**ISBN 978 87 7066 827 9**



## Kapitel 5. Øvelse 5.33 – En formel for a-tallet

Hvis vi har givet to punkter $P(x_1,y_1)$ og $Q(x_2,y_2)$ på grafen for en potensfunktion med ligning $y = b \cdot x^a$ , kan vi bestemme en generel formel for eksponenten *a*.
Udledningen bygger på løsning af to ligninger med to ubekendte, som er beskrevet i 2. metode.
At punkterne ligger på grafen betyder, at ligningen stemmer, når vi indsætter punkterne. Det gør vi:

$$\begin{aligned} y_2 &= b \cdot x_2^{\,a} \\ y_1 &= b \cdot x_1^{\,a} \end{aligned}$$ Det er alene traditionen, der gør at vi skriver i denne rækkefølge

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{b \cdot x_2^{\,a}}{b \cdot x_1^{\,a}}$$ Divider hver af ligningens sider

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2^{\,a}}{x_1^{\,a}}$$ Forkort b væk

$$\frac{y_2}{y_1} = \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^a$$ Udnyt potensregel

$$\log\left(\frac{y_2}{y_1}\right) = a \cdot \log\left(\frac{x_2}{x_1}\right)$$ Tag logaritmen og anvend logaritmeregel

$$a = \frac{\log\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}{\log\left(\frac{x_2}{x_1}\right)}$$ Divider logaritmen over

Ønsker man en kompakt formel, så er dette den, som er lettest at håndtere i en beregningssituation.

Af og til omskrives formlen med brug af en af logaritmereglerne på både tæller og nævner:

$$a = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)} \qquad (*)$$

Læg mærke til, at denne formel ligner den klassiske formel for *a*-tallet for en lineær funktion:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

I Kapitel 6, afsnit 5 om emnet *linearisering* viser vi, at en potensfunktion kan transformeres til et lineært udtryk mellem nye variable, nemlig log(*y*) og log(*x*). Og hældningen for denne lineære funktion beregnes netop med formlen (*).

**ISBN 978 87 7066 827 9**



*Konklusion*:
For potensfunktionen $y = b \cdot x^a$ , hvis graf går gennem de to punkter $P(x_1,y_1)$ og $Q(x_2,y_2)$ kan eksponenten *a* beregnes med formlen: $a = \dfrac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)}$

*b*-værdien findes ved at indsætte værdien for *a* i en af de to ligninger.

**Øvelse**
Prøv selv at løse ligningssystem med en solve-kommando.