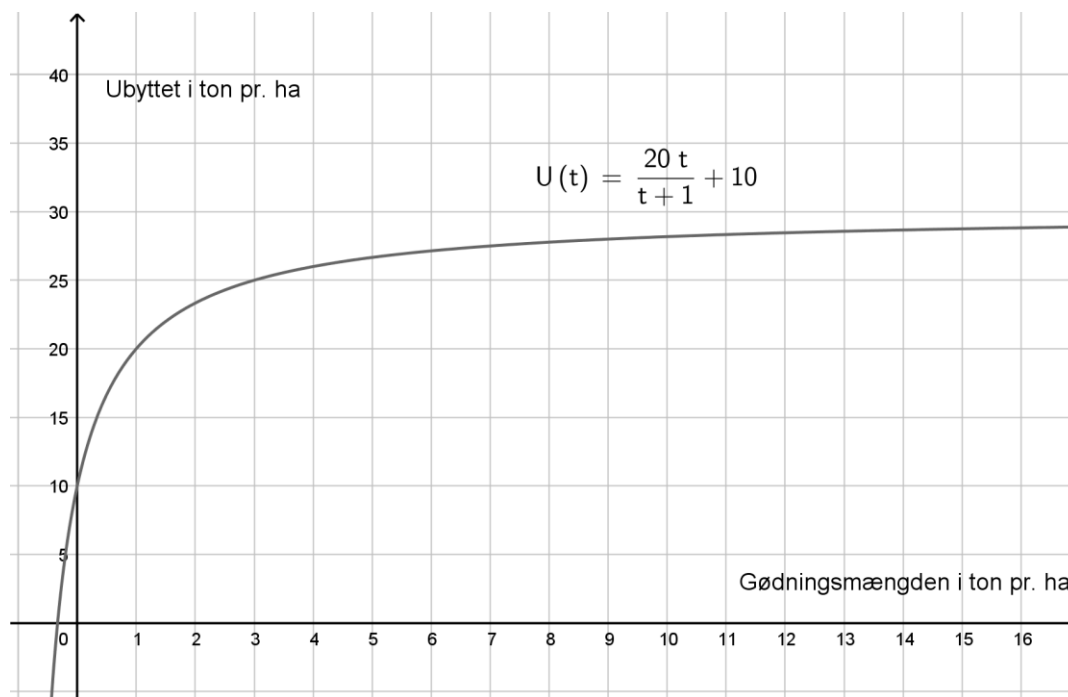
Hvis E er bevægelsesenergien og m er massen og v er hastigheden, gælder $E = k \cdot m \cdot v^2$ hvor k er proportionalitetskonstanten. Det viser sig, at $k = \frac{1}{2}$.

Øvelse 1.32

Vandet koster 38 kr. pr m^3 og der er faste årlige udgifter på 450 kr.

Øvelse 1.36

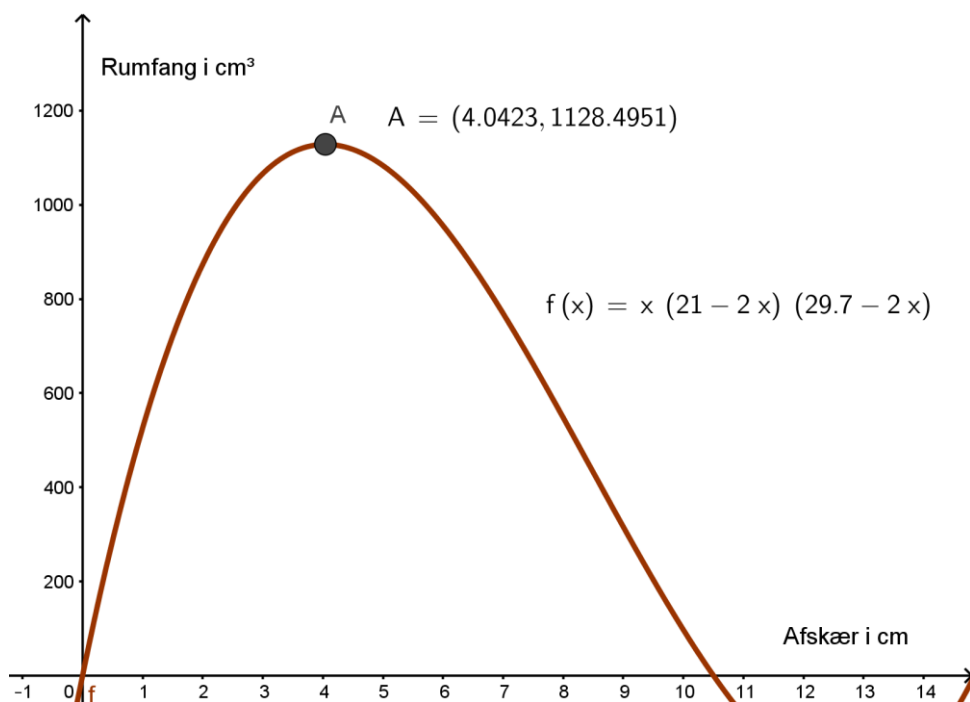
a)



- b) Definitionsmængden for funktionen må være alle $t \geq 0$, da man ikke kan gøde med negative mængder gødning. Grafen stiger for alle t i definitionsmængden, dog stejlest i starten, mens den flader ud for store værdier af t . Asymptotisk nærmer den sig den vandrette linje $y = 30$, som angiver den øvre grænse for udbyttet i denne model.
- c) Konstanten 10 er funktionsværdien $U(0)$, og den angiver således udbyttet i ton pr. ha når der ikke tilføres nogen gødning.

Øvelse 1.37

- a) $V(x) = x \cdot (21 - 2x) \cdot (29,7 - 2x)$ er forskriften for rumfanget. Dette skyldes, at højden er lig afskæret x , længden er lig $21 - 2x$ og bredden er lig $29,7 - 2x$.
- b) x kan variere mellem 0 og 10,5 cm (halvdelen af længden). Dvs. $Dm(V) =]0; 10,5[$.
- c) Maksimumspunktet viser, at x skal være 4,0423 cm for at opnå det størst mulige rumfang på $1128,5 \text{ cm}^3$.



Øvelse 1.39 a+b)

Ammoniumnitrat (g)	5,4	11,2	24,3	29,8	38,1
Temperatur (°C)	21,0	16,9	13,6	11,1	6,0
Modelværdi (°C)	20,57	18,14	12,66	10,36	6,88
Residual (°C)	0,43	-1,24	0,94	0,74	-0,88

- e) Punkterne i residualplottet ser ud til at være tilfældigt fordelt. Dog er det svært at sige noget endegyldigt ud fra kun fem datapunkter. Den numerisk største residual er på 1,24 °C, hvilket svarer til en relativ afvigelse på -7,3%. Dog giver residualen på -0,88 °C en relativ afvigelse på -14,7%. Fejlmarginen på modellen er af størrelsesordenen 1 °C.

Øvelse 1.40

1. Konstantleddet er 23 og hældningskoefficienten er 7.
2. Konstantleddet er -12 og hældningskoefficienten er 3,9.
3. Konstantleddet er 0 og hældningskoefficienten er 0,2.
4. Konstantleddet er 0,5 og hældningskoefficienten er -2,2.
5. Konstantleddet er -100 og hældningskoefficienten er 1.
6. Konstantleddet er 5 og hældningskoefficienten er -1.
7. Konstantleddet er 5 og hældningskoefficienten er 0.
8. Konstantleddet er 0 og hældningskoefficienten er 0.

Øvelse 1.42

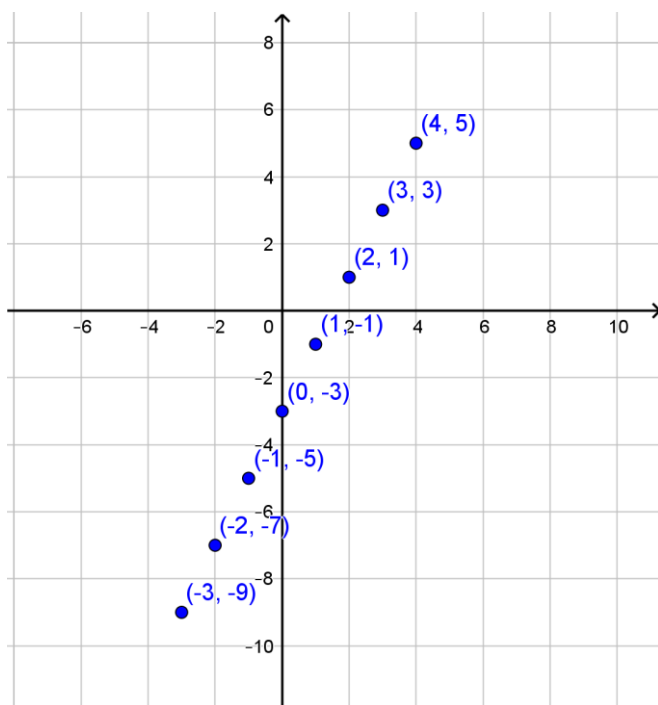
a. Konstantleddet er -3 og hældningskoefficienten er 2

b.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = f(x)$	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5

c. b er y -værdien når $x=0$. a er det tal som y -værdierne stiger med, når x stiger med 1.

d.



e. Det er y -værdien der hvor grafen skærer y -aksen.

f. Når man går 1 ud ad x -aksen (1 til højre i koordinatsystemet) går man a op.

Øvelse 1.43

- a. b er y -værdien der hvor grafen skærer y -aksen.
- b. Når man går 1 ud ad x -aksen (1 til højre i koordinatsystemet) går man a op.

Øvelse 1.44

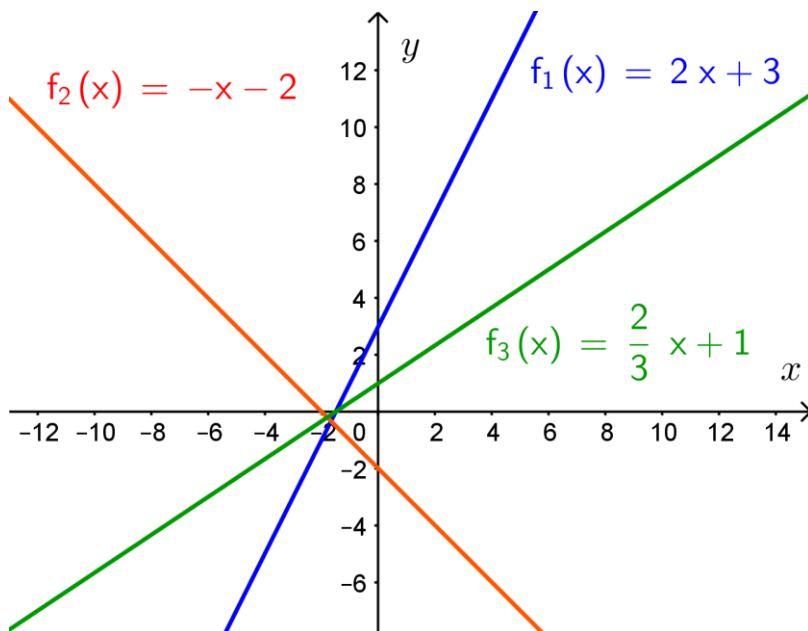
a. Graf A: $y = 2x - 3$.

Graf B: $y = -1,5x + 2,5$.

Graf C: $y = 0,5x - 4$.

Graf D: $y = -x - 2$.

b.



Øvelse 1.45

a. $y = 0,25x + 4$.

b. $y = -1,5x + 19,5$.

c. $y = 9$.

d. $y = 6x - 34$.

e. $y = -x + 4$.

f. $y = \frac{5}{3}x + 2$.

Øvelse 1.46

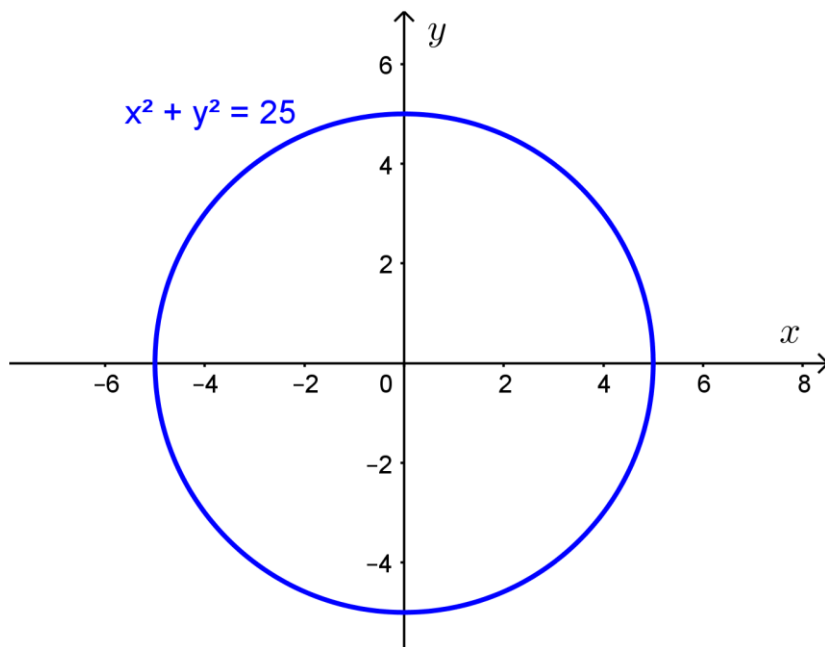
a. $y = 4,2x - 5$.

b. $y = -x + 788$.

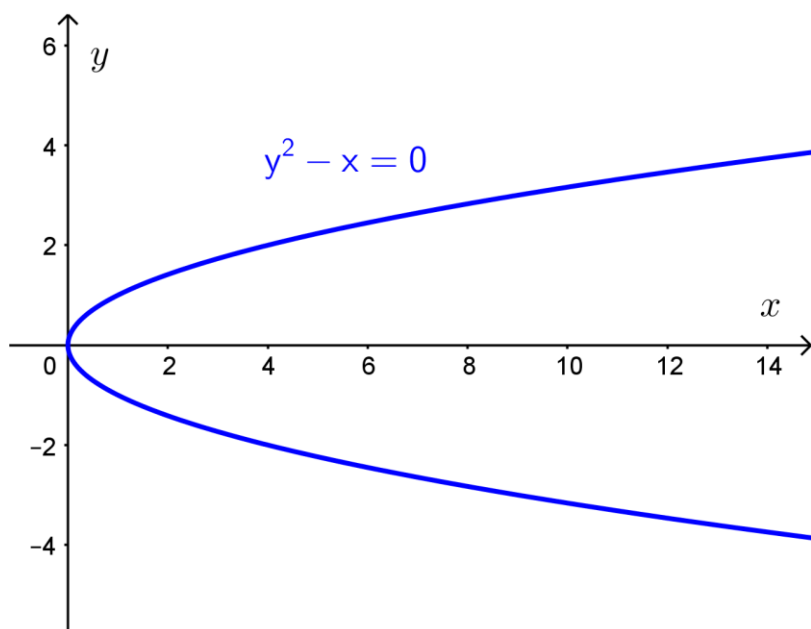
c. $y = 1,5x + 51$.

Øvelse 1.49

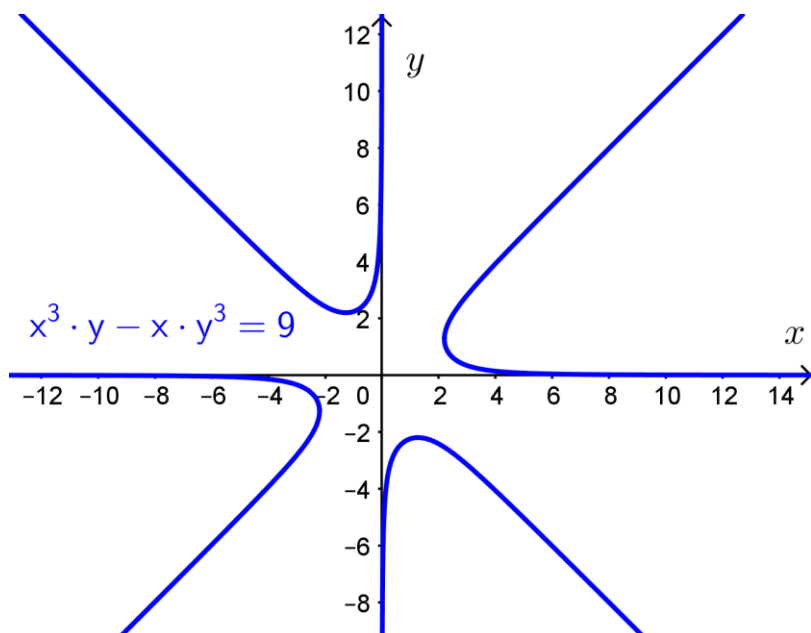
a. 1:



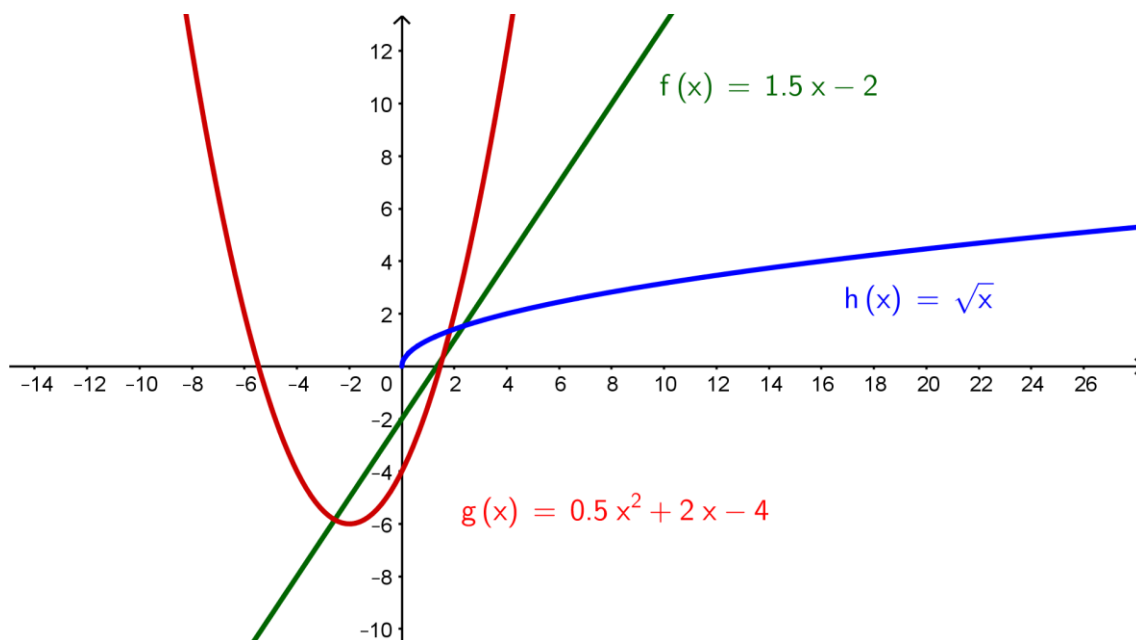
a. 2:



a. 3:



b.



- c. For grafen for en funktion gælder, at der til hver x -værdi (i definitionsmængden for funktionen) hører netop én y -værdi. Dette er ikke tilfældet for kurverne i a), hvor der for mange x -værdier er mere end én y -værdi.