ISBN 978 87 7066 827 9

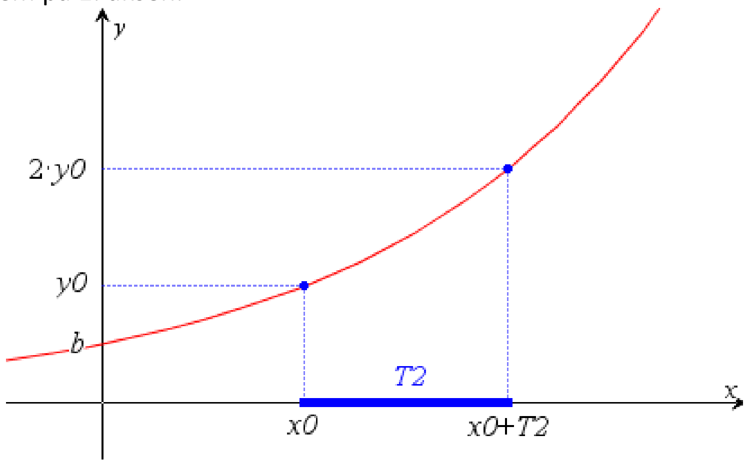
Bevis for sætning 5 i det generelle tilfælde (især for A-niveau)

Betragt grafen for en eksponentielt voksende funktion $f(x) = b \cdot a^x$.

Vælg en tilfældig værdi x_0 af den uafhængige variable. Vi indsætter x_0 i funktionsforskriften og får den tilhørende y_0:

$$f(x_0) = y_0$$
$$b \cdot a^{x_0} = y_0$$

Vi fordobler y_0 til $2y_0$ og finder det tilsvarende tal på 1. aksen (se figur). Dette tal kaldes $x_0 + T_2$, dvs. T_2 er det stykke vi er gået frem på 1. aksen.



$2y_0$ svarer til den x- værdi vi kalder $x_0 + T_2$. Det betyder at indsættes disse tal i forskriften for funktionen, så stemmer ligningen. Når vi indsætter $x_0 + T_2$ i forskriften for funktionen, får vi derfor:

$f(x_0 + T_2) = 2y_0$	
$b \cdot a^{x_0 + T_2} = 2y_0$	
$b \cdot a^{x_0} \cdot a^{T_2} = 2y_0$	Anvend potensregel nr. 1
$y_0 \cdot a^{T_2} = 2y_0$	Udnyt, at $b \cdot a^{x_0} = y_0$
$a^{T_2} = 2$	Divider med y_0
$\log(a^{T_2}) = \log(2)$	Anvend log
$T_2 \cdot \log(a) = \log(2)$	”log” T_2 ned
$T_2 = \dfrac{\log(2)}{\log(a)}$	Isolerer T_2

Konklusion:
Formlen er uafhængig af valget af startværdien x_0. Tallet T_2 afhænger kun af værdien af *a*. Tallet T_2 er således en karakteristisk konstant knyttet til denne bestemte eksponentialfunktion, så det har god mening, at vi betegner den *fordoblingskonstanten*.