ISBN 978 87 7066 827 9

L&R Uddannelse
EGMONT

Forskudt eksponentiel vækst med forskrift: $f(x) = M - b \cdot a^x$
Parametrenes betydning for det grafiske forløb.

Vi undersøger problemet via en bestemt forskrift:

$$f(x) = 17{,}5 \cdot 0.7^x + 12{,}5$$

Her svarer *M* til 12,5, *a* svarer til 0,7 og *b* svarer til -12,5.

f er opbygget af to led:

- eksponentialfunktionen $g(x) = 17{,}5 \cdot 0.7^x$
- den konstante funktion $k(x) = 12{,}5$

Da vi får den samlede funktionsværdi ved lægge konstantværdien $M = 12{,}5$ til eksponentialfunktions værdi, så må grafen for *f* fremkomme som en parallelforskydning af grafen for $g(x)$.
Parameteren *M* angiver altså hvor meget eksponentialfunktionens graf er *parallelforskudt i lodret retning*.

Parameteren *a* har samme betydning, som vi kender fra eksponentialfunktioner:
Funktionen er aftagende, da $a < 1$. Når x bliver meget stor, vil 0.7^x gå mod 0 (dvs blive forsvindende lille).
Dermed vi også $b \cdot 0.7^x = 17.5 \cdot 0.7^x$ gå mod 0. dvs. funktionen g(x) går mod 0, når x bevæger sig mod uendelig.
Læg mærke til at dette gælder uanset om *b* er positiv eller negativ og uanset hvor stor *b* er. Og endelig betyder dette, at $f(x) = 17.5 \cdot 0.7^x + 12.5 \to 0 + 12.5 = 12.5$, dvs:
Funktionen er aftagende og har linjen $y = M$ som vandret asymptote.

Parameteren *b* kan vi umiddelbart karakterisere som ved eksponentialfunktioner:
Da $g(0) = 17{,}5 \cdot 0{,}7^0 = 17{,}5 \cdot 1 = 17{,}5$, har vi også, at $f(0) = g(0) + 12.5 = 17.5 + 12.5 = 30$.
Dvs grafen skærer y-aksen i tallet $b + M = 30$.

Men der er faktisk en anden mindst lige så interessant måde at karakterisere *b* på. *b*-tallet ændrer nemlig *ikke* på grafens form, men betyder alene *en parallelforskydning af grafen i vandret retning*.
Det kan vi indse således:

b-tallet indgår i formlen således: $f(x) = M - b \cdot a^x$. Vi kan ikke af formlen se, om det er positivt eller negativt.
I eksemplet ovenfor er $b = 17.5$ altså positivt.
I bogens eksempel med medicindosering er formlen $f(t) = 1160 - 1160 \cdot 0.97^t$, og her vælger vi også den positive del af parameteren, $b = 1160$. Altså vi vælger altid et positivt tal.
Nu udnytter vi, at *b*-tallet dermed ligger i værdimængden for funktionen a^x.

Dvs ligningen $b = a^x$ har en løsning. I vort tilfælde løser vi ligningen:

$$17.5 = 0.7^x$$

Ved at anvende en solve-funktion får vi: $x = -8.02$

Dvs $b = 0.7^{-8.02}$

Indsæt nu dette i forskriften $f(x) = 17{,}5 \cdot 0.7^x + 12{,}5$:

$$f(x) = 17{,}5 \cdot 0.7^x + 12{,}5 = 0.7^{-8.02} \cdot 0.7^x + 12{,}5 = 0.7^{-8.02+x} + 12.5$$

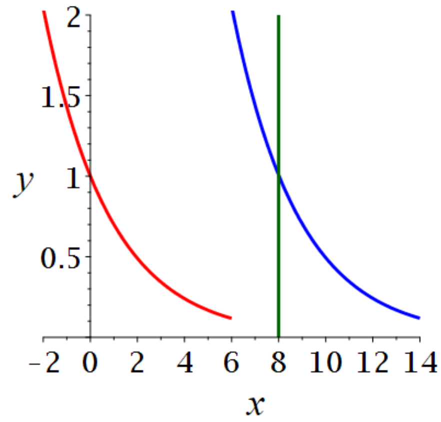
Vi bytter rundt på eksponenterne og får således:

$$f(x) = 0.7^{x-8.02} + 12.5$$

ISBN 978 87 7066 827 9

Men eksponenten $x-8.02$ måler jo blot afstanden fra x til tallet 8.02.
Dvs $x-8.02$ angiver hvor langt vi har bevæget os væk fra tallet 8.02.

$0.7^{x-8.02}$ kan derfor opfattes som en almindelig eksponential funktion, 0.7^{z}, hvor eksponenten z angiver hvor langt vi har bevæget os væk fra tallet 8.02. Eller sagt med andre ord: Vi tæller ud fra 8.02, som derfor kan opfattes som nulpunkt for denne eksponentialfunktion.
Det betyder at grafen for $0.7^{z}=0.7^{x-8.02}$ må fremkomme ved at forskyde grafen for 0.7^{x} stykket 8.02 i vandret retning.



Rød: $y=0.7^{x}$ Blå: $y=0.7^{x-8.02}$

Øvelse

Plot grafen for $y=0.7^{x-8.02}$ samt grafen for $y=17,5\cdot 0.7^{x}$.
Du skal i begge tilfælde få samme graf som den blå på tegningen ovenfor