

Studieretningsprojekter med matematik

Forord	4
Fagkombinationer	5
Hvordan kommer man i gang?	6
Matematik i samarbejde med forskellige fag – DTU’s liste	8
Forslag til emner udarbejdet af Niels Bohr instituttet	9
Matematik-Fysik	10
Det skrå kast	10
Fodbold - optimering af spark	11
Det skrå kast – med luftmodstand og skru	12
Fysiske faktorer i Formel 1	13
Stjerners udvikling	14
Lyd - Harmoniske svingninger og digital kommunikation	15
Jordskælv – og hvordan man jordskælvssikrer bygninger	16
Da Millenniumbroen gik i selvsving	16
Felix Baumgartners spring	17
Faldskærmsudspring	17
Kædelinjer og broer	18
Skumstrukturer og minimalflader	18
Kvantebits	18
Den specielle relativitetsteori	20
Sorte huller og gravitationsbølger	21
Ellipse eller excentrisk cirkel - Keplers konstruktion af Marsbanen	22
Tycho Brahe og Det naturvidenskabelige gennembrud i Danmark	23
Matematik, it-teknologi og data	25
Kryptering og overvågning	25
Matematik-kemi	27
Reaktionskinetik og differentialligninger	27
Oscillerende reaktioner og matematiske modeller	27
Kvantitativ kemisk analyse og statistiske modeller	27
Matematik-Biologi	29
Immunologi og matematisk modellering af epidemier, infektionssygdomme	29
Epidemimodeller - Influenza	30
The mortality of Doctors – Om rygning og kræft	31

Soldyrkere lever længere – om misbrug af statistik.....	31
Udvikling af fiskerimodeller til sikring af havets ressourcer	31
Hvordan kommunikerer neuroner.....	31
Retsgenetik – anvendelse af DNA materiale i retssager.....	32
Matematik og geografi	33
Kortprojektioner.....	33
Matematik-samfundsfag	34
Økonomiske modeller og teorier - Hvad kendetegner den aktuelle økonomiske situation i Danmark, og hvordan bør den håndteres?	34
Økonomisk modellering – med afsæt i Keynes og SMEC.....	35
Folkeskolereformen – en empirisk undersøgelse	37
Børns udvikling - Social arv og risikofaktorer	38
Valg og retfærdighed	39
Overvågningssamfundet – og krypteret kommunikation, der ikke kan brydes	40
Ukraine krisen – analyseret med hjælp af spilteori	42
Matematik-Historie	43
Den spanske syge og AIDS-epidemien – Hvordan reagerer vi på epidemier?	43
Gaudi – Cataloniens særprægede arkitekt	44
Navigationens udvikling i 1700-tallet	46
Opmåling af Danmark i Oplysningstiden	47
Det amerikanske befolkningstals udvikling	49
Videnskaben i imperiets tjeneste – Lord Kelvins kortlægning af tidevandsbevægelserne... ..	51
Da mennesket kom i centrum – opdagelsen af centralperspektivet i renæssancen.....	53
Panserslaget ved Kurskbuken.....	54
Enigma i 2. Verdenskrig	56
Brydningen af Enigma-koden og betydningen heraf for udviklingen af 2. verdenskrig	58
Ukraine krisen – analyseret med hjælp af spilteori	59
Oldtidens græske samfund – argumentation og diskussion træder ind på historiens scene	60
Matematik- Dansk.....	61
Formidlingsopgaven (forsk og fortæl)	61
Den mystiske sag om hunden I natten	63
Fibonacci og gyldne snit i digtning og musik.....	64
The Imitation Game – Turings kamp for at bryde Enigma.....	65
Det moderne gennembrud – forestillinger om arv og miljø i perioden 1850-1914	66
Matematik-Engelsk	68

The Curious Incident of the Dog in the Night-Time	68
Flatland	70
Matematik-idræt	71
Præstationsfremmende middel	71
Det skrå kast – med luftmodstand og skru	72
Får sorte fodboldspillere flere røde kort end hvide?	73
Matematik og musik.....	74
Fibonacci og gyldne snit i digtning og musik.....	74
Tonesystemer og klaverstemninger, svingninger og fourieranalyse, gyldne snit og kædebrøker.....	75
Synthesizeren og dens lyd og rolle i moderne musik.....	76

Forord

I dette hæfte præsenteres et stort antal forslag til studieretningsprojekter med matematik i forskellige fagkombinationer. Fælles for dem alle er, at de har været anvendt, samt at de stort set alle inddrager stof fra lærebogs-systemet **Hvad er matematik?**.

De er ikke givet med samme detaljeringsgrad. Deri ligger ikke noget principielt, det er alene et spørgsmål om tid: Vi ville gerne have dokumentet lanceret i starten af januar, for at demonstrere nogle af de mange inspirerende materialer, der ligger i lærebøgerne. Inden for et par uger vil der foreligge et opdateret og udvidet dokument.

Hvis du mangler et bestemt emne i listen, så henvend dig gerne. Lærebogssystemet rummer ikke alt, men rigtig meget, så måske kan vi hjælpe. Henvend dig til: bjgro1@gmail.com.

Alle forslag er alene tænkt som **inspiration**. Det er sjældent en god ide at overtage andres materialer 1-1. Men man kan både mangle ideer, til at matche det eleverne gerne vil, man kan mangle litteratur og man kan møde kolleger fra et samarbejdende fag, der er lige lovligt tvivlende på en ide. Derfor har vi en del steder givet en samlet litteraturliste, der kunne anvendes, og ikke kun de matematiske tekster.

Det kan somme tider være svært at finde de **materialer**, man leder efter. Bøger må man rekvirere fra biblioteker eller låne af kolleger. Men af og til kan de faktisk downloades i pdf-format. Mange af de, vi henviser til, kan hentes via bogsystemets forskellige links. Men igen: *Er der litteratur, du ikke kan finde, så henvend dig gerne*. Vi kan ikke love at vi umiddelbart har tingene, men måske kan vi hjælpe.

Det er vigtigt at have styr på **fagkombinationerne**! De er derfor også givet her.

Det er vigtigt at have en strategi for at komme igang med **skriveprocessen**. Der er mange bud på dette – vi har givet en, der ofte fungerer.

Der er megen hjælp at hente på **universiteterne** – besøgsordninger eller materialer fra deres hjemmesider. Vi har givet enkelte henvisninger, men led selv, der er meget godt at hente der.

Og orienter dig i **studieretningskapitlerne** og i de samlede **projektoversigter**, til de tre bøger, **Hvad er matematik? 1, 2 og 3**. Der er flere hundreder, men også her er der projekter, vi ikke har klargjort endnu, af tidsmæssige årsager. Leder du efter noget, du ikke fandt, så henvend dig også i de tilfælde, så har vi måske et materiale i udkast.

Bjørn Grøn, Bodil Bruun og Olav Lyndrup

Fagkombinationer

- **Matematik A (studieretningsfag) og et vilkårligt andet fag**
 - **Matematik A (ej studieretningsfag) og et studieretningsfag på A niveau**
 - **Matematik A (ej studieretningsfag) og et studieretningsfag på B niveau**
 - **Matematik A og Dansk A**
-
- **Mat B og et studieretningsfag på A niveau**
Mat B og Bio A, Mat B og Samf A, Mat B og Mus A, Mat B og Eng A
-
- **Mat C og et studieretningsfag på A niveau**
Mat C og Spansk A
-
- **Ikke Mat B og His A.**

Hvordan kommer man i gang?

Frem mod første vejledning skal du arbejde med at komme fra ideer om emner til begrundede spørgsmål. Herefter kan du med jeres vejleder tale om den videre proces. Jo bedre forberedte man er til vejledningen, jo bedre.

Flyums 7-punktsmetode er god til at omdanne en spontan uematisk idé til et mere fokuseret, afgrænset og begrundet spørgsmål. Den kræver, at man bruger andre til at få feedback. Det kan være lærere, klassekammerater eller andre du har gode erfaringer med at sparre med.

Sådan gør du i stikordsform:

1. Hurtigskrivning i 5 minutter
2. Hovedbudskabet i én sætning
3. Sætningen til ét spørgsmål
4. Alternative spørgsmål
5. Diskussion og vurdering af spørgsmålene
6. Valg af spørgsmål
7. Forklaring og begrundelse for valget

Lad os tage punkterne et ad gangen.

I første punkt skal du skrive uden at slette og uden at gå tilbage. Tankerne må gerne bevæge sig ud af forskellige tangenter. Skriv i et fast tidsrum eksempelvis 5 minutter.

I andet punkt skal du forsøge at formulere et hovedbudskab. Brug sætninger som: "Det vigtigste her er...", "Det jeg prøver at få frem her er..." eller "Min hovedpointe er..."

I tredje punkt skal du tage dit hovedbudskab og forsøge at omformulere det til et spørgsmål. Slet begyndelsen eksempelvis "Det vigtigste er..."

Når du har skrevet det første spørgsmål, skal du i **punkt fire** prøve at skrive alternative spørgsmål. Skift spørgeord, prøv at spidsformulere spørgsmålet eller skriv det lidt mere konkret. Lav mindst tre alternative spørgsmål.

Punkt fem: Nu er du klar til at søge feedback. Forklar for en klassekammerat eller en lærer dine tanker og diskuter fordele og ulemper ved de forskellige spørgsmål. Prøv sammen at vurdere hvilket spørgsmål, der fungerer bedst og hvorfor.

I punkt 6 skal du vælge et af spørgsmålene ud (gerne et af de alternative spørgsmål). Skriv det på en ny side. Overvej om nogle af de andre spørgsmål kan være underspørgsmål, der støtter op om dit hovedspørgsmål.

Til sidst skal du i **punkt syv** forklare og begrunde hvorfor spørgsmålet er interessant at besvare. Du kan skrive stikord eller du kan lave en ny hurtigskrivning. Medtag faglige begrundelser for dit valg.

Undervejs i arbejdet med punkterne vil man kunne sende sine foreløbige tanker til vejleder(ne). De vil også spørge jer ind til om man har overvejet, hvordan fagenes metoder kommer i spil, samt hvilket materiale, man vil bruge i opgaven, så overvej også disse elementer inden første vejledning.

SRP og Hvad er Matematik?

Idéer og vejledning til studieretningsprojekter med matematik



Matematik i samarbejde med forskellige fag – DTU's liste

På denne adresse finder du over 30 forslag fra DTU til SRP:

<http://www.dtu.dk/Samarbejde/Gymnasier-og-skoler/SRP>

- Bells ulighed, et paradigmeskift til kvantemekanik
- Bobler en masse
- Byg dit eget telefonnet
- Digital billedanalyse ved hjælp af aktive kurver
- Enzymkinetik med enzymer fra probiotiske bakterier
- Fabrikér og karakterisér din egen fiber-optiske sensor
- Generation of New Colors of Light From a Tiny Photonic Chip
- In vitro systems for cell growth and drug testing
- Rekonstruktion fra projektioner
- Immunologisk bioinformatik
- Jordens magnetfelt og elektromagnetismens opdagelse
- Kinetik og koblede systemer
- Matematiske modeller for epidemier
- Metabolisk netværksanalyse
- Optisk mikroskopi af 50 nm partikler
- Optisk fiber, Internettets Rygrad
- Produktion af første og anden generations bioethanol
- Radikalers dannelse og magnetiske egenskaber
- Se verden med en radars øjne: Lær om pulsradaren og Dopplerradaren
- Solcellers effektivitet og mikroskopiske opbygning
- Vindtunneltest af et vingeprofil
- Visualizing the Fast Dynamics of a Small Photonic Device

Gå ind og se - det er meget inspirerende.

Forslag til emner udarbejdet af Niels Bohr instituttet.

Både elever og lærere kan få hjælp og sparring til SRP af forskerne på Niels Bohr Institutet (NBI) på Københavns Universitet. Elever tilbydes en række øvelser, som udføres på NBI i slutningen af november/starten af december. Foreløbig tilbydes disse øvelser - listen udvides løbende. Ansøgningsfrist den 8. november.

Partikelfysikkens standardmodel og data fra CERN

https://www.nbi.ku.dk/moed-os/studieretningsprojekter-for-gymnasiet/2020_Partikelfysik_ekstern_version.pdf

Kræftbehandling med guld-nanopartikler og laserlys

https://www.nbi.ku.dk/moed-os/studieretningsprojekter-for-gymnasiet/2020_nanopartikler_ekstern_version.pdf

Den specielle relativitetsteori

https://www.nbi.ku.dk/moed-os/studieretningsprojekter-for-gymnasiet/2020_Relativitetsteori_ekstern_version.pdf

Klima og iskerner (flere projekter)

https://www.nbi.ku.dk/moed-os/studieretningsprojekter-for-gymnasiet/2020_is_og_klima_ekstern_version.pdf_copy

Neutronaktivering og radioaktivt henfald

https://www.nbi.ku.dk/moed-os/studieretningsprojekter-for-gymnasiet/2020_NeutronKilde_ekstern_version.pdf

Korrektionsstrategi for strålebehandling af hudtumorer

https://www.nbi.ku.dk/moed-os/studieretningsprojekter-for-gymnasiet/2020_str_leterapi_hudtumorer_ekstern_version.pdf

Læs mere om NBI's SRP-tilbud her:

<https://www.nbi.ku.dk/moed-os/studieretningsprojekter-for-gymnasiet>

Matematik-Fysik

Det skrå kast
Præsentation:
<i>Det skrå kast</i> er meget velegnet til SRP og kan bruges i mange sammenhænge. Man kan filme forskellige typer af skrå kast og analysere dem bagefter. Desuden kan man prøve at modellere bevægelsen, så man kan sammenligne bevægelse og model.
Skitse til srpformulering:
Gør kort rede for teorien bag det skrå kast uden luftmodstand. Redegør for det skrå kast med luftmodstand ved at opstille de relevante differentialligninger. Redegør for, hvordan man kan løse differentialligninger numerisk, kom herunder specielt ind på Runge-Kutta metoden. Planlæg og udfør eksperimenter til undersøgelse af det skrå kast med og uden luftmodstand. Det kan fx være kast med en kuglestødskugle og et clearslag fra badminton. Løs de tilhørende differentialligninger numerisk. Analysér og vurdér dine eksperimentelle resultater, og sammenlign med de numeriske løsninger.
Fag: Matematik A sammen med Fysik A eller Idræt B
Litteratur og materialer:
Hvad er matematik? 3, kapitel 11, Fagligt samarbejde Matematik-Fysik, afsnit 5

Fodbold - optimering af spark

Præsentation:

Det skrå kast er også meget velegnet til SRP og kan bruges i mange sammenhænge. Man kan filme forskellige typer af skrå kast og analysere dem bagefter. Desuden kan man prøve at modellere bevægelsen, så man kan sammenligne bevægelse og model.

Skitse til srpformulering:

Du skal redegøre for relevante dele af den matematisk-fysiske teori, der hører til analyse af fodboldspark. Du skal planlægge og udføre eksperimenter med forskellige fodboldspark. Du skal analysere og vurdere dine resultater i forhold til den bagvedliggende teori, og du skal undersøge hvilke faktorer, der spiller ind for optimering af sparkene i forhold til deres brug i en fodboldkamp.

Du skal analysere et lodret vristspark med henblik på en beskrivelse af de væsentligste indgående muskelgrupper og deres virkemåde.

Du skal kort gøre rede for, hvilke overvejelser som er relevante i forhold til tilrettelæggelsen af et træningsprogram for en fodboldspiller på eliteniveau.

Med udgangspunkt i straffesparksafgørelsen af Champions League-finalen 2013 mellem Bayern München og Chelsea (se evt. linket nedenfor) skal du diskutere, hvilke faktorer der er afgørende for optimering af et straffespark. (http://www.youtube.com/watch?v=CiIR_b-zYCo)

Fag: Matematik A sammen med fysik B eller idræt B.

Litteratur og materialer:

Hvad er matematik? 3, kapitel 11, Fagligt samarbejde Matematik-Fysik, afsnit 5

Det skrå kast – med luftmodstand og skru

Præsentation:

Beskrivelsen af det skrå kast (spark / slag) indgår i mange forskellige aktiviteter, som kuglestød, badminton, fodbold og golf. I alle praktiske sammenhænge indgår luftmodstand, og man ved også fra forskellige sportsgrene, at en bolds bane kan påvirkes betydeligt ved at give den skru. I en modellering vil man ofte nå frem til differentialligninger, men ikke kan løse eksakt, men det er alligevel interessant at analysere problemet til bunds. Man kan forsøge at opnå eksakte løsninger ved at foretage tilnærmelser. Man kan gennemføre en løsning med numeriske metoder, hvor man fx går i dybden med de såkaldte Runge Kutta metoder. Man kan filme forskellige typer af skrå kast og analysere dem bagefter. På mange golf baner har de udstyr til at lave radarmålinger af de enkelte golfslag, hvor man får bestemt mange forskellige parametre og får kurverne ud direkte. Nogle opgaver kan have fokus på at optimere et bestemt spark i fodbold eller skag i golf. Du kan orientere dig i et materiale herom i Hvad er matematik? A, kapitel 11 (samarbejde mellem matematik og fysik). Kapitlet foreligger i en foreløbig version, der kan rekvireres

Skitse til srpformulering:

Gør kort rede for forskellige golfkøllers udformning og betydningen for brugen, den mest optimale måde at ramme en golfbold på samt en golfbolds opbygning.

Planlæg og udfør eksperimenter til belysning af forskellene på et udvalg af golfkøller. Undersøg herunder hvor meget energi, der overføres fra køllen til bolden.

Redegør for kræfterne på en golfbold efter skuddet. Opstil differentialligninger for golfboldens bevægelse efter skuddet. Bestem banekurven ved hjælp af Runge-Kutta metoden for mindst et udvalgt tilfælde.

Analysér og vurder dine eksperimentelle resultater og sammenlign med teorien.

Fag: Fag: Matematik A, sammen med Fysik A eller Idræt B

Litteratur og materialer:

Hvad er matematik? 3, kapitel 11, Fagligt samarbejde Matematik-Fysik, afsnit 5

Fysiske faktorer i Formel 1

Præsentation:

Uddrag af **Hvad er matematik? 3**, kapitel 11, Fagligt samarbejde Matematik-Fysik, afsnit 5:
 Når en bil eller et andet køretøj kører igennem et sving, vil bilen blive påvirket af en centripetalkraft. Den kraft modvirkes af gnidningskraften mellem dæk og vejbane. Centripetalkraften er givet ved ... og gnidningskraften er givet ved ... For en normal familiebil er normalkraftens størrelse lig med tyngdekraftens størrelse. Gnidningskoefficienten afhænger af vejbanen, dæktypen og ikke mindst af om vejen er våd eller tør. Hvis vejen hælder, må man bruge vektorregning ... For en formel 1 racerbil kommer der endnu en kraft til. Det er den såkaldte *downforce*, som kommer pga. bilens udformning. Det er en kraft, der er helt tilsvarende til den kraft, der betyder, at flyvemaskiner kan flyve ...

Skitse til srpformulering:

Du skal beskrive udvalgte fysiske teorier, der er relevante i forbindelse med Formel 1 – racerløb. Du skal i forbindelse med en diskussion af hvilke kræfter, som virker på bilen, lave beregninger på kørsel i et sving. Du skal planlægge og udføre eksperimenter, som belyser dele af de fysiske teorier. Du skal analysere og vurdere dine resultater.

Du skal gennem udvalgte eksempler belyse, hvordan udviklingen af bilerne influerer på reglerne i Formel 1. Du kan inddrage bilag 1 i denne diskussion.

Bilag 1:

Motorsporten.dk 30/5 : **Ingen problemer efter ny fleks-vinge test,**

<http://www.motorsporten.dk/news.asp?aid=42269&title=Formel+1+-+Ingen+problemer+efter+ny+fleks-vinge+test>

Fag: Matematik A, sammen med Fysik A

Litteratur og materialer:

Hvad er matematik? 3, kapitel 11, Fagligt samarbejde Matematik-Fysik, afsnit 5

Stjerner udvikling

Præsentation:

Stjerner dannelse og stjerner udvikling studeres især ved at undersøge spektret fra udstrålingen. Man kunne tilrettelægge eksperimenter til eftervisning af Plancks strålingslov og Stefan-Boltzmanns lov – der også kaldes T⁴-loven – og som populært sagt udtaler sig om, at den totale udstråling er proportional med den fjerde potens af overfladetemperaturen. Loven blev udledt af de to fysikere og den var udgangspunktet for den første troværdige beregning af solens overfladetemperatur. Loven spiller en stor rolle i forståelse af stjerner udvikling. Der kan være flere varianter af srp om stjerner udvikling. Den anvendte matematik er bla. integrationsmetoder lidt ud over kernepensum, samt metoden til løsning af differentiallyingninger, der kaldes for separation af de variable. Du kan orientere dig i et materiale herom i Hvad er matematik? 3, kapitel 11 (samarbejde mellem matematik og fysik).

Skitse til srpformulering:

Redegør for udstrålingen, specielt det kontinuerte spektrum, fra en stjerne. Planlæg og udfør eksperimenter til eftervisning af Plancks strålingslov og T⁴-loven. Analysér og vurder dine resultater og sammenlign dem med teorien.

Forklar om stjernedannelse, og gør rede for betingelserne for hydrostatisk ligevægt i en stjerne. Lav nedenstående opgave.

Beskriv forskellige stjernetyper og skitsér stjernernes udvikling. Gør undervejs rede for den anvendte matematik, specielt ønskes partiel integration og metoden separation af de variable bevist.

Besvarelsen skal have et omfang på 15 – 20 sider eksklusiv bilag.

Opgave

Antag, at massefylden er konstant igennem Solen og lig Solens gennemsnitlige massefylde.

Løs differentiallyingningen for hydrostatisk ligevægt ved separation af de variable. Sæt trykket til 0 ved Solens overflade.

Beregn trykket i Solens indre i denne model og diskuter dit resultat, når mere realistiske modeller giver værdien $2,3 \cdot 10^{11}$ atm.

Fag: Matematik A og Fysik A

Litteratur og materialer:

Hvad er matematik? 3, kapitel 11, Fagligt samarbejde Matematik-Fysik, afsnit 3

Lyd - Harmoniske svingninger og digital kommunikation

Når et band spiller når lyden til os via svingninger i luften, der matematisk kan beskrives som bølgefænomener, og som modelleres med sinus og cosinus-funktioner. Først i 1800-tallet opdagede Fourier, at lyden fra en trompet eller et klaver, der bliver bedt om at spille et rent A fx, i virkeligheden består af en række toner, grundtonen med sin frekvens og så en række overtoner med frekvenser, der alle er et helt tal ganget grundfrekvensen. Med den indsigt nåede Fourier også frem til, at man kunne splitte en kompleks lyd op i dens bestanddele ved det vi i dag kalder Fourieranalyse. Hele dette område rummer mange muligheder for at eksperimentere, og rummer en række overraskende matematiske indsigter, ikke mindst Shannons samplingsteorem, der siger, at hvis samplingsfrekvensen er tilstrækkelig lille, så kan et analog signal genskabes 100% ud fra et digitalt. Du kan søge på Fourieranalyse, på samplingsteoremet og du kan orientere dig i et materiale herom i Hvad er matematik? 3, kapitel 11 (samarbejde mellem matematik og fysik).

Jordskælv – og hvordan man jordskælvssikrer bygninger

Jordskælv består af forskellige rystelser og svingninger i Jordens kappe. Når en sådan bølge rammer grunden under en bygning sættes denne i svingninger, der i første omgang er bestemt af den frekvens jordskælvets bølge har. Men alle bygninger har samtidig en egen svingningsfrekvens – og hvis der opstår resonans mellem de to svingningsfænomener kan det gå helt galt.

Svingningsfænomener modelleres matematisk med 2. ordens differentiallyigninger, som er behandlet i Hvad er matematik? 3, kapitel 6. Du kan finde et projektoplæg fra DTU via linket.

<http://www2.mat.dtu.dk/education/gymnasieopgaver/opgaver/jordskaelv.pdf>

Da Millenniumbroen gik i selvsving

Det er ikke så usædvanligt som man tror, at broer styrter sammen. Det sker som resultat af et resonansfænomen. Enhver bro har som enhver bygning sin egen svingningsfrekvens. Hvis en flok soldater marcherer i takt over broen, og gør det på en måde, så deres rytmiske påvirkning af broen har en frekvens, der spiller uheldigt sammen med broens egen frekvens, så kan det gå helt galt. Det var ved at ske for Millenniumbroen i London.

Svingningsfænomener modelleres matematisk med 2. ordens differentiallyigninger, som er behandlet i Hvad er matematik? 3, kapitel 6. I kapitlet og i projektmaterialer til kapitlet kan du finde et materiale herom

Felix Baumgartners spring

14. oktober 2012 gennemførte Felix Baumgartner et frit fald fra en ballon, der var nået 37 km over Jordens overflade. Hans mål var at nå så højt op, at han som det første menneske ville gennembryde lydturen, i sit fald ned mod Jorden. Det krævede, at han opnåede en hastighed på ca. 290 m/s svarende til 1044 km/time. En modellering af et sådant spring kan ske på grundlag af en række fysiske love samt ved anvendelse første ordens differentialligninger. I **Hvad er matematik? 3, kapitel 3A** er der dels et omfattende oplæg til en sådan matematisk modellering af Baumgartners spring, og dels en række ekstra materialer, bl.a. den officielle rapport om springet.

Faldskærmsudspring

En matematisk modellering af udspring med faldskærm har en række trin fra det frie fald i et lufttomt rum til en udfoldet skærm med fuld luftmodstand. Nogle af de fænomener, der her er på spil, har man godt styr på med forskellige fysiske love, men andre er rent empiriske resultater. Bremses en faldskærm fx proportionalt med hastigheden, eller med kvadratet på hastigheden eller? Der kan gennemføres en række forsøg, hvor man undersøger dette.

Den matematiske modellering bygger på differentialligninger, som kan undersøges med værktøjer eller søges løst eksakt. Her kommer man ind på de hyperbolske funktioner

<http://www2.mat.dtu.dk/education/gymnasieopgaver/opgaver/faldskaerm.pdf>

Kædelinjer og broer

Hængebroer som den berømte Golden Gate broer ved San Fransisco og Storebæltsbroen er elegante og smukke konstruktioner, der alle bygger på det princip, at brobanen er hængt op i nogle bærende kabler, udspændt mellem store pyloner. De matematiske model for en hængebro kommer til veje via Newtons love, og det endelige resultat giver en profil af broen, hvor det bærende kabel med god tilnærmelse følger en parabel. Men undervejs i byggeriet har man først hængt disse kabler op, og det viser sig, at de frit hængende kabler følger en anden kurve, en såkaldt kædelinje. Du kan selv eksperimentere med den form, en sådan kæde ophængt mellem to punkter, vil følge. Og du kan orientere dig i den grundlæggende teori, der bygger på 2.ordens differentiallyigninger i **Hvad er matematik? 3, kapitel 6**, hvor man ledes igennem en modellering af kædelinjen

Skumstrukturer og minimalflader

Bl.a.: <https://www.dtu.dk/uddannelse/moed-dtu/tilbud-til-gymnasier-og-skoler/oeverler-foredrag-og-materialer/srp/srp-oeverler-2020/bobler-en-masse>

Kvantebits

Verden, som vi kender den, er beskrevet ved klassisk fysik. Verdens mikroskopiske byggestene, atomer og molekyler eller deres bestanddele elektroner, protoner og neutroner, følger helt andre love end de klassiske. Teoretisk er de elementære byggestene beskrevet ved kvantefysikken. Kvantefysikken giver os mulighed for at gemme information i fysiske systemer, hvilket giver anledning til begrebet en kvantebit, som er analogien til den klassiske verdens bit, men som også er helt anderledes. I et studieretningsprojekt vil man studere kvantefænomenerne nærmere, specielt den matematiske beskrivelse en kvantebit og sammenligne med beskrivelsen af en klassisk bit. Hvordan manipulerer man kvantebits til at lave beregninger eller til at kommunikere? Kan kvantebits benyttes til mere sikker kommunikation? Du kan som udgangspunkt arbejde med materialerne fra matematikdagens workshop om emnet.

Titel: Big Bang
Præsentation:
Skitse til srpformulering:
<p>Præsenter Friedmann-ligningerne og giv via den klassiske mekanik en begrundelse for deres udseende. Under forskellige antagelser om Universets tæthed og geometri skal du løse ligningerne, idet du præsenterer såvel analytiske som numeriske løsninger. Til numeriske løsninger skal du desuden vurdere fejlene ved metoden.</p> <p>Du kan nøjes med undervejs kort at kommentere metoden for separation af de variable mens metoden til numerisk integration og fejl vurdering skal have en grundig behandling. Du afgør selv hvilke sætninger du vælger at bevise.</p> <p>Sammenlign de forskellige modeller mht. udvikling og alder for Universet.</p>
Fag: Matematik A og Fysik A
Litteratur og materialer:
Hvad er matematik? 3, kapitel 11, Fagligt samarbejde Matematik-Fysik, afsnit 3

Den specielle relativitetsteori

Den specielle relativitetsteori og Lorentztransformationen forklarer nogle af de tilsyneladende paradoksale fænomener i relativitetsteorien så som tidsforlængelse og længdeforkortelse. Gennem målinger af kosmiske stråler beskæftiger eleven sig med Lorentztransformationen, herunder begreber som invariant masse, tidsforlængelse og relativistisk energi. Det anbefales, at eleven har kendskab til disse inden forsøget.

Jordens atmosfære er konstant udsat for partikelstråling fra universet. Når denne "kosmiske" stråling rammer atomkernerne i luften, skabes der byger af nye partikler, hvoraf langt størstedelen af dem, som når Jordens overflade er elementarpartiklen myonen. Ved hjælp af måleudstyr på NBI kan vi bestemme myonens levetid samt, hvor hurtigt myonerne bevæger sig og efterfølgende bruges relativitetsteori til at bestemme en række egenskaber. Læs mere her <http://www.nbi.ku.dk/Forskning/Partikelfysik/ATLAS/> Eksempel på beregning og eventuelt plot eller lignende Levetidsfordeling (henfaldslov). Time-of-flight bestemmelse. Usikkerhed kan estimeres ud fra Poissonfordelingen. Parametre bestemmes ved brug af χ^2 fit.

Sorte huller og gravitationsbølger

Præsentation:

Skitse til srpformulering:

Redegør for nogle af de grundlæggende teser i Einsteins almene relativitetsteori og specielt hans teori om gravitation. Hvad er sorte huller, hvordan opstår de og i hvilken forstand kan man sige at forudsigelsen om eksistensen af sorte huller er bekræftet gennem observationer.

En af Einsteins forudsigelser var eksistensen af gravitationsbølger, og i september 2015 blev det annonceret at forskerhold for første gang havde detekteret sådanne gravitationsbølger, der er udsendt fra en dobbeltstjernes kollaps til et sort hul. Opdagelsen er bla. behandlet i en tidsskrift artikel, der findes her: <https://physics.aps.org/featured-article-pdf/10.1103/PhysRevLett.116.061102>

Du skal sætte dig ind i artiklens materiale og redegøre for deres metode, samt diskutere validiteten af deres opdagelse.

Fag: Matematik A og Fysik A

Litteratur og materialer:

Hvad er matematik? 3, kapitel 11, Fagligt samarbejde Matematik-Fysik, afsnit 1

Ellipse eller excentrisk cirkel - Keplers konstruktion af Marsbanen

Præsentation:

Tycho Brahe havde gennem omhyggeligt udførte studier af Mars position på nattehimmelen opbygget en unik liste af observationer, som Kepler kunne tage udgangspunkt i, da han tog fat på at beregne Marsbanen. Tycho Brahe noterede fra sit observatorium Uranienborg på Hven over mange år, hvor Mars stod på nattehimmelen langs Ekliptika, Solens bane, og samtidigt noterede han også, hvor Solen stod langs Ekliptika. Særligt interessante er de observationer, der adskiller sig med netop 687 dage, som er Mars omløbstid omkring Solen, for da vidste Kepler, at Mars var tilbage på præcis det samme sted i sin bane omkring Solen. Kepler vidste, at planetbanerne ikke var cirkulære, men ikke hvad de så var. Det var en af hans opdagelser, at de følger elliptiske baner.

Skitse til srpformulering:

Du skal redegøre for udvalgte dele af teorien for ellipser og sammenligne denne med teorien for excentriske cirkler. Du skal specielt løse opgaverne 48 og 49 i Hvad er matematik? 3, kapitel 11, Fagligt samarbejde Matematik-Fysik. Du skal omregne Du skal omregne det udsnit af Tycho Brahes Marsdata, der er gengivet i opgave 47 i i Hvad er matematik? 3, kapitel 11, til heliocentriske koordinater. og ved brug af regression foretage en sammenligning af den elliptiske og den excentriske model for Marsbanen.

Fag: Matematik A sammen med Fysik A, Fysik B eller Historie

Litteratur og materialer:

Hvad er matematik? 3, kapitel 11, Fagligt samarbejde Matematik-Fysik, afsnit 9

Tycho Brahe og Det naturvidenskabelige gennembrud i Danmark

Præsentation:

Tycho Brahe var Europas mest berømte videnskabsmand i slutningen af 1500-tallet og er en repræsentant for naturvidenskaben i overgangen mellem renæssance og oplysningstid. De europæiske fyrstehuse gør sig store anstrengelser for at fremstå avanceret, ikke mindst mht videnskab og teknologi, og derfor er Tycho Brahe et stærkt kort, der kan "brænde" Danmark. Så han står under den gamle kong Frederik d. 2.'s beskyttelse, han får enorme midler til rådighed for sin forskning og får bla, øen Hven som len. Det er her han etablerer sine observatorier, der hyppigt får besøg af både videnskabsmænd, og af landets fornemme gæster, som det skete i forbindelse med forberedelsen til et kongeligt bryllup, hvor en datter (den senere Christian d. IV's søster) skal giftes med den skotske konge. Dette besøg får afgørende betydning for udvikling af de nye regnetekniske hjælpemidler, logaritmerne. Tycho Brahes medarbejdere foretog på dette tidspunkt alle beregninger ved hjælp af en særlig teknik, der kaldtes prostaphaeresis metoden, og som grundlæggende handlede om at skalere tal ned, så man kunne opfatte dem som sinus- og cosinus værdier, og herefter anvende kendte formler til at udføre gange og divisionsstykker af tal med fx 10 decimaler. Man kan studere disse regnemetoder, som en dansk matematiker var verdensmester til og måske perspektivere ved at sammenligne med logaritmerne. Og man kan dykke ned i de konflikter Tycho Brahe - efter kongens død - fik med de gamle adelsslægter, da han ikke alene tog borger og bondesønner til sig som medarbejdere, men også giftede sig med en borgerlig. Konflikterne endte med at drive Tycho Brahe ud af Danmark. Man kan orientere sig om emnet i Hvad er matematik? 1, indledningen og projekter til kapitel 5

Skitse til srpformulering:

Giv en kort redegørelse for udvikling i Danmark i overgangen mellem renæssance og oplysningstid, med vægt på perioden omkring 1600. Fremdrag nogle væsentlige eksempler på, hvorledes udviklingen i Danmark var påvirket af begivenheder på den europæiske scene inden for politik, religion og videnskab.

Vurder med inddragelse af relevant kildemateriale videnskabens forhold, betydning og resultater i denne periode, med vægt på astronomiske og matematiske videnskaber og udviklingen i verdensbilledet.

Du skal specielt give en indføring i den af Tycho Brahes regnemester Longomontanus udviklede metode Prostaphaeresis, dels med eksempler (efter eget valg) på metodens anvendelse, og dels med en redegørelse for de logaritmiske formler, der ligger til grund for metoden.

Diskuter i hvilken forstand man kan tale om perioden som "det naturvidenskabelige gennembruds periode". Inddrag de tre vedlagte tekster af Tycho Brahe i denne periode

Fag: Matematik A eller Matematik B sammen med Historie A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? 1, kapitel 5**, især afsnit 1: *Det naturvidenskabelige gennembrud – matematikken kommer i spil.*
- **Hvad er matematik? 1, projekt 10.9, Fagligt samarbejde om verdensbilleder**, indeholder et stort antal kildematerialer fra oldtid, renæssance og oplysningstid.
- **Hvad er matematik? 2, kapitel 4**, især afsnit 1: *Den franske revolutions logaritmefabrik.K*
- **Hvad er matematik? 2, projekt 4.1, Prostaphaeresis: Logaritmiske beregninger med sin og cos før logaritmerne blev opfundet**
- **Bak, Malene Marie: Matematik i Danmark 1500-1700**. 1. udg. Steno Museets Venner, 2012.
- **Brahe, Tyge og Otto Gelsted: Danskeren Tyge Brahe's Matematiske Betragtning Over Den Ny og Aldrig Nogensinde Før Sete Stjerne, Nylig for Første Gang observeret i November Anno 1572 e. Kr..** 1. udg. Atlantis' Forlag, 1923. *Kan hentes via Hvad er matematik? 1, kapitel 5.*
- **Butterfield, Herbert og Iver Gudme: Den Naturvidenskabelige Revolution**. Rosenkilde og Bagger, 1964.

- **Kragh, Helge: Fra Middelalderlærdom til Den Nye Videnskab - 1000-1730.** Bind 1, Dansk NaturvidenskabsHistorie. 1. udg. Aarhus Universitetsforlag, 2005.
- **Mullins, Lisa: Science in the Renaissance.** Crabtree Publishing Company, 2009. Internetadresse: https://books.google.dk/books/about/Science_in_the_Renaissance.html?id=qE7jqYpUChoC&redir_esc=y
- **Wittendorff, Alex: Tyge Brahe.** G.E.C. Gads Forlag, 1994.
- **Ramskov, Jens: Myterne om Kopernikus lever endnu.** I: Ingeniøren, 4.4.2008, Internetadresse: <https://ing.dk/artikel/myterne-om-kopernikus-lever-endnu-86905>
- **Michael Quaade: Hvordan forsøgte man at måle parallakse på Tycho Brahes tid?** http://www.nbi.ku.dk/spoerg_om_fysik/astrofysik/thychos_verdensbillede/
- **Tycho Brahes indledning til "De Nova Stella" 1573.** <http://danmarkshistorien.dk/leksikon-og-kilder/vis/materiale/tycho-brahes-indledning-til-de-nova-stella-1573/>
- **Uddrag af Tycho Brahe, Kometen 1577,** Findes via **Hvad er matematik? 1**, projekt 10.9 uddannelse. Grøn, Bjørn m-fl. København 2013
- **Uddrag af breve fra Tycho Brahe til Christoffer Rothmann:** Fra kapitlet "Kopernicus og Tycho Brahe". Moesgaard, Peder Kr. I "Tycho Brahes verden. Nationalmuseet. 2006.
- **Understanding Astronomy:** Astronomy Before Copernicus. Udgivet af Daniel V. Schroeder. <http://physics.weber.edu/schroeder/ua/BeforeCopernicus.html>

Matematik, it-teknologi og data

Kryptering og overvågning

Præsentation:

For et årti siden blev påstande om, at alt hvad vi foretog os af digital kommunikation blev overvåget gennem en hemmelig organisation Echelon, afvist som hysteri eller som umulig science fiction. Efter Snowdens afsløringer og mange andre efter ham er der i dag ingen der tvivler om, at sådan forholder det sig. Holdningen er snarere skiftet till "so what". Men hvad betyder det for vores ideelle forestillinger om et samfund, der bygger på suveræne og myndige individer? Parallelt med at teknologien giver muligheder for den totale overvågning af vores liv er der udviklet krypteringsmetoder, der gør det praktisk umuligt at bryde koden og læse samtaler mellem potentielle terrorister. Eller bryde ind i de cirkler der findes på "det dybe net". RSA-systemet er den mest anvendte krypteringsalgoritme, men der er mange krypteringsteknikker, men kan dykke ned i

Skitse til srpformulering:

Der ønskes en redegørelse for informationssamfundets udvikling og de teknologiske og sikkerhedsmæssige udfordringer der medfølger.

Forklar den grundlæggende ide i *public key* krypteringen, herunder hvad vi forstår ved envejsfunktioner, ved offentlige og private nøgler, hvordan man sender en besked, kun modtageren kan læse, og hvordan man laver digital signatur, dvs sender en besked, der entydigt fortæller modtageren hvem afsenderen er.

Gennemgå udvalgte dele af matematikken bag RSA krypteringen og vis, hvordan du kan bryde vedlagte tekst (bilag 1), der er kodet med tal af beskeden størrelse, og hvor du kun kender den offentlige nøgle. Hvorfor er det umuligt at bryde tekster kodet med de rigtige store RSA nøgletal.

Diskutér på baggrund af styrken i moderne kryptering og selvvalgte kilder hvilke problematikker en regering i et demokratisk land står over afvejning af forholdet mellem beskyttelse af privatlivets fred og beskyttelse af samfundet mod bestemte trusselscenarier. Inddrag bilag 2 i din diskussion.

Bilag 1:

Eksempel på kodet besked, der er opsnappet om som skal brydes med kendskab til den offentlige nøgle (overskuelige tal)

Bilag 2:

Grünbaum, Ole. "Ballade om sikkerhed." Politiken, Marts 25, 1992

Bilag 3:

(Uddrag af Snowdens bog)

Fag: Matematik A og Historie A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik ? 3**, kapitel 0, afsnit 3, *Kryptering*
- **Hvad er matematik ? 3**, Projekt 0.4 *Modulo-regning, restklassegrupperne og Fermats lille sætning*
- **Hvad er matematik ? 3**, Projekt 0.5 *Euklids algoritme og primiske tal*
- **Hvad er matematik ? 3**, Projekt 0.6 *RSA kryptering*
- **Peter Landrock: Kryptologi med brug af primtal**, film i serien *10 danske matematikere – 10 matematiske fortællinger*, http://www.lr-web.dk/Lru/microsites/10danskematematikere/peter_landrock.html
- **Peter Landrock, Kryptologi - fra viden til videnskab**, forlaget Abacus, 1997
- **Andersen, Henning E. Kryptologi og krypteringssystemer**. Institut for Matematiske Fag, Aalborg Universitet, 2004.
- **Hansen, Johan P, Algebra og Talteori**, Gyldendal, 2002
- **Crawford, Susan. "The Origin and Development of a Concept: The information society."** *Bulletin of the Medical Library Association*, 1983: 380-385.

- **Elliot, Justin, and Theodoric Meyer.** "Claim on "Attacks Thwarted" by NSA Spreads Despite Lack of Evidence." *Propublica*. Oktober 23, 2013. <http://www.propublica.org/article/claim-on-attacks-thwarted-by-nsa-spreads-despite-lack-of-evidence>
- **FoxNews.com.** "NSA chief defends surveillance, says helped prevent terror plots more than 50 times since 9/11." *Fox News*. Juni 18, 2013. <http://www.foxnews.com/politics/2013/06/18/nsa-chief-defends-surveillance-says-helped-prevent-terror-more-than-50-times/>
- **Gibbs, Mark.** **When privacy dies and encryption is illegal.** *Network World*. August 6, 2014. <http://www.networkworld.com/article/2225123/security/when-privacy-dies-and-encryption-is-illegal.html>
- **Grünbaum, Ole.** "Ballade om sikkerhed." *Politiken*, Marts 25, 1992. Kan hentes via - **Hvad er matematik ? 3**, kapitel 0, afsnit 3, *Kryptering*
- **Intel.** **The story of Intel 4004.** <http://www.intel.com/content/www/us/en/history/museum-story-of-intel-4004.html>
- **RSA-laboratories,** <https://www.rsa.com/en-us>
- **Singh, Simon.** **The Code Book: The Evolution of Secrecy from Mary, Queen of Scots, to Quantum Cryptography,** NY, USA: Doubleday, 1999
- **Snowden, Edward,** **I offentlighedens tjeneste,** Informations forlag 2019
- **UDHR drafting committee.** "The Universal Declaration of Human Rights." **United Nations.** December 10, 1948. <https://www.un.org/en/universal-declaration-human-rights/index.html>

Matematik-kemi

Reaktionskinetik og differentialligninger

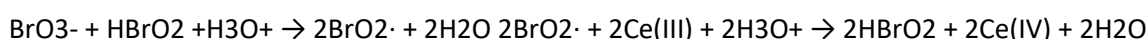
Reaktionskinetik beskæftiger sig med kemiske reaktioners hastigheder. Selvom to reaktioner er termodynamiske favorable, dvs. systemets Gibbs-energi aftager, forløber ikke alle reaktioner lige hurtigt. Eksempelvis forløber reaktionen $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}^- \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O}$ meget hurtigt i vand, medens reaktionen $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightleftharpoons 2\text{H}_2\text{O}$ praktisk talt ikke forløber. Begge reaktioner er termodynamisk favorable, men den hastighed hvormed de to reaktioner forløber er vidt forskellig.

Der er mange forskellige faktorer, der bestemmer en kemisk reaktions hastighed; reaktions- blandingens temperatur og reaktanternes koncentrationer spiller en stor rolle, men tilstedeværelsen af en katalysator eller et enzym kan også være altafgørende for reaktionens hastighed. I praksis er viden om reaktionskinetik, og de faktorer der afgør kemiske reaktioners hastighed af største vigtighed, idet det giver os mulighed for at forudsige fornuftige reaktionsbetingelser, om det er i laboratoriet eller i store industrielle anlæg.

<https://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/files/matkem-reaktionskinetik.pdf>

Oscillerende reaktioner og matematiske modeller

De fleste kemiske reaktioner forløber uproblematisk indtil der opnås kemisk ligevægt, eksempelvis $\text{A} + \text{B} = \text{C}$. Kemisk ligevægt er en dynamisk situation, hvor to modgående reaktioner, i dette tilfælde $\text{A} + \text{B} \rightarrow \text{C}$ og $\text{C} \rightarrow \text{A} + \text{B}$, forløber lige hurtigt. Koncentrationerne af de indgående species er således konstante ved kemisk ligevægt. Der forekommer imidlertid reaktioner i naturen som ikke følger denne adfærd; koncentrationerne af de indgående species i disse reaktioner, herunder reaktanter, mellemprodukter og produkter, varierer med tiden eller i rummet. Man taler om oscillerende kemiske reaktioner. Oscillerende kemiske reaktioner spiller en stor rolle i naturen; ildfluer der blinker og hjertet der slår, er to eksempler på fænomener som er styret af oscillerende kemiske systemer. Glycolysen er et tredje eksempel på en vigtig biologisk proces, den første del af glucosenedbrydningen, som er styret af oscillerende kemiske reaktioner. Belousov-Zhabotinskiis (herefter BZ) reaktion, der er en redoxreaktion mellem bromat og mælonsyre katalyseret af cerium i en svovlsyreopløsning, er måske den mest studerede oscillerende reaktion nogensinde. Den anskueliggøres ofte ved følgende totrinsreaktion, der afspejler HBrO_2 's rolle som autokatalysator



Oregonatoren er en simplificeret model, hvori man ser bort fra tilbagegående og hurtige elementarreaktioner, der ofte benyttes til at beskrive BZ reaktionen. Der indgår 5 elementarreaktioner i Oregonatoren, der dog kan simplificeres for en analytisk matematisk behandling. Eksperimentelt kan BZ reaktionen udvikling følges ved at måle forholdet mellem $[\text{Ce}^{3+}]$ og $[\text{Ce}^{4+}]$ med en platinelektrode, der er tilsluttet en skriver eller en dataopsamlingsstation.

Kvantitativ kemisk analyse og statistiske modeller

Ved en kvantitativ kemisk analyse forstår man en tilbundsående undersøgelse af et kemisk grundstof eller en kemisk forbindelse i en stofprøve, der viser hvor stort indholdet af denne er i den pågældende prøve. I dette oplæg skal man specifikt undersøge indholdet af nitrat i for eksempel vandprøver eller grøntstager, og dernæst behandle de opnåede måleresultater med forskellige statistiske tests. Man kan for eksempel undersøge om nitratindholdet i en vandprøve ligger under grænseværdien på 50 mg nitrat pr. liter vand ved brug af ensidet t-test. Eventuelle outlayers kan desuden undersøges med Dixons Q-test. Man kan også sammenligne to gennemsnit for to forskellige metoder ved brug af t-test og F-test. Endelig er det også muligt at vurdere en målemetodes nøjagtighed ved brug af statistiske tests; man kan for eksempel undersøge den mest pålidelige målemetode af to eller flere udvalgte (i tilfældet nitrat-koncentration kan man sammenligne nitratstrips, ioneselektiv nitratelektrode, spektrofotometri og eventuelt Kjeldahls metode). Erfaringsmæssigt ved man at måleusikkerhed med rimelig god tilnærmelse kan beskrives ved

SRP og Hvad er Matematik?

Idéer og vejledning til studieretningsprojekter med matematik



normalfordelingen, der er kendetegnet ved middelværdi og standardafvigelse. Ved tests af måleusikkerhed er det nødvendigt at udføre de samme målinger af den samme størrelse mange gange.

Matematik-Biologi

Immunologi og matematisk modellering af epidemier, infektionssygdomme

Influenzaepidemier er et tilbagevendende fænomen i Danmark, i vor tid med knap så ekstreme resultater som i tidligere perioder. Men andre lande rammes stadig hårdt af epidemier som SARS og nu Zika, og vi kender historiske beretninger om pest- og koleraepidemier. Er der et fælles mønster i, hvordan sådanne epidemier udvikler sig – og hvordan kan man matematisk modellere dette? Der er en række varianter af SRP om dette emne – hver epidemi har sine særtræk, og man kan både vælge en biologisk og en historisk vinkel. Den matematiske modellering bygger på koblede differentiallyigninger, og fører frem til den såkaldte SIR model. Dette er behandlet i **Hvad er matematik? 3, kapitel 6**, afsnit om koblede differentiallyigninger, i **kapitel 7, Numerisk løsning af differentiallyigninger**, og i projekt 7.20 om *Influenzamodeler* og projekt 7.21 om *Epidemimodeller*. Du kan også orientere dig i emnet på denne adresse:

http://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/dokumenter/Epidemier_nyt.pdf

Epidemimodeller - Influenza

Præsentation:

Influenzaepidemier er et tilbagevendende fænomen i Danmark, i vor tid med knap så ekstreme resultater som i tidligere perioder. Men andre lande rammes stadig hårdt af epidemier som SARS og nu Zika, og vi kender historiske beretninger om pest- og koleraepidemier. Er der et fælles mønster i, hvordan sådanne epidemier udvikler sig – og hvordan kan man matematisk modellere dette? Der er en række varianter af SRP om dette emne – hver epidemi har sine særtræk, og man kan både vælge en biologisk og en historisk vinkel. Den matematiske modellering bygger på koblede differentialligninger, og fører frem til den såkaldte SIR model. Du kan orientere dig i emnet på denne adresse:

http://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/dokumenter/Epidemier_nyt.pdf

Det er svært at finde rå data, til en autentisk modellering. Men i lærebogssystemet Hvad er matematik har vi en række steder fundet rå data, som vi stiller tiol rådighed. Bla. i - **Hvad er matematik? 3**, projekt 7.21 *Epidemimodeller*, hvor der ligger data fra influenzaepidemier i USA.

Skitse til srpformulering:

Gør rede for sygdommen influenza og hvordan immunforsvaret bekæmper infektionssygdomme.

Gør rede for SIR modellen for udbredelsen af en epidemi, anvend SD-diagrammer til at opstille de tilhørende koblede differentialligninger og diskuter betydningen af de parametre, som indgår i modellen.

Gør rede for forsøget om immunologisk bioinformatik på DTU. Forklar forsøgsresultaterne og vurder forsøgets fejlkilder.

Inddrag bilag A i besvarelsen.

Bilag A:

<http://www.news-medical.net/health/Influenza-Epidemiology.aspx>

Fag: Matematik A, Biologi A / Bioteknologi A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? 3**, kapitel 7, *Numerisk løsning af differentialligninger*

- **Hvad er matematik? 3**, projekt 7.21 *Epidemimodeller*

Bilag A: News Medical "Influenza Epidemiology – seasonal variations" <http://www.news-medical.net/health/Influenza-Epidemiology.aspx>

- **Allman, Elizabeth S. og John A. Rhodes. Mathematical models in biology an introduction.** New York: Cambridge University Press, 2004.

- **Andreasen, Margit m. fl. Mikrobiologi.** Nucleus, 2009.

- **Andreasen, Viggo. Introduktion til matematisk infektionsepidemiologi.** RUC, IMFUFA, 2004.

- **Bidstrup, Bodil Blem m.fl. Fysiologi bogen – den levende krop.** Nucleus, 2009

- **Ericson, Elsy og Thomas. Klinisk Mikrobiologi.** Gads Forlag, 2010.

- **Jakobsen, Ib Christian m. fl. Immunologi – globale udfordringer og infektionssygdomme.** Nucleus, 2012.

- **Jensen, Klaus. Medicinsk mikrobiologi og infektionspatologi.** Nyt nordisk forlag Arnold Busck, 2000

Internet materiale:

- <http://www.ssi.dk/Aktuelt/Temaer/Saesonaaktuelle%20temaer/Influenza/Sasoninfluenza/Sporgsmal%20og%20svar.aspx>
- <http://videnskab.dk/krop-sundhed/influenza-vil-have-tor-og-kold-luft>
- http://www.denstoredanske.dk/Krop,_psyke_og_sundhed/Sundhedsvidenskab/Cellebiologi_og_almen_histologi/pinocytose

- [http://www.denstoredanske.dk/Krop, psyke og sundhed/Sundhedsvidenskab/Cellebiologi og almen histologi/lymfocytter](http://www.denstoredanske.dk/Krop,_psyke_og_sundhed/Sundhedsvidenskab/Cellebiologi_og_almen_histologi/lymfocytter)
- <https://www.sundhed.dk/sundhedsfaglig/laegehaandbogen/undersogelser-og-proever/klinisk-biokemi/blodproever/c-reaktivt-protein-crp/>

The mortality of Doctors – Om rygning og kræft

Af retssager mod tobaksindustrien kan man få den opfattelse, at man altid har vidst, at rygning er ekstremt farlig. Men det er faktisk ikke særligt længe siden den diskussion fik sin endelige afgørelse. Et stort studium fra England i 1950'erne, hvor læger og statistikere hævdede at have påvist sammenhængen mellem rygning og levealder, blev anfægtet af andre statistikere for, at der ikke var taget hensyn til en række skjulte variable. Populationen var industriarbejdere fra ret dårlige kår. Men en efterfølgende undersøgelse af en stor, repræsentativ gruppe af engelske læger, en undersøgelse der strakte sig over adskillige årtier og som resulterede i rapporten *The Mortality of Doctors*, gav endeligt resultater, der ikke kunne betvivle. Du kan læse om de forskellige undersøgelser og diskussionerne om validiteten af konklusionerne i **Hvad er matematik? 3, projekt 8.21**

Soldyrkere lever længere – om misbrug af statistik

I oktober 2013 offentliggjorde et hold danske forskere en artikel i et anerkendt tidsskrift, hvor budskabet var, at sol- og solarydyrkere lever længere end andre. Hidtil havde påstanden været, at overdreven sol kan give hudkræft. Så det var et meget overraskende og kort efter kom der da også reaktioner, både fra Kræftens bekæmpelse, og fra professionelle statistikere. De påviste nogle grundlæggende fejl i de statistiske metoder, og de forsøgte at få forskerne til at trække artiklen tilbage. Sagen med de centrale kilder er grundigt behandlet i **Hvad er matematik? 1, Projekt 9.1 Soldyrkere lever længere**. Via nedenstående link kan du få adgang til hele materialet og få fortalt historien, der både blev en spektakulær sag for det videnskabelige samfund, og som ikke mindst illustrerer hvor let det er at tage fejl og misbruge statistik. http://www.lr-web.dk/Lru/microsites/10danskematematikere/susanne_ditlevsen.html. Sagen indgår også i den film *Susanne Ditlevsen om sandsynlighedsregning*, du finder samme sted.

Udvikling af fiskerimodeller til sikring af havets ressourcer

I 1970'erne begyndte danske fiskeribiologer med kendskab til matematik at sætte spørgsmålstejn ved den måde, hvorpå man hidtil havde reguleret fiskeriet. Ved brug af matematiske metoder, ikke mindst differentiallyigningsmodeller, skabte de en samlet model af Nordsøens fiskebestand, den såkaldte Nordsømodel. Modellen indeholder en sammenkobling af en række én-arts-modeller, og er samlet set ganske kompliceret, men udgangspunktet i modelleringen er at forstå én-arts-modellen. Du kan orientere dig i, hvordan man opstiller sådanne modeller, og hvilke tolkninger de forskellige parametre har, via den indledende fortælling i **Hvad er matematik? 3**, kapitel 3B om ikke-lineære differentiallyigninger: *Fiskerimodeller*.

Hvordan kommunikerer neuroner

Man har længe vidst, at neuroner kommunikerer ved at opbygge en elektrisk spænding til et vist punkt, hvorefter de "fyres". Den verden neuronerne kommunikerer i er fuld af støj, hvilket man umiddelbart skulle tro ville hæmme kommunikationen. Men måske forholder det sig modsat, at neuronerne udnytter denne baggrundsstøj til at regulere, hvilke af de mange signaler der hele tiden fyres, de skal være opmærksomme på. Det er et interessant forskningsområde med en matematik, der er ganske vanskelig. Men man kan godt komme i nærheden af at opstille en model for neuronernes kommunikation. Matematikken er koblede differentiallyigninger, der for en stor del kan håndteres af matematik programmerne. Du kan læse om denne såkaldte Fitz-Hugh- Nagumo model i et projektmateriale

til en film, hvor Susanne Ditlevsen fortæller om sin forskning i dette. Film og materialer ligger her: http://www.lruweb.dk/Lru/microsites/10danskematematikere/susanne_ditlevsen.html . En del af materialet er samlet i **Hvad er matematik? 3**, Projekt 6.17 *Neuroners kommunikation*.

Retsgenetik – anvendelse af DNA materiale i retssager

Fund af DNA materialer på et gerningssted indgår i dag meget hyppigt i retssager, ofte med en vægt som et fældende bevis. Men der er naturligvis mange spørgsmål før man når så langt at have bevist en påstand. Hvad er egentlig gen-sekventering, med hvilke metoder foretages det og hvor stor er usikkerheden på resultaterne. Det kalder både på bioteknologiske studier og på matematisk sandsynlighedsregning. Den matematik der anvendes har sit ud-spring i teorien om betingede sandsynligheder, men da der i sådanne rigtige cases ikke er muligt at estimere de sandsynligheder der indgår eksakt, så er der udviklet en særlig variant, bayesiansk statistik, hvor man populært sagt estimerer de grundlæggende sandsynligheder ud fra almindelig fornuft. Det er også baggrunden for at denne matematiske disciplin i stor stil er inddraget i amerikanske retssager, ikke mindst i sager, hvor det er en jury, der afsiger kendelsen, og hvor man har eksempler på, at statistikere er indkaldt for at undervise jurymedlemmer i denne matematiske disciplin. Man kan vælge at supplere og illustrere sin fordybelse i de genetiske problemstillinger, med en undersøgelse af en eller flere af disse retssager, hvor materialet er tilgængeligt på nettet.

Du kan orientere dig i et **projektmateriale** i tilknytning til en film om statistik, som du finder her: http://www.lruweb.dk/Lru/microsites/10danskematematikere/susanne_ditlevsen.html - sidste afsnit.

Du kan også orientere dig i et projektmateriale fra matematisk institut, som du finder her:

http://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/dokumenter/Bayesiansk_ny.pdf

SRP og Hvad er Matematik?

Idéer og vejledning til studieretningsprojekter med matematik

Matematik og geografi

Kortprojektioner

bla. https://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/files/Kortprojektioner_ny.pdf

Matematik-samfundsfag

Økonomiske modeller og teorier - Hvad kendetegner den aktuelle økonomiske situation i Danmark, og hvordan bør den håndteres?

Præsentation:

Vismændenes økonomiske model for Danmarks økonomiske udvikling består af knap 1000 ligninger, hovedsageligt koblede differentilligninger. Den er vokset frem af økonomiske teorier og modeller, som ikke mindst Keynes og Solow udviklede, og som man godt kan studere i en srp. Mange af de tilstandsvariable, der indgår i SMEC-modellen, er produktionsfunktioner som tilhører en klasse af funktioner vi kalder Cobb-Douglas funktioner. Studiet af dem giver en god indsigt i den dynamik, der er indbygget i de moderne økonomiske modeller. Der er mange varianter af srp-opgaver inden for dette tema. Man kan få et indtryk af, hvad det drejer sig om ved at orientere sig i kap 14 om samarbejde mellem matematik og samfundsfag i Hvad er Matematik? 2. Man finder kapitlet via bøgernes website

Skitse til srpformulering:

Redegør for den aktuelle økonomiske situation. Inddrag økonomiske nøglevariable og kvantitativ empiri.

Redegør for de bærende ideer i den keynesianske økonomiske model, herunder ligevægtsbegrebet og opstilling af nationalregnskabsligningen. Forklar, hvad der menes med multiplikatoreffekt, og illustrer din fremstilling med aktuelle taleksempler.

Undersøg regeringens håndtering af den aktuelle økonomiske situation. Inddrag bilag 1.

Perspektiver din analyse af den keynesianske model, dels gennem en sammenligning med en eller flere andre økonomiske modeller, dels gennem en diskussion af hvorledes den klassiske model selv er blevet justeret. Diskutér i forlængelse heraf, hvilken økonomisk politik, der bør føres i den aktuelle økonomiske situation. Inddrag økonomisk teori.

Bilag 1: Finansministeriet, årets finanslov: <https://www.fm.dk/publikationer/2019/forslag-til-finanslov-for-finansaaret-2020>

Fag: Matematik A eller B og Samfundsfag A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? 2**, kapitel 14, Fagligt samarbejde matematik og samfundsfag, især afsnit 1: *Multiplikatoreffektren og Keynes teori*, og afsnit 2: *Produktionsfunktioner og Cobb Douglas*
- **Hvad er matematik? 2**, kapitel 3A og 3B, Differentialregning
- **Hvad er matematik? 3**, kapitel 5, især især indledende afsnit: *SMEC – en nationaløkonomisk model*
- **Andersen, Torben M. Samfundsøkonomi**, Systime. 2006
- **Arbo-Bärh, Henrik m.fl. Samfundsstatistik**. Columbus. 2012
- **Clemmesen, Kåre & Per Henriksen. Økonomi – principper, praksis og perspektiver**. Columbus. 2009
- **Danmarks Statistik** (årstal og emne)
- **Det Økonomiske Råd** (u.å.) Seneste vurdering af finanspolitiske mål
- **Grinderslev, D. & Smidt, J. SMEC Modelbeskrivelse og modelegenskaber**, 2006: *Det Økonomiske Råd*. <http://www.dors.dk/files/media/publikationer/arbejdsrapporter/2007-1.pdf>
- **Madsen, Per Kongshøj & Ernst Jensen. Samfundets økonomi**. Columbus. 2004
- **Schausen, T. & Damsgaard-Madsen, M. Matsamf.:** Systime (2011)

Økonomisk modellering – med afsæt i Keynes og SMEC

Præsentation:

Vismændenes økonomiske model for Danmarks økonomiske udvikling består af knap 1000 ligninger, hovedsageligt koblede differentiallyigninger. Den er vokset frem af økonomiske teorier og modeller, som ikke mindst Keynes og Solow udviklede, og som man godt kan studere i en srp. Mange af de tilstandsvariable, der indgår i SMEC-modellen, er produktionsfunktioner som tilhører en klasse af funktioner vi kalder Cobb-Douglas funktioner. Studiet af dem giver en god indsigt i den dynamik, der er indbygget i de moderne økonomiske modeller. Der er mange varianter af srp-opgaver inden for dette tema. Man kan få et indtryk af, hvad det drejer sig om ved at orientere sig i kap 14 om samarbejde mellem matematik og samfundsfag i Hvad er Matematik? 2. Man finder kapitlet via bøgernes website

Skitse til srpformulering:

Redegør for de bærende ideer i den keynesianske økonomiske model, herunder ligevægtsbegrebet og opstilling af nationalregnskabsligningen. Forklar, hvad der menes med multiplikatoreffekt, og illustrer din fremstilling med aktuelle taleksempler med særlig fokus på håndværkerfradrag.

Giv en kort fremstilling af hovedelementerne i den økonomiske model SMEC.

Mange af de grundlæggende sammenhænge i modeller som SMEC beskrives ved Cobb Douglas funktioner. Gennemfør en grundig analyse, dels af hvad der kan være baggrunden for at vælge netop denne type model, og dels af nogle af de grundlæggende egenskaber ved Cobb Douglas funktioner.

Redegør for hvorledes man kan tolke de parametre, der indgår i Cobb Douglas modeller.

Diskuter endelig styrker og svagheder i den samlede model. Diskuter med inddragelse af økonomiske og politiske overvejelser hvorfor Regeringen vælger håndværkerfradrag som led i finansloven for 2016

Fag: Matematik A og Samfundsfag A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? 3**, kapitel 5, især indledende afsnit: *SMEC – en nationaløkonomisk model*
- **Hvad er matematik? 3**, projekt 5.2, *Cobb-Douglas*
- **Hvad er matematik? 2**, kapitel 14, *Fagligt samarbejde matematik og samfundsfag*, især afsnit 1: *Multiplikatoreffektren og Keynes teori*, og afsnit 2: *Produktionsfunktioner og Cobb Douglas*
- **Christensen, T. A., m.fl. (2008) Nationaløkonomi på dansk**. Forlaget Samfundslitteratur
- **Christiansen, P. M. & Nørgaard, A. S. (2008) Demokrati, magt og politik I Danmark**. Gyldendal
- **Danmarks Statistik** (årstal og emne)
- **Det Økonomiske Råd** (u.å.) Seneste vurdering af finanspolitiske mål
- **Grinderslev, D. & Smidt, J. SMEC Modelbeskrivelse og modelegenskaber**, 2006: *Det Økonomiske Råd*. <http://www.dors.dk/files/media/publikationer/arbejdsrapporter/2007-1.pdf>
- **Harck, S. Hviler dansk økonomi på en Cobb-Douglas teknologi?: Department of Economics Aarhus School of Business**, (2005) http://pure.au.dk/portal/files/412/05-12_soh.pdf
- **Hermann, K. & Niss, M. Beskæftigelsesmodellen i SMEC III**. Nyt Nordisk Forlag Arnold Busck, (1982)
- **Jespersen, Jesper. John Maynard Keynes**, Jurist- og Økonomforbundets Forlag. (2014)
- **Petersen, K. H. DREAM on, ADAM, SMEC: Modkraft** (2012). <http://modkraft.dk/artikel/dream-adam-smec>
- **Pettinger, Tejvan. blog** med en række konkrete indspark om økonomiske teorier og begreber. <http://www.economicshelp.org/blog/>
- **Samuelson, P. A. (1967) Economics**. Tokyo: Kogakusha Company Ltd..
- **Schausen, T. & Damsgaard-Madsen, M. Matsamf.:** Systime (2011)
- **Strøm, K. A behavioral theory of competitive political parties: American Journal of Political Science**. (1990)
- **Skjæveland, A. Udfordringer i Kaare Strøms teori om partiadfærd: politica** (2014)

SRP og Hvad er Matematik?

Idéer og vejledning til studieretningsprojekter med matematik



Folkeskolereformen – en empirisk undersøgelse

Præsentation:

Studieretningsprojektet er et eksempel på en opgaveformulering, hvor eleven selv skal udforme, udføre og statistisk behandle en empirisk undersøgelse. Det konkrete indhold kan udmærket være et andet end folkeskolereformen. Men det er lettest at få en høj svarprocent, hvis det er et emne, der optager respondenterne.

Skitse til srpformulering:

Redegør med inddragelse af bilag 1 og 2 for formålet med folkeskolereformen.

Undersøg med inddragelse af samfundsfaglig teori og empiri, hvad der i samfundsudviklingen, nationalt og globalt, kan være baggrund for den nye reform.

Undersøg gennem indsamling af et empirisk materiale hvordan folkeskolereformen er blevet modtaget af elever og lærere. Analyser det empiriske materiale med brug af både kvantitative og kvalitative metoder. Du skal anvende metoder fra både den beskrivende og den bekræftende statistik i din analyse, og du skal diskutere kvaliteten af din undersøgelse og validiteten af dine konklusioner. Sammenlign evt. Med større tilsvarende undersøgelser fra analysebureauer.

Diskuter muligheder og udfordringer i at virkeliggøre de overordnede mål med reformen, som de er fremstillet i bilag 3.

Bilag 1:

Berlingske: <http://www.b.dk/nationalt/se-folkeskolereformens-hovedpunkter>

Bilag 2:

John Villy Olsen, Maria Becher Trier, *Ny folkeskolereform virker fra august 2014*, Tidsskriftet Folkeskolen, to. 13. jun. 2013

Bilag 3:

Undervisningsministeriets hjemmeside, Folkeskolereformen

Fag: Matematik B og Samfundsfag A

Litteratur og materialer:

- *Hvad er matematik? 1*, kapitel 2, *Beskrivende statistik*
- *Hvad er matematik? 3*, Projekt 8.17 *Chi i anden fordelingen*
- Brøndum, Peter og Thor Banke Hansen. *Luk samfundet op*. Columbus, 2014
- Aisinger, Pernille. "Antorini: Vi tager inspiration fra Canada med i folkeskolereformen". <http://www.folkeskolen.dk/516745/antorini-vi-tager-inspiration-fra-canada-med-i-folkeskolereformen>
- Christensen, Esben og John Villy Olsen. "Konkurrencestaten kalder: Lærerne skal »normaliseres«". <http://www.folkeskolen.dk/524262/konkurrencestaten-kalder-laererne-skal-normaliseres>
- Egelund, Niels. "Vi kan lære af Kina". <http://www.folkeskolen.dk/66551/vi-kan-laere-af-kina>
- Wikipedia. "PISA results". http://en.wikipedia.org/wiki/Programme_for_International_Student_Assessment
- Bilag 1, 2 og 3.

Børns udvikling - Social arv og risikofaktorer

Der er i Danmark, især via Socialforskningsinstituttet, SFI, gennemført mange undersøgelser til belysning af forskellige sider ved begrebet social arv. Selve begrebet diskuteres mellem forskerne, og det er oplagt at inddrage sådanne begrebsafklaringer i en srp. Der findes på SFI meget materiale, man kan fordybe sig i, fx den der linkes til her. De matematiske metoder, der anvendes hentes hovedsageligt fra statistikken, og i disse studier der foretages over tid er anvendes ofte den såkaldte odds-ratio metode. Søg i første omgang på wikipedia for at få et første indtryk af metoden.

<https://pure.sfi.dk/ws/files/350740/1.pdf>

Valg og retfærdighed

Præsentation:

Valgsystemer, hvor "the winner takes it all", som det engelske og amerikanske er grundlæggende meget simple at forstå. Og det er ikke svært at opstille en kritik i form af eksempler på misforhold mellem stemmetal og repræsentation. Det er bl.a. derfor man hos os og mange andre steder har udviklet forskellige former for forholdstalsvalg. Den måde man fordeler mandater på efter et valg er her grundlæggende et spørgsmål om brøkregning. Der opstår ikke så grelle diskrepanser mellem stemmetal og repræsentation, men alligevel er der eksempler på uretfærdigheder. I en srp ville man studere forskellige eksempler på valgsystemer, diskutere begrebet retfærdighed og prøve at formalisere dette til brug for udformningen af et retfærdigt valgsystem. Men man kan desværre bevise matematisk, at det er umuligt at lave et fuldt retfærdigt valgsystem. Du kan orientere dig i problemet via projekterne 15 og 16 i tilknytning til kapitel 10 i **Hvad er matematik? 1**. Du kan også søge på "Arrows umulighedssætning".

Skitse til srpformulering:

Redegør for centrale principper i det danske valgsystem til folketingsvalg – inddrag en redegørelse for de forskellige mandatfordelingsmetoder der findes.

Diskuter styrker og svagheder ved de forskellige mandatfordelingsmetoder og diskuter i forlængelse heraf begrebet 'retfærdig mandatfordeling', herunder påstanden: "Retfærdighed er uopnåelig" i Ebbe Thue Poulsens bog "Matematik og retfærdighed. - mandatfordelingsproblemet", 1. udg. 2000.

Diskuter hvilke fordele og ulemper der er ved det danske valgsystem i forhold til andre valgssystemer.

Fag: Matematik A, Samfundsfag A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? og Kulturfag**, kapitel 2, om *Argumentationsteknik, Erkendelsesteori og hvordan vi opnår indsigt om verden*.
- **Hvad er matematik? og Kulturfag**, kapitel 5, om *Demokratiet og argumentets rolle*
- **Hvad er matematik? 1**, projekt 10.15, *Matematik og demokrati – Mandatfordelinger*
- **Hvad er matematik? 1**, projekt 10.16, *Mandatfordeling ved kommunalvalg*
- **Poulsen, Ebbe Thue. Matematik og retfærdighed**. Gyldendal, 2000.
- **Vestergård, Erik mandatfordeling og retfærdighed**, LMFK-bladet, sept 2009
- **Dohrn, D.J., I. Kirkegaard og A. Nielsen. Matematiks anvendelse i samfundsfag**, Munksgaard, 1975, især kapitel
- **Encyklopædien, Arrows umulighedssætning**, <http://denstoredanske.dk/It%2c teknik og naturvidenskab/Matematik og statistik/Beslutningsteori%2c spilteori og kybernetik/Arrows umulighedssætning>
- **Balinski, Michael L. & Young, H. Peyton. Fair Representation. Meeting the Ideal of One Man, One Vote**. New haven, Conn.: Yale University Press, 1982.
- **Christiansen, Peter Munk og Asbjørn Sonne Nørgaard. Demokrati, magt og politik i Danmark**, Gyldendal, 2008.
- **Taylor, Allan og Allison Pacelli, Mathematics and Politics - Strategy, Voting, Power and Proof**, Springer Verlag 2008 (Standardværket med gennemgang af alle tænkelige valgsystemer og valgmetoder)
- **Poulsen, Ebbe Thue. Matematik og retfærdighed**. Gyldendal, 2000
- **Dahl, Robert A.. Democracy and its critics**. Yale University Press, 1989.
- **Dahl, Robert A.. Om demokrati. Denmark**, Nyt Nordisk Forlag Arnold Busck, 2000.
- **Elklit, Jørgen. Danske valgsystemer: Fordelingsmetoder, spærreregler, analyseredskaber**, Institut for Statskundskab Aarhus Universitet, 2005.
- **Encyklopædien. Valgsystemer**.
<http://denstoredanske.dk/Samfund, jura og politik/Samfund/Valgteorier og valgmetoder/valgssystemer>

- Koch, Hal. *Hvad er demokrati?*. Gyldendal, 1981.

Overvågningssamfundet – og krypteret kommunikation, der ikke kan brydes

Præsentation:

For et årti siden blev påstande om, at alt hvad vi foretog os af digital kommunikation blev overvåget gennem en hemmelig organisation Echelon, afvist som hysteri eller som umulig science fiction. Efter Snowdens afsløringer og mange andre efter ham er der i dag ingen der tvivler om, at sådan forholder det sig. Holdningen er snarere skiftet till "so what". Men hvad betyder det for vores ideelle forestillinger om et samfund, der bygger på suveræne og myndige individer? Parallelt med at teknologien giver muligheder for den totale overvågning af vores liv er der udviklet krypteringsmetoder, der gør det praktisk umuligt at bryde koden og læse samtaler mellem potentielle terrorister. Eller bryde ind i de cirkler der findes på "det dybe net". RSA-systemet er den mest anvendte krypteringsalgoritme, men der er mange krypteringsteknikker, men kan dykke ned i. *(Dette oplæg til srp er identisk med det der ligger under overskriften 'Matematik og it-teknologi')*

Skitse til srpformulering:

Der ønskes en redegørelse for informationssamfundets udvikling og de teknologiske og sikkerhedsmæssige udfordringer der medfølger.

Forklar den grundlæggende ide i *public key* krypteringen, herunder hvad vi forstår ved envejsfunktioner, ved offentlige og private nøgler, hvordan man sender en besked, kun modtageren kan læse, og hvordan man laver digital signatur, dvs sender en besked, der entydigt fortæller modtageren hvem afsenderen er.

Gennemgå udvalgte dele af matematikken bag RSA krypteringen og vis, hvordan du kan bryde vedlagte tekst (bilag 1), der er kodet med tal af beskeden størrelse, og hvor du kun kender den offentlige nøgle. Hvorfor er det umuligt at bryde tekster kodet med de rigtige store RSA nøgletal.

Diskutér på baggrund af styrken i moderne kryptering og selvvalgte kilder hvilke problematikker en regering i et demokratisk land står over afvejning af forholdet mellem beskyttelse af privatlivets fred og beskyttelse af samfundet mod bestemte trusselsscenerier. Inddrag bilag 2 i din diskussion.

Bilag 1:

Eksempel på kodet besked, der er opsnappet om som skal brydes med kendskab til den offentlige nøgle (overskuelige tal)

Bilag 2:

Grünbaum, Ole. "Ballade om sikkerhed." Politiken, Marts 25, 1992

Bilag 3:

(Uddrag af Snowdens bog)

Fag: Matematik A og Historie A

Litteratur og materialer:

- *Hvad er matematik ? 3*, kapitel 0, afsnit 3, *Kryptering*
- *Hvad er matematik ? 3*, Projekt 0.4 *Modulo-regning, restklassegrupperne og Fermats lille sætning*
- *Hvad er matematik ? 3*, Projekt 0.5 *Euklids algoritme og primiske tal*
- *Hvad er matematik ? 3*, Projekt 0.6 *RSA kryptering*
- Peter Landrock: *Kryptologi med brug af primtal*, film i serien *10 danske matematikere – 10 matematiske fortællinger*, http://www.lr-web.dk/Lru/microsites/10danskematematikere/peter_landrock.html
- Peter Landrock, *Kryptologi - fra viden til videnskab*, forlaget Abacus, 1997
- Andersen, Henning E. *Kryptologi og krypteringssystemer*. Institut for Matematiske Fag, Aalborg Universitet, 2004.
- Hansen, Johan P, *Algebra og Talteori*, Gyldendal, 2002

- Crawford, Susan. "The Origin and Development of a Concept: The information society." *Bulletin of the Medical Library Association*, 1983: 380-385.
- Elliot, Justin, and Theodor Meyer. "Claim on "Attacks Thwarted" by NSA Spreads Despite Lack of Evidence." *Propublica*. Oktober 23, 2013. <http://www.propublica.org/article/claim-on-attacks-thwarted-by-nsa-spreads-despite-lack-of-evidence>
- FoxNews.com. "NSA chief defends surveillance, says helped prevent terror plots more than 50 times since 9/11." *Fox News*. Juni 18, 2013. <http://www.foxnews.com/politics/2013/06/18/nsa-chief-defends-surveillance-says-helped-prevent-terror-more-than-50-times/>
- Gibbs, Mark. "When privacy dies and encryption is illegal." *Network World*. August 6, 2014. <http://www.networkworld.com/article/2225123/security/when-privacy-dies-and-encryption-is-illegal.html>
- Grünbaum, Ole. "Ballade om sikkerhed." *Politiken*, Marts 25, 1992. Kan hentes via - *Hvad er matematik ? 3*, kapitel 0, afsnit 3, *Kryptering*
- Intel. "The story of Intel 4004." <http://www.intel.com/content/www/us/en/history/museum-story-of-intel-4004.html>
- RSA-laboratories, <https://www.rsa.com/en-us>
- Singh, Simon. *The Code Book: The Evolution of Secrecy from Mary, Queen of Scots, to Quantum Cryptography*. NY, USA: Doubleday, 1999
- Snowden, Edward, *I offentlighedens tjeneste*, Informations forlag 2019
- UDHR drafting committee. "The Universal Declaration of Human Rights." *United Nations*. December 10, 1948. <https://www.un.org/en/universal-declaration-human-rights/index.html>

Ukrainekrisen – analyseret med hjælp af spilteori

Spilteori er en relativ ny matematisk disciplin, der blev udviklet for at kunne håndtere situationer, hvor en række rationelt handlende aktører har en række forskellige og konfliktende handlemuligheder. De har hver deres interesser i at optimere en evt gevinst, men samtidig, hvis tingene ikke udvikler sig gunstigt for dem, er de interesserede i at minimere tab. Man gambler ikke vildt, da meget står på spil. Du kan søge på "fangernes dilemma", og her få et arketypisk eksempel på en situation, hvor spilteori er et egnet analyseredskab som grundlag for en beslutning. I studiet af internationale konflikter, som den aktuelle konflikt om Ukraine, kunne en spilteoretisk analyse være et interessant supplement til en udredning af de politiske, økonomiske og historiske og en diskussion af effekten af økonomiske og politiske sanktioner. Spilteori, der matematisk er nært forbundet med *lineær programmering*, er præsenteret i **Hvad er matematik? 3**, projekt 5.14, *Spilteori*

Du kan finde en præsentation af tankegangen i spilteoretiske analyser i et materiale om Cubakrisen:

http://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/dokumenter/Cubakrisen_ny.pdf

Og du kan finde en interessant amerikansk analyse af Ukrainekrisen, med anvendelse af spilteori her:

<http://web.mit.edu/sabre/In/Public/GameTheory/Journal%20of%20Politics/A%20Theory%20of%20Economic%20Sanctions%20and%20Issue%20Linkage%20--%20The%20Roles%20of%20Preferences,%20Information,%20and%20Threats.pdf>

Matematik-Historie

Den spanske syge og AIDS-epidemien – Hvordan reagerer vi på epidemier?

Præsentation:

Influenzaepidemier er et tilbagevendende fænomen i Danmark, i vor tid med knap så ekstreme resultater som i tidligere perioder. Den spanske syge var en influenzaepidemi. Men andre lande rammes stadig hårdt af epidemier som SARS og nu Zika, og vi kender historiske beretninger om pest- og koleraepidemier. Er der et fælles mønster i, hvordan sådanne epidemier udvikler sig – og hvordan kan man matematisk modellere dette? Der er en række varianter af SRP om dette emne – hver epidemi har sine særtræk, og man kan både vælge en biologisk og en historisk vinkel. Den matematiske modellering bygger på koblete differentialligninger, og fører frem til den såkaldte SIR model. Du kan orientere dig i emnet via projekter i Hvad er matematik? 3, og på denne adresse:

https://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/files/Epidemier_nyt.pdf

Skitse til srpformulering:

Giv en kort redegørelse for henholdsvis den spanske syge i årene omkring 1918-20 og for Aids-epidemien i 1980'erne og 90'erne og for hvordan datidens samfund reagerede på de to pandemier.

Opstil matematiske modeller for udbredelsen af de to epidemier og diskuter i den sammenhæng hvilken betydning de parametre, der indgår i modellen, har. Anvend modellerne til at analysere et selvvalgt data-materiale og giv ud fra din modellering et bud på talværdierne for parametrene samt en fortolkning af disse.

Undersøg hvordan epidemierne påvirkede mentaliteten under og umiddelbart efter epidemien. Inddrag forskelligartede kilder.

Diskuter for hver af de to epidemier samtidens vurderinger af smittefare og epidemiernes udvikling, sammenlign reaktionsmønstrene og giv en vurdering af samfundets muligheder for og villighed til at bekæmpe epidemier ud fra den viden man har, bl.a. med baggrund i de matematiske modeller.

Fag: Matematik A og Historie A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? 3**, kapitel 3A, især afsnit 2.1.2, *Modellering af AIDS epidemien i Danmark*
- **Hvad er matematik? 3**, kapitel 7, *Numerisk løsning af differentialligninger*
- **Hvad er matematik? 3**, projekt 7.21 *Epidemimodeller*
- **Allman, Elizabeth S. and John A. Rhodes. Mathematical Models in Biology, an introduction.** Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- **Aids-Fondet. (u.d.). Kys Hiv** <https://aidsfondet.dk/kys-hiv>
- **Andreasen, Viggo. Introduktion til matematisk infektionsepidemiologi.** Roskilde: IMFUFA, 2004.
- **Bak Mortensen, G. Den spanske syge**, Københavns biblioteker. 2016
<https://bibliotek.kk.dk/temaer/baggrundsviden/blog/spanske-syge-0>
- **The Henry J. Kasier Family Foundation Global HIV/AIDS Timeline**
<http://kff.org/global-healthpolicy/timeline/global-hiv-aids-timeline>
- **Influenza-Epidemien og Skolerne.** (1918). Politiken.
- **Sharp, og Hahn, Origins of HIV and the AIDS Pandemic.** Cold Spring Harbor, kan downloades fra
<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3234451/>
- **Mc-Einar. Panik.** Mc Einar, 1989
- **Otto, L. (marts 2003: 3-25). Sygdommen kom som en Eksplosion.** Fortid og Nutid.
- **Press briefing by Larry Speakes.** (15. oktober 1982). The White House Office of the Press Secretary.
- **R. Byerly, C. . The U.S. Military and the Influenza Pandemic of 1918–1919.** Public Health Report, 2010; 125(Suppl 3): 82–91

- Rahbek, I. C., *Influenzaepidemi paa Julemærkesanatoriet November-December 1918*. Ugeskrift for læger 1920.

Gaudi – Cataloniens særprægede arkitekt

Præsentation:

Besøger man Cataloniens hovedstad, Barcelona, så kan man næppe undgå at møde Antonio Gaudis arkitektur - og i mødet med den, undres over, hvad det er man ser. Gaudi var sin helt egen, hans byggestil kan ikke rubriceres ved hjælp af den traditionelle opdeling i stilarter, og han er også på den måde en repræsentant for en del af Europa, der har haft sin helt egen udvikling. Gaudis arkitektur har to inspirationskilder, religionen og naturen, og da han opdager, hvordan man med matematiske metoder kan beskrive den type kurver og flader, han ønsker at anvende i sin arkitektur, går det for ham op i en højere enhed. Den matematik, som Gaudi anvender, hører til differential geometrien, hvor man studerer flader, der er grafer for funktioner af flere variable, paraboloider, hyperbolske paraboloider, vindelflader og kædelinjer – smukke kurver og flader med egenskaber, der er interessante for arkitektur. Du kan få et hurtigt kig på nogle af disse flader i *Hvad er matematik?* 3, kapitel 6. Via filmsitet *10 danske matematikere – 10 matematiske fortællinger* kan du se filmen *Skumstrukturer og minimalflader* og orientere dig i projektmaterialer herom:

http://www.lr-web.dk/Lru/microsites/10danskematematikere/steen_markvorsen.html

Skitse til srpformulering:

Giv med udgangspunkt i bilag 1 (Ode to my fatherland) en redegørelse for den samfundsmæssige udvikling i Catalonien i 1800-tallet og begyndelsen af 1900-tallet med særligt henblik på at belyse de nationale strømninger og den "catalanske renæssance".

I Gaudis arkitektur finder vi en omfattende brug af parabler og ikke mindst kædelinjer, samt af flader med helt særlige krumningsegenskaber. Du skal føre os ind i denne verden, gennemføre en matematisk modellering af kædelinjen, og vise, hvordan vi gennem løsning af en 2. ordens differentialligning kan nå frem til de formler, der giver os kædelinjerne. I Gaudis religiøse verden repræsenterede nogle af hans flader hans begreb om *treenigheden*. Giv en fortolkning af dette og redegør i den forbindelse for det matematiske krumningsbegreb.

Giv med udgangspunkt i to forskellige tekster en vurdering af Gaudis forhold til og engagement i disse strømninger, og giv eksempler på, hvordan dette engagement ifølge teksterne kan ses genspejlet i hans arkitektur

Diskuter (med udgangspunkt i billederne af Casa Mila, Casa Batlo og La Sagrada Familia) om Gaudis særlige byggestil hovedsageligt rummer religiøse dimensioner og budskaber eller om hans arkitektur også har særlig indflydelse fra den catalanske nationalisme.

Bilag

Bilag 1: Uddrag af Aribau, Carles: "Ode to My fatherland" 1833, Fundet på

<https://franciscocenamor.blogspot.dk/2013/01/poema-del-dia-la-patria-de-bonaventura.html>

Oversat fra catalansk

Bilag 2: Casa Batlló

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/14/Casa_Amatller_and_Casa_Batlló.jpg

Bilag 3: Casa Milá

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/3c/Casa_Milà_-_Barcelona,_Spain_-_Jan_2007.jpg

Bilag 4: La Sagrada Familia

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c0/Sagradafamilia-overview.jpg>

Bilag 5: Uddrag fra: Søndergaard, Brix Peter. Modernismo arkitekten Gaudi. Tidsskriftet Sfinx 30.2. 2007. Barcelona og Catalonien

Bilag 6: Uddrag fra: Munk Andersen, Wivian. Antoni Gaudi y Cornet en fantastisk arkitekt. Fra Tidsskriftet Sfinx. 1981

Fag: Matematik A og Historie A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? 3**, kapitel 6, *Anden ordens differentialligninger*
- **Hvad er matematik? 3**, projekt 6.3, *Løsning af differentialligningen $y'' + b \cdot y' + c \cdot y = 0$*
- **Hvad er matematik? 3**, projekt 6.5, *Løsning af inhomogene anden ordens differentialligning*
- **Bjørn Grøn, Minimalflader og kurver med konstant middelkrumning**, især afsnit 1 om katenoiden mv. projektmaterialer til film, findes på:
http://www.lr-web.dk/Lru/microsites/10danskematematikere/steen_markvorsen.html
- **Ivan Tafteberg Jakobsen, Antoni Gaudí : Geometrien bag arkitekturen**. Matematiklærerforeningen 2011
- **Brannigan, Ann Marie. Modernisme: an introduction to catalan art nouveau**. Runner bean tours. 2014
- **Cirlot, Juan-Eduardo m.fl. Gaudí introduction to his architecture**. Spanien: Triangle Postals 2011
- **Christiansen, Kasper, Antoni Gaudí & gotikken**. http://www.kasperchristiansen.dk/artikel_gaudi.html
- **Giordano, Carlos og Nicolás Palmisano. The illustrated biography of Antoni Gaudí (English)**. Barcelona: Dos de Arte Ediciones, 2016
- **Grossman, Rachel. Universo Gaudí. Architecture Week. 2003:**
http://www.architectureweek.com/2003/0122/news_1-1.html
- **Gijs van Hensbergen. Gaudí, a Biography**, Harper Perennial 2003
- **lletra: la renaixença (the catalan cultural renaissance):** <http://www.lletra.net/en/period/la-renaixenca>
- **Søndergaard, Brix Peter. Modernismo arkitekten Gaudi**. Tidsskriftet Sfinx 30.2. 2007. Barcelona og Catalonien
- **Munk Andersen, Wivian. Antoni Gaudi y Cornet en fantastisk arkitekt**. Fra Tidsskriftet Sfinx. 1981
- **F. Folguera Grassi og Josep Rafols: Gaudí 1928**, Rafols var medarbejder hos Gaudi. Genoptrykt i facsimileudgave med den catalanske originaltekst og en oversættelse til engelsk.
- **Smith, Angel. The Origins of Catalan Nationalism 1770-1898**. UK: Palgrave Macmillan, 2014
- **Storm, Eric. The Problems of the Spanish Nation-Building Process around 1900**. *National identities*, vol 6, n. 2, 143-157, 2004
- **Zerbst, Rainer. Gaudí the complete buildings**. Köln: Taschen, 2005
- La Sagrada Familia**
<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c0/Sagradafamilia-overview.jpg>
- Casa Milá**
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/3c/Casa_Milà_-_Barcelona,_Spain_-_Jan_2007.jpg
- Casa Batlló**
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/14/Casa_Amatller_and_Casa_Batló.jpg

Navigationens udvikling i 1700-tallet

Præsentation:

Både for opdagelsesrejsende og for nationer, hvis magt bygger på, at de har en betydelig flåde, er det afgørende at kunne navigere ud over havene. Man kunne meget tidligt bestemme hvilken breddegrad, man befandt sig på, men det var straks sværere med længdegrader. Der er foretaget mange fejlnavigationer gennem tiderne – en af de værste katastrofer var da 4 store skibe i den engelske flåde forliste 22. oktober 1707 ved Scilly øerne i den engelske kanal. Det var den direkte anledning til, at parlamentet udskrev en konkurrence om at få konstrueret et ur, der gik præcist og som kunne tages med på et skib. Før den tid navigerede man hovedsageligt ved hjælp af astronomiske iagttagelser.

Det er et område, hvor der kan skrives mange forskellige spr'er. Den matematik, der anvendes er bl.a. sfærisk geometri, som du kan orientere dig i via et projekt i *Hvad er matematik? 2*, kapitel 7. På hjemmesiden for "geomat", som der linkes til her, kan du finde inspiration til en række forskellige opgaver inden for emnet. http://www.geomat.dk/opdagelser_og_navigation/index.htm

Skitse til srpformulering:

Redegør for logaritmernes oprindelse, og for hvilke behov, de var med til at dække. Forklar med udgangspunkt i Erlang C, hvordan logaritmetabeller er indrettet.

Fortæl kort om de navigationsmetoder, der anvendtes ved navigation på havet omkring år 1700 eksempelvis i den engelske flåde og kom herunder ind på de vanskeligheder og begrænsninger, der lå i metoderne.

Redegør for nogle af de begreber, der anvendes i sfærisk geometri, specielt timevinkelsystemet og horisontsystemet, og giv et bevis for de sfæriske cosinusrelationer.

Diskuter, hvordan metoderne udviklede sig op gennem 1700-tallet, og kom herunder ind på væsentlige begivenheder, der kan opfattes som drivkræfter bag udviklingen. Demonstrer hvorledes de matematiske metoder i slutningen af 1700-tallet gav muligheder for en mere pålidelig positionsbestemmelse ved at løse opgave 6.60 i Erik Vestergård: *En revolution i regnekunsten*.

Fag: Matematik A og Historie A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? 2**, kapitel 4, Logaritmefunktioner og eksponentialfunktioner, især den indledende historie, *Den franske revolutions logaritmefabrik*.
- **Hvad er matematik? 2**, Projekt 4.1 *Prosthaphaeresis: Logaritmiske beregninger med sin og cos før logaritmerne blev opfundet*
- **Hvad er matematik? 2**, Projekt 7.13 *Sfærisk geometri og introduktion til kortprojektioner*
- **Undervisningsministeriet, Sfærisk geometri**, forberedelsesmaterialet til stx A, net-prøven, 2016
- **Jørgen Wittrup: Navigation**, bind 1, *Fundamentet for navigation*, Weilbach, 2009
- **Jørgen Wittrup: Navigation**, bind 5, *Astronomisk Navigation*, Weilbach, 2009
- **Søren Thirslund: Træk af navigationens historie 1530-1850**. Handels- og Søfartsmuseet på Kronborg, Maritema 2, Helsingør, 1988
- **Taftebjerg, Ivan, Astronomisk navigation**, GeoMat, http://www.geomat.dk/opdagelser_og_navigation/opdagelser/projektoplaeg/astronomisk_navigation.pdf
- **Taftebjerg, Ivan, Månedistancemetoden**, GeoMat, http://www.geomat.dk/opdagelser_og_navigation/opdagelser/projektoplaeg/MAANEDISTANCEMETODEN.pdf
- **Vestergaard, Erik, En revolution i regnekunsten, logaritmernes oprindelse, beregning og brug**, Forlaget Abacus 1996
- **Vestergaard, Erik, Astronomisk navigation: sfærisk geometri i anvendelse**, Matematiklærerforeningen 1997
- **Vestergaard, Erik, Begivenheder i navigationens historie**, <https://www.matematiksider.dk/navigation/navihist.pdf>

- **Wikipedia, History of Navigation**, http://en.wikipedia.org/wiki/History_of_navigation
- **Wikipedia, History of Longitude**, http://en.wikipedia.org/wiki/History_of_longitude
- **Royal Navy Museum, John Harrison and the finding of longitude**, http://www.royalnavalmuseum.org/info_sheets_john_harrison.html

Opmåling af Danmark i Oplysningstiden

Præsentation:

Skitse til srpformulering:

Gør kort rede for Danmarks historie i slutningen af 1700-tallet, med særlig henblik på at fremdrage nogle karakteristiske træk, der kan begrunde at perioden kaldes for oplysningstiden.

Analyser ved inddragelse af bilag 1 og bilag 2 den politiske, økonomiske, kulturelle og videnskabelige baggrund for det store projekt om opmålingen af Danmark i årene fra omkring 1760 og frem. Giv en detaljeret redegørelse for fremgangsmåden og opmålingsprincipperne, illustreret med selvvalgte eksempler fra logbøgerne.

I Caspar Wessels stræben efter at forenkle beregningerne udviklede han som den første i verden en teori om nye to-dimensionelle tal, som vi i dag kalder komplekse tal. Analyser med udgangspunkt i vedlagte kronik (bilag 3), hvilke overvejelser, der førte Casper Wessel frem til netop denne løsning, og illustrer med selvvalgte eksempler, hvordan sider i trekanter kan repræsenteres af komplekse tal, og hvordan vinkler kan fremkomme ved produkter af disse tal.

Giv én vurdering af, hvordan de matematiske og teknologiske landvindinger var med til at udvikle samfundet i denne periode.

Bilag 1: Ludvig Holberg, Om opmåling af bjerges højder, 1754

Bilag 2: Denis Diderot, Encyklopedie, 1751-52

Bilag 3: Jørgen Ebert, Lillebrors komplekse tal

Fag: Matematik A og Historie A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? 1**, kapitel 6, især det indledende afsnit om Danmarks kortlægning og Caspar Wessel
- **Hvad er matematik? 1**, projekterne 6.1, 6.2 og 6.3 handler om Caspar Wessel og de komplekse tal.
- **Ebert, Jørgen, Lillebrors komplekse tal**, KRONIKEN I POLITIKEN / *Torsdag 8. juni 1995*. Kan findes via **Hvad er matematik? 1**, kapitel 6
- **Metz, Georg, De tider**, Nyt Nordisk Forlag, 1987, uddrag s 46-83. Brewvveksling i novelleform mellem brødrene Caspar og Johan Hermann Wessel. Kan findes via **Hvad er matematik? 1**, kapitel 6
- **Nielsen, Keld, Hvordan Danmarkskortet kom til at ligne Danmark** - Foreningen Videnskabshistorisk museums venner
- **Olsen, Jørgen, Oplysningstiden. Da det moderne tog form**. Systime, 2008. Heri findes de to bilag:
 - Ludvig Holberg, **Om opmåling af bjerges højder, 1754**
 - Denis Diderot, **Encyklopedie, 1751-52**
- **Vestergaard, Erik, Matematiksider**, her findes specielt: *Matematik og Landmåling*, <http://www.matematiksider.dk/projekter/landmaaling.pdf>
- **GeoMat**, website om opmåling af verden gennem tidermne. <http://www.geomat.dk/>

SRP og Hvad er Matematik?

Idéer og vejledning til studieretningsprojekter med matematik



Det amerikanske befolkningstals udvikling

Præsentation:

I første halvdel af 1800 tallet blev Belgien etableret som en ny nationalstat, og dertil hørte opbygningen af et statsapparat. Der er brug for viden om landets demografi og herunder befolkningstallets forventelige udvikling. Men hvor finder man matematiske modeller for den demografiske udvikling? De fandtes ikke, de må skabes forfra. Men hvordan gør man så det? En af aktørerne, P.-F. Verhulst nåede i 1838 frem til en vækstmodel, der i vor tid har gået sin sejrsgang, men som dengang endte med at blive forkastet og glemt. Mange år efter, omkring 1920 tages modellen op igen af amerikanske videnskabsfolk. Du kan orientere dig om ennet i *Hvad er matematik? 2*, Indledningen til kapitel 6, samt i filmen med Henrik Krah Sørensen på filmsitet *10 danske matematikere – 10 matematiske fortællinger* kan du se *Vækst i nationens tjeneste – Hvordan Verhulst fik beskrevet logistisk vækst*: http://www.lr-web.dk/Lru/microsites/10danskematematikere/henrik_kragh_soerensen.html

Skitse til srpformulering:

Giv en redegørelse for udviklingen i USA's befolkningstal med særligt fokus på perioden fra sidste halvdel af 1800-tallet frem til 1921. Undersøg årsagerne på den store befolkningstilvækst, og på de politikker myndighederne formulerede. Inddrag historiens genstandsfelter. (Inddrag kilde 1, 2 og 3 samt mindst en selvfundne kilde).

I både de europæiske lande og i USA blev der jævnlige gennemført folketællinger, og i løbet af 1800-tallet oprettet statistiske kontorer, der bl.a. skulle give myndighederne et retvisende billede af befolkningstallets udvikling. Redegør for den metode, som den belgiske matematiker Verhulst udviklede, og som førte frem til den model vi i dag kalder den logistiske vækstmodel.

Sammenlign Verhulst' metode med de forsøg på at gennemføre en matematisk modellering af et befolkningstals udvikling, som Pearl og Reed foretog omkring 1920. Diskuter de rent matematiske krav, som Pearl og Reed opstiller i artiklen fra 1920, vis at den logistiske model opfylder kravene og opstil selv yderligere mindst to funktionsudtryk der tilsvarende opfylder kravene. Inddrag Pearls egen videreudvikling af modellerne i hans artikel fra 1924.

De matematiske modeller tager sigte på at forudsige noget væsentligt om befolkningstallets udvikling. Pearl og Reeds model for USA's befolkningstals udvikling blev udsat for kritik i deres samtid. Giv en vurdering af kvaliteten af denne kritik og af deres svar på kritikken i de to artikler.

Kilde 1: Reklame. CB&Q brochure, ca. 1879.

<http://www.environmentandsociety.org/exhibitions/railroad/settlement-promotion-burlington-railroad>

Kilde 2: Amerika Utopia? dansklærerforenings forlag, Kbh, 1982, s. 94-96

Kilde 3: Immigration act, 1921.

Fag: Matematik A og Historie A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? 2**, kapitel 6, især afsnit 1, *Den logistiske vækstfunktion og Verhulsts opdagelse*.
- **Hvad er matematik? 3** kapitel 3B, især afsnit 2, *Den logistiske differentialligning*
- **Hvad er matematik? 3**, Projekt 3.8 Logistisk modellering af Belgiens og af DKs befolkningstal
- **Banks, Robert**. *Growth and Diffusion Phenomena*. Berlin: Springer-Verlag. 1994
- **Borberg, Christian og Jens Damm**. *Amerika Utopia?*. København: Dansklærerforeningen/Skov. 1982
- **Civil War – Facts**, <https://www.nps.gov/civilwar/facts.htm>
- **Friiss, Lykke, m. fl.**. *Verdens magter*. København: Ræson Medier. 2014
- **Hvidt, Kristian**. *Danske veje vestpå*. København: Politikens forlag. 1976

- **Kingsland, Sharon.** *The refractory model: The logistic curve and the history of population ecology.* Chicago: The University of Chicago Press. 1982.
- **Michael R. Haines.** *The Population og the United States 1790-1920.*
<http://www.nber.org/papers/h0056.pdf>
- **Olmanson, Eric.** *Promotion and Transformation of Landscapes along the CB&Q Railroad.*
<http://www.environmentandsociety.org/exhibitions/railroad/settlement-promotion-burlington-railroad>
- **Pearl, Raymond og Lowell J. Reed.** *On the Rate of Growth of the Population og the United Staes since 1790 and its Mathematical Representation.* Washington DC: Proceedings of the National Academy of Sciences. 1920
- **Population from 1790-2010** - United States Census Bureau.
<https://www.census.gov/topics/population/data.html>
- **Raymond Pearl.** *The Biology of Population Growth.* New York: Alfred A. Knopf. 1924
- **Raymond Pearl.** *The curve of population growth.* Philadelphia: American Philosophical Society. 1924
- **Sørensen, Henrik Kragh og Danielsen, Kristand og.** *Vækst i nationens tjeneste.* København: MatematikLærerforeningen. 2014
- **Sørensen, Henrik Kragh,** *Historien om logistisk vækst,* film: http://www.lr-web.dk/Lru/micro-sites/10danskematematikere/henrik_kragh_soerensen.html

Videnskaben i imperiets tjeneste – Lord Kelvins kortlægning af tidevandsbevægelserne

Præsentation:

I 1800 tallet, efter sejren over Napoleon er England verdens absolut stærkeste magt. Det er et enormt imperium, der omfatter store dele af det afrikanske kontinent, den indiske halvø, områder i Mellemøsten, Sydøstasien, Australien og Canada. Imperiets magt bygger først og fremmest på flåden. Men selv om man er verdens stærkeste sømagt, kan man have behov for hurtigt at søge ly i en af imperiets mange havne – man kan man komme derind? England har selv erfaringer med meget store tidevandsbevægelser i Kanalen, og en række steder på kloden findes samme fænomen. Men tidevandsbevægelser er ikke ens fra år til år, så hvad gør man? Man tager videnskaben til hjælp. Du kan orientere dig i den spændende fortælling i *Hvad er matematik?* 3, kapitel 1.

Skitse til srpformulering:

Der ønskes en analyse af den britiske flådes betydning for udbredelsen og opretholdelsen af det britiske imperium i anden halvdel af 1800 tallet, herunder specielt en vurdering af realismen i Englands strategiske mål udtrykt i den såkaldte "two power standard".)

Giv en kort redegørelse for baggrunden for og formålet med etableringen af Tidal Comittee, og forklar hvorfor lord Kelvin valgte at anvende Fourieranalyse som sit matematiske værktøj i løsningen af opgaven med at forudsige tidevandsbevægelser i alle imperiets havne.

Giv en grundig redegørelse for Fourieranalyse, hvor du både giver en teoretisk udledning af Fourierkoefficienterne for en given kendt periodisk funktion, og demonstrerer teorien gennem anvendelsen af den på mindst to selvvalgte funktioner. Endelig skal du forklare, hvordan man håndterer den praktiske situation, hvor man ikke kender funktionsudtrykkene, men alene har en grafisk repræsentation.

Slutteligt ønskes med udgangspunkt i forløbet omkring Lord Kelvins udvikling af tidevandsmaskinen en diskussion af, i hvilket omfang Storbritanniens evne til at inkorporere teknologisk og videnskabelig forskning og opfindelser i udviklingen af flåden bidrog til dens førerposition i perioden.

Bilag

Bilag 1: Uddrag fra Black, Jeremy: "The British Seaborne Empire, p. 187-190. Yale University Press. New Haven and London.

Bilag 2: The Tides: Sir William Thomson (Lord Kelvin)

Evening Lecture To The British Association At The Southampton Meeting on Friday, August 25, 1882 (Uddrag)

Fra: http://zapatopi.net/kelvin/papers/the_tides.html

Fag: Matematik A sammen med Historie

Litteratur og materialer:

- **British Naval Policy - 1890-1920**, <https://www.globalsecurity.org/military/world/europe/uk-rn-policy2.htm>

- **Naval Defence Act 1889**, Wikipedia, https://en.wikipedia.org/wiki/Naval_Defence_Act_1889

Bennett, Brett M. And Hodge, Joseph M. M.fl. Science and Empire, Knowledge and networks of science across the British Empire, 1800-1970. England: Palgrave Macmillian 2011.

- **David Edgar Cartwright**, *Tides – A Scientific Story*, især s 97-104. Findes som Google Book

- **Silvanus Phillips Thompson**, *The Life of Lord Kelvin, Bind 2*, især s. 729-734. Findes som Google Book

- **Hvad er matematik? 3**, kapitel 1, Trigonometriske funktioner, især afsnit 1, *Tidevandets musik*
- **Hvad er matematik? 3**, kapitel 16, Fagligt samarbejde Matematik-Musik, afsnit 4, *Fourieranalyse*
- **Hvad er matematik? 3**, kapitel 11, Fagligt samarbejde Matematik-Fysik, afsnit 10, *Fourieranalyse*
- **Hvad er matematik? 3**, Projekt 1.3 *Fourierrække r- modellering af tidevandssvingn*
- **History of Tidal Analysis and Prediction**, <https://www.tidesandcurrents.noaa.gov/predhist.html>
- **Tide-predicting machine**, Wikipedia, https://en.wikipedia.org/wiki/Tide-predicting_machine
- **The Kelvin Library**, Various Writings of Lord Kelvin, specielt opslaget: The Tides (1882) <https://zapa-topi.net/kelvin/papers/>

Da mennesket kom i centrum – opdagelsen af centralperspektivet i renæssancen

Præsentation:

I de første årtier af 1400 tallet udvikler kunstnere, videnskabsmænd og arkitekter i Firenze i Norditalien en helt måde at male og gengive virkeligheden eller deres egne indre billeder, så beskueren så billedet, som om han så motivet for første gang. I kirken Santa Maria Novella i Firenze maler Masaccio en fresco med Jesus på korset, og den blev beskrevet som at man så direkte ind gennem murværket. Centralperspektivet, som er den tekniske betegnelse for metoden, sætter beskueren i centrum: Kunstneren, eller jeg der ser det samme som kunstneren gjorde, ved at stille mig et bestemt sted i forhold til billedet, vi gør os til centrum af verden. Det er os, der ser, og fx ikke Gud, der ser os. Dette udtryk for det selvbevidste menneske, der her træder ind på verdenshistoriens scene, fanger i et glimt, den nye periode, som eftertiden har kaldt renæssancen. Der er mange varianter af srp'er mellem historie og matematik om dette emne. Matematik giver indsigt i, hvorfor og med hvilke midler centralperspektivet virker. Der er en meget righoldig litteratur om emnet, og du kan dels orientere dig i afsnittet i jeres historiebog, dels i *Hvad er matematik? 2*, projekt 7.16, som rummer den indledende fortælling fra *Hvad er Matematik? A*, kapitel 5

Skitse til srpformulering:

Der ønskes en redegørelse for renæssancen i Italien som periode med særligt fokus på økonomisk, kulturel og kunstnerisk udvikling.

Med udgangspunkt i vedlagte kilde ønskes en undersøgelse af synet på individet og kunstnerens rolle i renæssancen, og demonstrer med selvvalgte billeder og fresker fra første del af 1400-tallet, hvilken betydning opdagelsen og anvendelsen af centralperspektivet fik for denne udvikling.

Redegør for perspektivtegningens grundlæggende begreber, sætninger og metoder, herunder specielt distancepunkt-konstruktionen og synsvinkel-konstruktionen. Analyser de to vedlagte billeder, Lorenzettis "Den gode regering" fra omkring 1340, og Rafaels "Skolen i Athen" fra omkring 1510, og diskuter ud fra dem styrker og svagheder ved centralperspektivet.

Vurdér, om renæssancen som periode - med særligt fokus på kunst og menneskesyn - kan ses som et udtryk for kontinuitet eller brud.

Fag: Matematik A sammen med Historie A

Litteratur og materialer:

- *Hvad er matematik? A*, kapitel 5, især afsnit 1: *Mennesket i centrum – opdagelsen af centralperspektivet*
- *Hvad er matematik? 2*, projekt 7.16 *Perspektivgeometri*
- Andersen, Kirsti. *Geometrien Bag Perspektivet*. København: Matematiklærerforeningen, 1993.
- Bryld, Carl-Johan. *Verden Før 1914: I Dansk Perspektiv*, især kapitlet *Renæssance Og Reformationen 1400 - 1648*. Systime, 2010.
- Danielsen, Kim Beck. *Fra Antikken Til Reformationen*. 2nd ed. Vol. 1. Gyldendal 2009.
- Frederiksen, Hans Jørgen. *Den Gode Og Den Dårlige Regering*. *Den Store Danske*. Gyldendal, [http://denstoredanske.dk/Kunst_og_kultur/Billedkunst/Hovedv%C3%A6rker - europ%C3%A6isk billedkunst/Den gode og den d%C3%A5rlige regering](http://denstoredanske.dk/Kunst_og_kultur/Billedkunst/Hovedv%C3%A6rker_-_europ%C3%A6isk_billedkunst/Den_gode_og_den_d%C3%A5rlige_regering)
- Hvidt, Kristian. *Europa: 1000 års Historie*.: Gyldendal, 2007.

Panserslaget ved Kurskbuen

Præsentation:

Da Nazityskland og dets allierede i juni 1941 angriber Sovjetunionen sker med en hærstyrke på 4,5 mio. mand og over en front på 2.900 km. Verden har aldrig set noget lignende, og som det skete med Frankrig og andre lande kommer angrebet med en sådan voldsomhed at tyskerne i løbet af det første halve år ud-sletter eller tilfangetager 3,5 mio. sovjetiske soldater. Men i modsætning til Frankrig sker der ikke det ventede kollaps, tyskerne bliver stoppet foran Moskva og foran Leningrad, og kampene om Stalingrad ender med deres første store nederlag. Men den tyske hær er stadig formidabel stærk og forbereder i sommeren 1943 en ny offensiv, der skal give dem initiativet. De er imidlertid ikke klar over at den sovjetiske krigsproduktion er kommet i gang i Sibirien, så da tyskerne indleder offensiven ved Kurskbuen 6. juli 1943 er det to enorme hærstyrker hver med rådighed over tusinder af tanks og pansrede køretøjer, der konfronterer hinanden. Slaget varer 14 dage, og især 8. dagen er gået over i krigshistorien som verdenshistoriens største panserslag – denne dag tørner en kvart million mand og 500 tanks fra hver side sammen på slagmarken. I dette kaos blev der hver dag foretaget minutløse optællinger af mandskab og materiel, hvad har vi mistet, hvor mange har vi i aktion, hvor mange i reserven osv. Disse data er tilgængelig for en analyse, der kan være med til at afdække slagets karakter. Metoden hertil er en model udviklet af en engelsk matematiker, Lanchester. Matematikken, der anvendes, er koblede differentialligninger. Du kan orientere dig nærmere om materialer og metoder i *Hvad er matematik? 3*, Indledningen til kapitel 6 samt tilhørende projektmaterialer, bl.a. med studier fra amerikanske militær akademier.

Skitse til srpformulering:

Der ønskes en redegørelse for forløbet af 2. Verdenskrig frem mod slaget ved Kurskbuen i 1943. Du skal med udgangspunkt i selvvalgte kilder undersøge, hvorfor Tysklands situation ændrer sig i løbet af 1943.

Opstil Lanchesters forskellige differentialligningsmodeller til beskrivelse af en kamp mellem to styrker, og analyser i særlig grad den lineære og den kvadratiske model med henblik på at kunne karakterisere de slag, der kan beskrives af sådanne modeller.

Inddrag det empiriske materiale fra Kursk databasen i en implementering af modellerne, og diskuter ud fra din databehandling, hvorvidt Lanchesters modeller kan bidrage til en karakteristik af slaget, herunder betydningen af teknologi contra antallet af styrker.

Der ønskes en vurdering af mulige årsager til, at Tyskland tabte 2. Verdenskrig; herunder betydningen af slaget ved Kurskbuen.

Fag: Matematik A og Historie A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? 3**, kapitel 6, *Anden ordens differentialligninger*. Især indledende afsnit 1: *Panserslaget ved Kurskbuen*, og afsnit 6: *Koblede differentialligninger*.
- **Dinges, John A.** *Exploring the validation of lanchester equations for the battle of Kursk*, Monterey, Californien: Naval postgraduate school, 15. juni 2001. *Findes via Hvad er matematik? 3*, kapitel 6
- **Turker Turkes**, *Fitting Lanchester and other equations to The Battle of Kursk data* Monterey, Californien: Naval postgraduate school, 15. juni 2001. *Findes via Hvad er matematik? 3*, kapitel 6
- **F. W. Lanchester**, *Mathematics in Warfare*, in *The World of Mathematics*, J. Newman ed., vol.4, 2138-2157, Simon and Schuster (New York) 1956; Dover 2000.
- **Clausen, Svend**. *Krig på formler – Betragtninger over kampmodeller af Lanchestertypen*, Forsvarets forskningstjeneste, august 1988.
- **Baktoft, Allan**, *Matematik i virkeligheden*, Afsnit om *Lanchesters model*. Forlaget Natskyggen, 2011

- **Niall MacKay, Lanchester combat models, kan downloades fra <https://arxiv.org/abs/math/0606300>,**
Indeholder også en god luitteraturliste

- **Beevor, Antony. Anden verdenskrig.** Overs. af Anders Juel Michelsen. København: Lindhart og Ringhof, 2013.
- **Frankson, Anders og Niklas Zetterling. Slaget om Kursk – Historiens største panserslag.** Overs. af Lars Rosenkvist. Oslo: Ascheoug, 2004.
- **Goebbels, Joseph. Nation, Rise Up, and Let the Storm Break Loose,** Calvin College - German propaganda archive: <http://research.calvin.edu/german-propagandaarchive/goeb36.htm>
- **Lammers, Karl Christian. 2. Verdenskrig, *Den store danske*,** Gyldendal:
http://denstoredanske.dk/Geografi_og_historie/Milit%C3%A6re_forhold_og_krigshistorie/Anden_Verdenskrig/2._Verdenskrig
- **Stalin, Josef. Speech at the Celebration Meeting of the Moscow Soviet of Working People's Deputies and Moscow Party and Public Organizations,** 6. November 1943 :
<https://www.marxists.org/reference/archive/stalin/works/1943/11/06s.htm>

Enigma i 2. Verdenskrig

Præsentation:

Krigsførende magter har fra Cæcars tid og til i dag bestræbt sig på at skabe en sikker kommunikation fra et hovedkvarter og ud til fronten, og ikke mindst en kommunikation, der ikke har kunnet brydes af fjenden. Men parallelt med bestræbelserne på at sikre sin egen kommunikation har man bestræbt sig på at bryde fjendens krypterede meddelelser. Under 2. verdenskrig betjente den tyske overkommando sig af forskellige versioner af den såkaldte Enigma-maskine til at udsende sine dagsbefalinger. Kodningsprincippet i Enigma-maskinen var allerede udviklet i 1920'erne, og den var overlegen i sin enkle funktionalitet – der skulle ikke sidde kryptologer i skyttegrave og ubåde og dechiffere, men i stedet skulle alle enheder have kopier af selve maskinen, der ligner en gammeldags skrivemaskine. Dekodningen sker ved at køre den kodede tekst igennem en gang til! Men man skal kende indstillingerne. På DTU har de en original kopi af en Enigma-maskine, og har matematikere der er eksperter i Enigma-maskinens styrker og svagheder. Koden blev brudt, så den engelske ledelse normalt kunne få oplysninger om tyskernes manøvrer i Nordatlanten med få timers forsinkelse. Der findes et erindringsmateriale fra kodebrydernes arbejde i Bletchley Park, som kunne indgå som et historisk kildemateriale. Matematikken bag kodebrydningen hentes i teorien for permutationsgrupper. Du kan her finde et rigt materiale, både om arbejdet i Bletchley Park og om matematikken:

<http://www.matematiksider.dk/enigma.html>

Skitse til srpformulering:

Redegør kort for den betydning, som forbindelsen over Nordatlanten havde for englænderne i første del af 2. verdenskrig, og hvorfor det derfor var afgørende for tyskerne at kunne hemmeligholde og for englænderne at kunne dekryptere information om, hvor de tyske skibe og ubåde befandt sig.

Forklar, hvordan den tyske kodemaskine Enigma maskinen er bygget op og fungerer og begrund hvorfor tyskerne troede, at Enigmakoden var ubrydelig. Vælg en kort tekst, og vælg selv nogle indstillinger på en af de tidlige Enigmamaskiner, og demonstrer hvordan maskinen virker, ved at kryptere din besked.

Redegør for teorien for permutationsgrupper, der blev anvendt i brydningen af enigmakoden, og demonstrer teorien ved at løse et antal selvvalgte opgaver. Diskuter ud fra permutationsteorien styrker og svagheder i krypteringen med Enigma, og forklar, hvorledes englænderne kunne anvende deres viden om maskinens opbygning til at bryde koden. Du skal i den forbindelse bevise *The theorem that won WWII*, jfr vedlagte bilag. (findes i Tuma, s. 96ff)

Diskuter hvilken betydning brydningen af Enigma fik for England i 2. Verdenskrig.

Fag: Matematik A og Historie A

Litteratur og materialer:

- Rebecca Belovin, *Cracking the Enigma*, <http://wwwf.imperial.ac.uk/~rbellovi/writings/enigma.pdf>
- Casselman, Bill, Marian Rejewski and the First Break into Enigma, En AMS artikel, <http://www.ams.org/publicoutreach/feature-column/fcarc-enigma>
- Chris Christensen, *Polish Mathematicians Finding Patterns in Enigma Messages*, MATHEMATICS MAGAZINE, VOL. 80, NO. 4, OCTOBER 2007
- Dade, Louise; *Navy M3/M4 Enigma Machine Emulator*, 2006, <http://enigma.louisedade.co.uk/enigma.html>
- Hinsley, Harry, *The Influence of ULTRA in the Second World War*, En samtale med Harry Hinsley, der arbejdede i Bletchley Park under krigen. <http://www.cix.co.uk/~klockstone/hinsley.htm>
- Knudsen, Lars Ramkilde, *Enigma - elektromekanisk krypteringsmaskine*, video fra DTU, <https://www.daily-motion.com/video/x30wt2b>
- Knudsen, Lars Ramkilde, *Gruppeteori og Enigma*, Noter u.å fra DTU
- Kodlu; *answer to "How many possible Enigma machine settings?"*, 2012, fra <http://crypto.stackexchange.com/questions/33628/how-many-possible-enigma-machinesettings>
- Rejewski, Marian, *An application of the theory of permutations in breaking the Enigma cipher*, kan downloades fra <https://eudml.org/doc/264403>

- **Rejewski, Marian; How polish mathematicians broke the Enigma cipher**, IEEE Annals of the history of computing, 1981, p.213-234, Dårlig kopi kan hentes via: <https://pdfs.semanticscholar.org/1962/111bfaaf868b478f1024c2cd45d003cdf7a.pdf>
- **Tuma, Jiri, Permutation Groups and the Solution of German Enigma Cipher**, <http://users.monash.edu/~gfarr/research/tuma-enigma.pdf>
- **Vestergaard, Erik; Matematiksider**, specielt: 3. *Enigmas virkemåde*, og *Enigma opgaver* <http://www.matematiksider.dk/enigma.html>
- **Wussing, Hans; The Genesis of the Abstract Group Concept: A Contribution to the History of the Origin of Abstract Group Theory**, Courier Dover Publications, 2007 , p. 94

- **Anglo-German naval treaty, 1935**, p.1, fra https://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc163948/m2/1/high_res_d/n_03930.pdf
- **Bjerg, Hans Christian. Slaget om Atlanterhavet** i Den Store Danske, Gyldendal: <http://denstoredanske.dk/index.php?sideId=160908>
- **Faurholt, Niels Ole, Hvor stor betydning havde de allieredes brydning af Enigmatogrammerne for 2.Verdenskrigs forløb?**, Krigshistorik tidsskrift, 2009, p. 32
- **David Kahn: "Codebreaking in World Wars I and II: The Major Successes and Failures, Their Causes and Their Effects"**, The Historical Journal, Vol. 23, No.3. (Sep.1980), pp. 617-639.
- **Rakus-Andersson, Elisabeth ,The Brains behind the Enigma Code - Breaking before the Second World War**, Artikel i samleværk: *Mathematics and War* (red. Bernhelm Boos og Jens Høyrup)
- **Syrett, David; The defeat of the German U-boats: The Battle of the Atlantic**, Studies in Maritime History, , 1994, University of South Carolina Press; Reprint edition, 2010
- **Wikipedia; Plot of Uboats sunk per month in Atlantic in WW2**, *Battle of the Atlantic*, 2016, fra https://en.wikipedia.org/wiki/Battle_of_the_Atlantic#/media/File:Uboats_sunk_smaller.jpg

Brydningen af Enigma-koden og betydningen heraf for udviklingen af 2. verdenskrig

Præsentation:

Krigsførende magter har fra Cæcars tid og til i dag bestræbt sig på at skabe en sikker kommunikation fra et hovedkvarter og ud til fronten, og ikke mindst en kommunikation, der ikke har kunnet brydes af fjenden. Men parallelt med bestræbelserne på at sikre sin egen kommunikation har man bestræbt sig på at bryde fjendens krypterede meddelelser. Under 2. verdenskrig betjente den tyske overkommando sig af forskellige versioner af den såkaldte Enigma-maskine til at udsende sine dagsbefalinger. Kodningsprincippet i Enigma-maskinen var allerede udviklet i 1920'erne, og den var overlegen i sin enkle funktionalitet – der skulle ikke sidde kryptologer i skyttegrave og ubåde og dechiffre, men i stedet skulle alle enheder have kopier af selve maskinen, der ligner en gammeldags skrivemaskine. Dekodningen sker ved at køre den kodede tekst igennem en gang til! Men man skal kende indstillingerne. På DTU har de en original kopi af en Enigma-maskine, og har matematikere der er eksperter i Enigma-maskinens styrker og svagheder. Koden blev brudt, så den engelske ledelse normalt kunne få oplysninger om tyskernes manøvrer i Nordatlanten med få timers forsinkelse. Der findes et erindringsmateriale fra kodebrydernes arbejde i Bletchley Park, som kunne indgå som et historisk kildemateriale. Matematikken bag kodebrydningen hentes i teorien for permutationsgrupper. Du kan her finde et rigt materiale, både om arbejdet i Bletchley Park og om matematikken:

<http://www.matematiksider.dk/enigma.html>

Skitse til srpformulering:

Redegør for betydningen af forbindelsen over Nordatlanten for Englænderne under første halvdel af 2. verdenskrig.

Forklar hvordan Enigma maskinen er bygget op og fungerer og begrund hvorfor tyskerne troede, at Enigmakoden var ubrydelig. Vælg en kort tekst, og vælg selv nogle indstillinger på en af de tidlige Enigmamaskiner, og demonstrer hvordan maskinen virker, ved at kryptere din besked. Redegør for matematikken i Enigmamaskinen og demonstrer forskellige sider af teorien for permutationsgrupper bl.a. ved at løse opgaverne i et antal selvvalgte opgaver. Diskuter ud fra permutationsteorien styrker og svagheder i krypteringen med Enigma, og forklar, hvorledes englænderne kunne anvende deres viden om maskinens opbygning til at bryde koden.

Undersøg årsagerne til briternes sejr i Nordatlanten, herunder hvordan kryptering og dekryptering blev brugt og vurder hvilken betydning englændernes delvise dekryptering af koden havde for slagets udfald. Inddrag vedlagte tekster af Fauerholt (Bilag 1) og Keegan (Bilag 2)

Bilag 1: Fauerholt, Niels Ole: *Hvor stor betydning havde de allieredes brydning af Enigmatogrammerne for 2. verdenskrigs forløb?* Krigshistorisk tidsskrift, Årg. 45, nr. 2 (2009) s. 30-32

Bilag 2: Keegan, John: *Intelligence in War*, Hutchinson, London, 2003, s. 369-371 og 378-379

Fag: Matematik A og Historie A

Litteratur og materialer:

se den foregående variant: **Enigma i 2. Verdenskrig**

Ukrainekrisen – analyseret med hjælp af spilteori

Spilteori er en relativ ny matematisk disciplin, der blev udviklet for at kunne håndtere situationer, hvor en række rationelt handlende aktører har en række forskellige og konfliktende handlemuligheder. De har hver deres interesser i at optimere en evt gevinst, men samtidig, hvis tingene ikke udvikler sig gunstigt for dem, er de interesserede i at minimere tab. Man gambler ikke vildt, da meget står på spil. Du kan søge på ”fangernes dilemma”, og her få et arketypisk eksempel på en situation, hvor spilteori er et egnet analyseredskab som grundlag for en beslutning. I studiet af internationale konflikter, som den aktuelle konflikt om Ukraine, kunne en spilteoretisk analyse være et interessant supplement til en udredning af de politiske, økonomiske og historiske og en diskussion af effekten af økonomiske og politiske sanktioner. Spilteori, der matematisk er nært forbundet med *lineær programmering*, er præsenteret i **Hvad er matematik? 3**, projekt 5.14, *Spilteori*

Du kan finde en præsentation af tankegangen i spilteoretiske analyser i et materiale om Cubakrisen:

http://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/dokumenter/Cubakrisen_ny.pdf

Og du kan finde en interessant amerikansk analyse af Ukrainekrisen, med anvendelse af spilteori her:

<http://web.mit.edu/sabre/In/Public/GameTheory/Journal%20of%20Politics/A%20Theory%20of%20Economic%20Sanctions%20and%20Issue%20Linkage%20--%20The%20Roles%20of%20Preferences,%20Information,%20and%20Threats.pdf>

Oldtidens græske samfund – argumentation og diskussion træder ind på historiens scene

Oldtidens græske samfund frembragte gennem 800 år - fra omkring 600 fvt. (med bla. Pythagoras) til omkring 200 evt (med bla. Ptolemaios) – talrige fremragende kunstnere, videnskabsmænd og filosoffer. Ikke mindst Perikles' Athen i 400-tallet, i årene efter sejren i Perserkrigene og Alexandria i 300-tallet opviser en koncentration af talentfulde frembringelser inden for kunst og videnskab, som vi stadig vender tilbage til. En af årsagerne er utvivlsomt, at vi her for første gang i verdenshistorien oplever, at argumentet og diskussionen træder ind på scenen. Det gælder i alle aspekter af samfundets liv. Der er mange konflikter, ikke mindst med Sparta, men i Athen selv og siden i Alexandria formår filosoffer og matematikere – der ofte er samme person – at fastholde argumentets rolle. Platon og Euklid er to af de store skikkelser, hvis tanker kom til at præge Europa lige siden. I et studieretningsprojekt kunne man dykke ned i forskellige af samtidens kilder, undersøge den rolle diskussionen og argumentet spiller og studere nogle elementer fra Euklids matematik, hvor det logiske argument er rendyrket. Det var Euklid, der ifølge overleveringen fastholdt matematikkens demokratiske karakter, her er alle lige, idet kun argumentet tæller – ”der er ingen kongevej til matematikken” skulle han have svaret den ægyptiske konge, der mente, der måtte være en lettere vej. Man kan orientere sig i Hvad er matematik? C, kapitel 10 om Matematik og kultur. Kapitlet, der især handler om den græske tanke, er udgivet som selvstændig bog under titlen Hvad er matematik? – Og kulturfag.

Matematik- Dansk

Formidlingsopgaven (forsk og fortæl)

Der er mulighed for – i et samarbejde mellem dansk på den ene side og matematik / sciencefag på den anden side – at gennemføre en noget anderledes srp, hvor der lægges stor vægt på evnen til at formidle et interessant emne inden for matematik eller science. Opgaven vil have nogenlunde denne form:

- (Opgavens titel / emne).
- Du skal redegøre for (et interessant / spektakulært matematisk emne)
- Med udgangspunkt i din matematiske udredning, skal du udarbejde en artikel om (Opgavens titel / emne). Artiklen skal rumme en behandling af (en udspecificering af kravene til hvilke matematiske emner der skal inddrages, herunder evt ukendt bilagsmateriale). Artiklens målgruppe er den typiske læser i et populærvidenskabeligt tidsskrift (som Illustreret Videnskab).
- Din besvarelse skal med inddragelse af retoriske og argumentationsteoretiske overvejelser begrunde den valgte formidlingsform i relation til målgruppen. Du bestemmer selv, om begrundelsen indleder eller afslutter besvarelsen.

Eksempel på dette:

Fag: Matematik A og Dansk A

Område: Kryptologi og formidling

Opgave:

Redegør for opbygningen og metoden i brydningen af polyalfabetiske kryptosystemer generelt og specielt for opbygningen af Enigmamaskinen, dennes anvendelse og brydningen af koden under 2. verdenskrig.

Med udgangspunkt i din matematiske udredning skal du udarbejde en populært formidlende artikel på 3-4 sider. Artiklens målgruppe er en typisk læser af Illustreret Videnskab.

Endelig skal du reflektere over og diskutere de genremæssige overvejelser i forbindelse med udarbejdelse af den populært formidlende opgave, både mht. indhold og selve formidlingen.

Bilag:...

Omfang: 20-25 sider foruden bilag, data og et evt større illustrerende billedmateriale.

Formidlingsopgaven giver muligheder for at skrive srp om spektakulære emner indenfor matematik og science, som man er meget optaget af, men hvor det er svært at finde et andet fag som naturlig partner. Udfordringen er, at man både skal kunne gå videnskabeligt i dybden med det valgte emne, og skrive en god formidlende artikel om emnet, samt at kunne gennemføre en danskfaglig refleksion over formidlingsdelen.

Der er **mange matematiske emner**, der kan være udgangspunkt for formidlingsopgaven. Fx:

- Uendelighed. (Materiale: indledning til Hvad er matematik? A kap 1)
- Ubrydelige koder. (Materiale: Hvad er matematik? A kap 0, afsnit 3, samt tilhørende projekter)

SRP og Hvad er Matematik?

Idéer og vejledning til studieretningsprojekter med matematik

- Fejlkorrigerende koder – hvordan når signaler fra Mars sikkert frem. (Hvad er matematik? A kap 0, afsnit 2.)
- Eulers polyedersætning. (Materiale: Hvad er matematik? C kap 0 + projekt)
- Regnbuens matematik (Materiale: Hvad er matematik? B, kap 1)
- Terningens fordobling, Vinklens tredeling og cirkelns kvadratur – oldtidens tre uløste problemer (Materiale: Hvad er matematik? B, kap 1)
- Da Danmarkskortet blev til – om Caspar Wessels opdagelse af de komplekse tal i arbejdet med at opmåle Danmark (Materiale: Hvad er matematik? indledningen til C, kap 8 + projektmateriale)
- Challengerulykken – hvordan matematikken afslørede den katastrofale fejl (Materiale: Hvad er matematik? C, kap 9 + projektmateriale)
- Kaosteori – hvordan en sommerfugls vingeslag i Mexico kan skabe en tornado i Colorado (Materiale: Hvad er matematik? B, kapitel 0, afsnit 2, og indledningen til kapitel 6,
- Primtal – er der et system? – og hvorfor er de så interessante (Materiale: Hvad er matematik? A, kapitel 0, afsnit 2 + projektmaterialer)
- Da Gallup vandt præsidentvalget i USA i 1936 ((Materiale: Hvad er matematik? C, kapitel 0, afsnit 3 + projektmaterialer)

Den mystiske sag om hunden I natten

Præsentation:

En roman af Marc Haddon om en Asperger drengs forhold til og brug af matematik i håndtering af sit kaotiske liv. Flere aspekter af matematik kan sættes i fokus, i dokumentet, der linkes til er der mest fokus på primtallenes egenskaber, men der kan skrives lige så interessante opgaver med inddragelse af fx kaos-teori og fraktaler.

https://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/files/Autisme_ny.pdf

Skitse til srpformulering:

Analyser Mark Haddons roman, Den mystiske sag om hunden I natten, med særlig henblik på kompositionsprincip, personkarakteristik og sprog og stil.

I din analyse af hovedpersonen Christopher og hans forhold til omverdenen skal du inddrage begreberne *orden* og *kaos*, og i den forbindelse give en matematisk redegørelse for disse begreber, illustreret med Feigenbaum-systemet.

Forklar hvad det var for et mønster, Feigenbaum opdagede i de iterative systemer, og diskuter hvad dette har med begreberne orden og kaos at gøre.

Fag: Matematik A og Dansk A

Litteratur og materialer:

Hvad er matematik? B, kapitel 6, især afsnit 1 om *kaosteori*

- Hvad er matematik? 2, kapitel 0, *Iteration og kaos*
- Hvad er matematik? 2, projekt 0.2 *Supertiltrækkende cykler*, og projekt 0.4, *Iteration og kaos*
- Famous Authors: Mark Haddon. <http://www.famousauthors.org/mark-haddon>
- Gleick, James. *KAOS – En ny videnskabs tilbliven*. Munksgaards Forlag, 1990
- Haddon, Mark: *Paintings*. <http://www.markhaddon.com/artwork/paintings>
- Haddon, Mark. *Den mystiske sag om hunden i natten*. Rosinante, 2003
- Jakobsen, Kurt. *Fra Lineær Vækst til Kaos*. Lademann Læremidler A/S, 1989
- Astington, Janet Wilde: *The Development of Theory of Mind in Early Childhood*, <http://www.child-encyclopedia.com/sites/default/files/textes-experts/en/588/the-development-of-theory-of-mind-in-early-childhood.pdf>
- Lars Peter Rømhild: *dannelsesroman* i Den Store Danske, Gyldendal. <http://denstoredanske.dk/index.php?sideId=61309>
- Lorenz, Edward: *Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas?: The American Association for the Advancement of Science*, 1972.
- Mullan, John. *Letters Patent*, <http://www.theguardian.com/books/2004/may/08/markhaddon>
- Peitgen, Jürgens og Saupe: *Fractals for the Classroom*. New York: Springer-Verlag, 1992
- Wikipedia: *Butterfly Effect*. https://en.wikipedia.org/wiki/Butterfly_effect#History
- Wikipedia: *Chaos Theory*. https://en.wikipedia.org/wiki/Chaos_theory
- Wikipedia: *Mark Haddon*. https://en.wikipedia.org/wiki/Mark_Haddon

Fibonacci og gyldne snit i digtning og musik

Det gyldne snit er et tal, der repræsenterer det snit, der skal lægges på en snor, for at de to stykker anvendt som sider i et rektangel, giver det mest harmoniske af alle rektangler. Det er jo ikke en særlig præcis definition, mest harmonisk defineres dernæst som et rektangel, der har den egenskab, at når vi skærer det maksimale kvadrat væk, så er det tilbageværende lille rektangel ligedannet med det oprindelige. Hermed er det givet en så præcis definition, at man kan beregne dets størrelse. Det viser sig, at hvis man fortsætter denne proces med at fjerne kvadrater inden i stadig mindre rektangler, så tegner der sig for ens indre øje en kurve, der forbinder punkterne hvor kvadraterne er snittet væk. Denne kurve er en logaritmisk spiral, som man i naturen finder i sneglehuse eller i solsikkefrøenes spiralmønstre. Det viser sig også, at hvis man udregner forholdene mellem to efterfølgende tal i Fibonacci talrække, så vil disse forhold nærme sig tallet, vi har defineret som det gyldne snit. Fibonacci tallene er 1,1,2,3,5,8,13,21,... Kan du se systemet? Og forholdene vi taler om er: $1/1$, $2/1$, $3/2$, $5/3$, $8/5$, $13/8$, $21/13$... Kan du se, hvad disse tal nærmer sig? Kan du bestemme tallet med dit værktøj? Det viser sig nu, at tæller vi fx antallet af højrespiraler og antallet af venstrespiraler, som frøene i fx en solsikke eller en grankogle, så er det to efterfølgende Fibonacci-tal. Tallene har fascineret digtere som Inger Christensen og Klaus Høeck og komponister som Per Nørgård – og måske Bach, Debussy og andre? Det strides forskerne om. Du kan orientere dig om Fibonacci-tallene og det gyldne snit i **Hvad er matematik? 2, Projekt 2.1 Det gyldne snit og Fibonacci-tallene**. Du kan orientere dig i, hvordan dig i et materiale om musikken her:

http://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/dokumenter/Gyldne_snit_fib_ny.pdf

The Imitation Game – Turings kamp for at bryde Enigma

Præsentation:

Skitse til srpformulering:

Der ønskes en analyse af filmen "The Imitation Game" med særlig henblik på genre, komposition, fortælle teknik og personkarakteristik af den filmiske person Allan Turing. Giv en vurdering af, hvad der er filmens centrale tema.

Filmens baggrundsfortælling er historien om de engelske matematikeres arbejde med brydningen af Enigmakoden. Giv en kort redegørelse for hvordan enigmamaskinen virkede og analysér, hvorfor tyskerne opfattede enigmakoden den som ubrydelig. Giv en kort fremstilling af den centrale ide bag den historiske Allan Turings arbejde med at bryde koden.

Filmens titel er et citat fra en artikel af Allan Turing skrevet i 1950 om det begreb, vi i dag kalder en *Turingtest*. Forklar, hvad dette begreb går ud på, analyser hvilken rolle det spiller i filmen, og diskuter, i hvilken forstand dette kunstneriske greb fører os længere væk fra den historiske Allan Turing eller om det omvendt giver os et værktøj til bedre at forstå den historiske Turings kamp med sine maskiner. Inddrag vedlagte uddrag af en artikel, et brev og en rapport i din analyse.

Den historiske Allan Turing skjulte ikke sin homoseksualitet, men der er ikke noget historisk belæg for, at dette var et issue for de, der arbejdede i Bletchley Park under krigen. Diskuter hvorfor filmens instruktør vælger at eksponere dette, og hvilken virkning dette har for den samlede oplevelse af filmen.

Bilag 1: http://www.alanturing.net/turing_archive/archive/index/tunnyreportindex.html

Bilag 2: <http://www.turingarchive.org/browse.php/K/1/43>

Bilag 3: Turing, A.M. (1950). Computing machinery and intelligence. Mind, 59, 433-460

Fag: Matematik A og Dansk A

Litteratur og materialer:

- Hinsley, Harry, *The Influence of ULTRA in the Second World War*, En samtale med Harry Hinsley, der arbejdede i Bletchley Park under krigen. <http://www.cix.co.uk/~klockstone/hinsley.htm>
- se iverdigt litteraturlisterne til de øvrige Enigma – projekter under 'Matematik-Historie'

Det moderne gennembrud – forestillinger om arv og miljø i perioden 1850-1914

Præsentation:

På bunden af *Det moderne gennembrud* ligger nye tanker om forholdet mellem arv og miljø, som voksede frem i denne periode. Disse tanker kom til at påvirke litteratur, kunst, religion, samfundsdebat og videnskab. Hvert fag, man arbejder sammen med, kan bidrage righoldigt til emnet. I begyndelsen af perioden præsenterer Darwin sin evolutionsteori med princippet om *naturlig selektion*. I 1860'erne gennemfører Mendel systematiske *eksperimenter* med krydsning af beslægtede planter, og når frem til at anskue arv som en kombination af to bagvedliggende egenskaber. Mendel er fra Tjekkiet, og hans resultater når i første omgang ikke bredt ud, men gennem de sidste årtier af 1900-tallet opstår tanker om, at vi kan og bør styre arveprocesser, for derved at udrydde uønskede egenskaber. *Eugenik* blev opfattet siom noget positivt, og mange samfundstænkere, politikere og videnskabsfolk, som eftertiden har sat højt, var tilhængere af eugenik. Som fx den danske grundlægger af den eksperimentelle biologi, Wilhelm Johannsen, der er ophavsmand til begreber som *gen*, *genotype* og *fænotype*. Men få år efter løfter Hardy og Weinberg teorien om recessive og dominante gener op på et nyt niveau og påviser, at man ikke via styring af forplantning kan udrydde uønskede egenskaber.

Skitse til srpformulering:

Giv en kort redegørelse for, hvordan forestillingen om arternes udvikling og hvordan egenskaber nedarves ændrede sig gennem perioden 1850-1914.

Giv en grundig indføring i Mendels spaltningsslove, herunder Mendels egne forsøg og Wilhelm Johannsens introduktion af den eksperimentelle biologi. Hvilke matematiske værktøjer fra sandsynlighedsregning og statistik anvendte de i deres analyser og i formidlingen af deres forskningsresultater.

Det moderne gennembrud er et samlende begreb for perioden, og indbefatter både kulturelle og naturvidenskabelige strømninger. Diskuter med inddragelse af (tekster) om man reelt kan tale om en *samlet* strømning med gensidige påvirkninger, eller om der blot er tale om parallelle udviklinger i litteratur, kunst, videnskab osv.

Argumenter for Hardy Weinbergs lov, løs nedenstående opgave, og anvend dette til at sætte datidens diskussioner om racehygiejne i perspektiv.

Opgave:

I encyklopædiens artikel om eugenik står der: *Recessive gener for alvorlige sygdomme, som fx Føllings sygdom (fenyylketonuri, PKU) og Tay-Sachs' sygdom, udgør under 0,5% af genpuljen. Det betyder at antallet af homozygoter i en befolkning på 5 mio. vil være under 125, mens der vil være 400 gange så mange raske heterozygoter, altså bærere af sygdomsgenet. Det er derfor naivt at forestille sig, at man kan udrydde disse gener i befolkningen ved at forhindre homozygoterne i at forplante sig (negativ eugenik).* Argumenter for de beregningsmæssige påstande i afsnittet.

Fag: Matematik A med Dansk A, Religion C, Filosofi C eller Biologi / Bioteknologi A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? 1**, kapitel 4, Eksponentielle vækstmodeller, især afsnit 1: *Darwins evolutionsteori*
- **Hvad er matematik? 1**, Projekt 9.4 *Darwins, Mendels og Hardy Weinbergs arvelighedslove*
- **Hvad er matematik? 2**, kapitel 9, Binomialfordelingen – om testteori og konfidensintervaller, især afsnit 7.4 om *Mendels bønnforsøg*
- **Hvad er matematik? 3**, kapitel 8, Normalfordelingen og statistiske metoder knyttet til denne, især afsnit 1: *Oprindelsen til den moderne genetik*
- **Hvad er matematik? 3**, Projekt 8.4 *Mendels arvelighedslove*,
- **Hvad er matematik? 3**, Projekt 8.8 *Mendel og Hardy-Weinberg*

- **Christiansen, Freddy Bugge og Tom Fenchel, Den forudsigelige vilkårlighed**, Århus Universitetsforlag 2009. Uddrag kan hentes via **Hvad er matematik? 3**, Projekt 8.8
 - **Darwin, Charles, On the origin of species by means of natural selection, or the preservation of favoured races in the struggle for life**. London: Murray. 1859 (1. udgave). Denne og alle følgende udgaver findes via Darwin-sitet: <http://darwin-online.org.uk>
 - **Darwin, Charles, Om Arternes Oprindelse ved Kvalitetsvalg eller ved de heldigst stillede Formers Sejr i Kampen for Tilværelsen**, oversat af I.P.Jacobsen, Gyldendal 1872. Denne og alle følgende udgaver findes via Darwin-sitet: <http://darwin-online.org.uk> Her findes også en introduktion til det danske miljø af intellektuelle, der fulgte med i de nye tanker.
 - **Geoviden-4-2019**, et særnummer: *Darwin i dansk videnskab og kultur*. Kan hentes via **Hvad er matematik? 1**, kapitel 4. Rummer artikler om hvordan videnskabsfolk, forfattere, religiøse osv i Danmark modtog de nye tanker.
 - **Geoviden 1-2010**, et særnummer: *Darwin som palæontolog*. Kan hentes via **Hvad er matematik? 1**, kapitel 4
 - **Encyklopædiens artikel om Eugenik**, http://www.denstoredanske.dk/Natur_og_milj%C3%B8/Biologi_generelt/Begreber_m.m./eugenik
 - **Encyklopædiens artikel om Hardy-Weinberg**: http://www.denstoredanske.dk/Natur_og_milj%C3%B8/Genetik_og_evolution/Genetik/Hardy-Weinberg-loven
 - **Encyklopædiens artikel om Neodarwinisme**, http://www.denstoredanske.dk/Natur_og_milj%C3%B8/Genetik_og_evolution/Evolutionsl%C3%A6re/neodarwinisme
 - **Crowe, James og William Dove, Eighty years ago: The Beginning of Population Genetics**, Genetics 119: 473-476, July 1988. En artikel om bl.a. Weinbergs bidrag. Kan findes via **Hvad er matematik? 3**, Projekt 8.8
 - **G.H. Hardy, Mendelian Proportions in a Mixed Population**, Science, Vol. XXVIII: 49-50, July 10, 1908. Hardys oprindelige artikel, med første formulering af "Hardy-Weinberg loven". Kan findes via **Hvad er matematik? 3**, Projekt 8.8
 - **Lancelot Hogben, Videnskab for Hvermand**, bd 2, s. 534-541, *Mendels arvelighedslove*, Gyldendal, 1940. Kan hentes via **Hvad er matematik? 3**, Projekt 8.4
- Med dansk-faget kan man inddrage mange værker, fx**
- **I.P.Jakobsen, Niels Lyhne**, Gyldendal, mange udgaver, fx 2013.
 - **Herman Bang, Haabløse Slægter**, Gyldendal, mange udgaver, fx 2007
 - **Carl Ewald, Eventyr for børn** – om naturfænomener, findes som e-bog
 - **Henrik Pontoppidan, Lykke-Per**, Gyldendal, mange udgaver, fx 2012
- Med religion og filosofi kan man fx inddrage tekster af Kierkegaard, Høffding, Nietzsche, Spencer**

Matematik-Engelsk

The Curious Incident of the Dog in the Night-Time

Præsentation:

En roman af Marc Haddon om en Asperger drengs forhold til og brug af matematik i håndtering af sit kaotiske liv. Flere aspekter af matematik kan sættes i fokus, i dokumentet, der linkes til er der mest fokus på primtallenes egenskaber, men der kan skrives lige så interessante opgaver med inddragelse af fx kaos-teori og fraktaler.

https://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/files/Autisme_ny.pdf

Skitse til srpformulering:

Der ønskes en analyse og fortolkning af Mark Haddons roman, *The Curious Incident of the Dog in the Night-time* (2003) med særlig henblik på genre, komposition og personkarakteristik.

I din analyse af hovedpersonen Christopher, hans forhold til omverden og hans udvikling skal du inddrage begreberne *orden* og *kaos*, og i den forbindelse give en matematisk redegørelse for disse begreber, illustreret med Feigenbaum-systemet.

Inddrag Edward Lorenz artikel *Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas?* (1972) i en perspektivering af din analyse. Bilaget er vedlagt.

Fag: Matematik A og Engelsk A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? B**, kapitel 6, især afsnit 1 om *kaosteori*
- **Hvad er matematik? 2**, kapitel 0, *Iteration og kaos*
- **Hvad er matematik? 2**, projekt 0.2 *Supertiltrækkende cykler*, og projekt 0.4, *Iteration og kaos*
- **Famous Authors: Mark Haddon**. <http://www.famousauthors.org/mark-haddon>
- **Gleick, James**. *KAOS – En ny videnskabs tilbliven*. Munksgaards Forlag, 1990
- **Haddon, Mark**: *Paintings*. <http://www.markhaddon.com/artwork/paintings>
- **Haddon, Mark**. *The Curious Incident of the Dog in the Night-Time*. Jonathan Cape, 2003
- **Jakobsen, Kurt**. *Fra Lineær Vækst til Kaos*. Lademann Læremidler A/S, 1989
- **Astington, Janet Wilde**: *The Development of Theory of Mind in Early Childhood*, <http://www.child-encyclopedia.com/sites/default/files/textes-experts/en/588/the-development-of-theory-of-mind-in-early-childhood.pdf>
- **Lars Peter Rømhild**: *dannelsesroman* i Den Store Danske, Gyldendal. <http://denstoredanske.dk/index.php?sideId=61309>
- **Lorenz, Edward**: *Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas?*: *The American Association for the Advancement of Science*, 1972.
- **Mullan, John**. *Letters Patent*, <http://www.theguardian.com/books/2004/may/08/markhaddon>
- **Peitgen, Jürgens og Saupe**: *Fractals for the Classroom*. New York: Springer-Verlag, 1992
- **Wikipedia**: *Butterfly Effect*. https://en.wikipedia.org/wiki/Butterfly_effect#History
- **Wikipedia**: *Chaos Theory*. https://en.wikipedia.org/wiki/Chaos_theory
- **Wikipedia**: *Mark Haddon*. https://en.wikipedia.org/wiki/Mark_Haddon

SRP og Hvad er Matematik?

Idéer og vejledning til studieretningsprojekter med matematik



Flatland

I 1884 skrev den engelske forfatter Abott Abott en fortælling *Flatland* om en kugleformet verden, hvorpå der boede 2-dimensionelle væsner, vi kan kalde fladlændere. Hvis en fladlænder rejser vestpå i deres verden, vil han på et tidspunkt komme tilbage østfra, og det er helt ubegribeligt for dem, fordi de hverken forestille sig krumme rum eller rum med mere end 2 dimensioner. Tænksomme fladlændere, der ræsonnerer sig til, at de i virkeligheden lever i et 3-dimensionelt rum, bliver erklæret for kættere. Bogen satte med sin direkte fortælling fokus på *dimensionsbegrebet*. Vi bor i et 3-dimensionelt rum – eller gør vi? Måske er vi som fladlænderne, der blot ikke kan forestille sig en verden i 4 dimensioner eller et 3-dimensionalt krumt rum. For hvem kan forestille sig et rum, der krummer? Men overvejelserne fra trekanter på en kugle kan generaliseres. Hvis vi kunne finde en tilstrækkelig stor trekant i universet og måle vinkelsummen til at være forskellig fra 180° , så er det et argument for, at vores rum er krumt. Måske er det endda en del af en større verden. Bogen satte samtidig som en allegori fokus på det moralsk bornerte viktorianske samfund. Du kan orientere dig om 'Flatland' i **Hvad er matematik? 1**, kapitel 0, afsnit 2 om *parallelaksiomet og Flatland*, og i projekt 0.1 *Flatland – A romance of many dimensions*. Via bogens website er der adgang til yderligere materiale, bla. et uddrag af filmen. Der er mange måder, hvorpå flatland kan indgå i et projekt. bla:

https://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/files/Flatland_nye.pdf_copy

Matematik-idræt

Præstationsfremmende middel

Tilbage i 1835 blev der for første gang stiftet bekendtskab med stoffet kreatin. Kreatin blev dengang opdaget af den franske videnskabsmand Michel-Eugène Chevreul, der i starten fandt stoffet i kød. Efterfølgende fandt man ud af, at det forekommer naturligt i musklerne i kroppen.

Kreatin har stor betydning for vores evne til at udføre kortvarigt, intensivt arbejde, og derfor er kreatintilskud gennem årene blevet meget populært. I dag er kreatin et af de populæreste supplementer til styrketræning grundet dets evne til at øge energiomsætningen i musklerne.

Her anvendes statistisk analyse rettet mod begrebet χ^2 -fordeling og korrelationskoefficienten Pearson r . Man kan ligeledes anvendes t-test i analyse af, hvilken indflydelse kreatinsupplement har for præstationsevnen.

Det skrå kast – med luftmodstand og skru

Beskrivelsen af det skrå kast (spark / slag) indgår i mange forskellige aktiviteter, som kuglestød, badminton, fodbold og golf. I alle praktiske sammenhænge indgår luftmodstand, og man ved også fra forskellige sportsgrene, at en bolds bane kan påvirkes betydeligt ved at give den skru. I en modellering vil man ofte nå frem til differentialligninger, men ikke kan løse eksakt, men det er alligevel interessant at analysere problemet til bunds. Man kan forsøge at opnå eksakte løsninger ved at foretage tilnærmelser. Man kan gennemføre en løsning med numeriske metoder, hvor man fx går i dybden med de såkaldte Runge Kutta metoder. Man kan filme forskellige typer af skrå kast og analysere dem bagefter. På mange golf baner har de udstyr til at lave radarmålinger af de enkelte golfslag, hvor man får bestemt mange forskellige parametre og får kurverne ud direkte. Nogle opgaver kan have fokus på at optimere et bestemt spark i fodbold eller skag i golf. Du kan orientere dig i et materiale herom i **Hvad er matematik? 3**, kapitel 11 (samarbejde mellem matematik og fysik).

Får sorte fodboldspillere flere røde kort end hvide?

En undersøgelse af, om fodbolddommerne er mere tilbøjelige til at give sorte end hvide fodboldspillere et rødt kort, viser, at forskellige statistiske analyser med det samme datagrundlag kan give vidt forskellige svar på samme spørgsmål. I sæsonen 2012-2013 blev der for 2.053 spillere i de bedste ligaer i England, Tyskland, Frankrig og Spanien indsamlet data om, hvor mange røde kort hver spiller modtog, og hvilke dommere der havde uddelt dem – suppleret med oplysninger om spillerens plads på holdet, højde og vægt samt en vurdering af spillerens hudfarve. Dette omfattende materiale blev stillet til rådighed for 29 forskningsgrupper. 20 af disse svarede efterfølgende ja til, at sorte spillere fik flest røde kort. De øvrige grupper fandt ikke, at der var statistisk belæg for denne påstand. To undersøgelser tyder endog på, at sorte spiller får færre røde kort, end hvide spillere gør. En srp skulle både gå ind i det idrætstekniske vedr. uddeling af kort, og vælge nogle af de 29 analyser ud til en nærmere granskning. Du kan finde en artikel om sagen her: <https://ing.dk/artikel/statistikere-dybt-uenige-far-sorter-fodboldspillere-flere-rode-kort-end-hvide-179990>

I artiklen er der en række yderligere links bl.a til de 29 analyser .

Matematik og musik

På matematisk instituts hjemmeside, http://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/#mat_musik ligger der adskillige projektoplæg til matematik og musik.

Fibonacci og gyldne snit i digtning og musik

Det gyldne snit er et tal, der repræsenterer det snit, der skal lægges på en snor, for at de to stykker anvendt som sider i et rektangel, giver det mest harmoniske af alle rektangler. Det er jo ikke en særlig præcis definition, mest harmonisk defineres dernæst som et rektangel, der har den egenskab, at når vi skærer det maksimale kvadrat væk, så er det tilbageværende lille rektangel ligedannet med det oprindelige. Hermed er det givet en så præcis definition, at man kan beregne dets størrelse. Det viser sig, at hvis man fortsætter denne proces med at fjerne kvadrater inden i stadig mindre rektangler, så tegner der sig for ens indre øje en kurve, der forbinder punkterne hvor kvadraterne er snittet væk. Denne kurve er en logaritmisk spiral, som man i naturen finder i sneglehuse eller i solsikkefrøenes spiralmønstre. Det viser sig også, at hvis man udregner forholdene mellem to efterfølgende tal i Fibonacci talrække, så vil disse forhold nærme sig tallet, vi har defineret som det gyldne snit. Fibonacci tallene er 1,1,2,3,5,8,13,21,... Kan du se systemet? Og forholdene vi taler om er: $1/1$, $2/1$, $3/2$, $5/3$, $8/5$, $13/8$, $21/13$... Kan du se, hvad disse tal nærmer sig? Kan du bestemme tallet med dit værktøj? Det viser sig nu, at tæller vi fx antallet af højrespiraler og antallet af venstrespiraler, som frøene i fx en solsikke eller en grankogle, så er det to efterfølgende Fibonacci-tal. Tallene har fascineret digtere som Inger Christensen og Klaus Høeck og komponister som Per Nørgård – og måske Bach, Debussy og andre? Det strides forskerne om. Du kan orientere dig om Fibonacci-tallene og det gyldne snit i **Hvad er matematik? 2, Projekt 2.1 Det gyldne snit og Fibonacci-tallene**. Du kan orientere dig i, hvordan dig i et materiale om musikken her:

http://www.math.ku.dk/formidling/gymnasiet/studieretningsprojekter/dokumenter/Gyldne_snit_fib_ny.pdf

Tonesystemer og klaverstemninger, svingninger og fourieranalyse, gyldne snit og kædebrøker

Samarbejdsmulighederne mellem matematik og musik er meget store. Den grundlæggende teori om musik er opstået ved en kombination af overvejelser om klang og matematiske beregninger. Det går tilbage til Pythagoræerne, men ikke mindst i barokken tog det form med bla. Bachs udforskning af de forskellige måder man kan stemme sit instrument på. Matematisk støder man på en række "paradokser" i forsøget på med brøkgregning at løse spørgsmål om harmonier, og dette kan føre ind i kædebrøkernes verden. Bachs Wohltemperierte Klavier har haft afgørende indflydelse på den vestlige musik siden, og detailstudier kan også give anledning til at undersøge om han – eller siden andre som Mozart eller Debussy – direkte eller indirekte har været påvirket af forestillingen om det harmoniske gyldne snit. Man kan også gå en anden vej, og studere lyden og klangen ud fra matematikken i harmoniske (sinus-)svingninger, og måske nå frem til fourieranalyse, hvor man analyserer hvilke rene svingninger en kompleks klang i virkeligheden består af.

Du kan orientere dig i et materiale herom i Hvad er matematik? 3, kapitel 2 (samarbejde mellem matematik og musik).

Synthesizeren og dens lyd og rolle i moderne musik.

Præsentation:

Når et band spiller når lyden til os via svingninger i luften, der matematisk kan beskrives som bølgefænomener, og som modelleres med sinus og cosinus-funktioner. Først i 1800-tallet opdagede Fourier, at lyden fra en trompet eller et klaver, der bliver bedt om at spille et rent A fx, i virkeligheden består af en række toner, grundtonen med sin frekvens og så en række overtoner med frekvenser, der alle er et helt tal ganget grundfrekvensen. Med den indsigt nåede Fourier også frem til, at man kunne splitte en kompleks lyd op i dens bestanddele ved det vi i dag kalder Fourieranalyse. Du kan orientere dig i et materiale herom i *Hvad er matematik?* 3, kapitel 15 (samarbejde mellem matematik og musik).

Skitse til srpformulering:

Redegør for Fourieranalyse og forklar sammenhængen mellem Fourieranalyse og de lyde, som en synthesizer kan frembringe. I din redegørelse for Fourieranalyse skal du både gennemføre en teoretisk udledning af fourierkoefficienterne for en given kendt periodisk funktion, og demonstrere teorien gennem anvendelsen af den på en firkantfunktion samt mindst to andre selvvalgte funktioner.

Med henblik på at undersøge forskellige roller synthesizeren kan spille i elektronisk baseret musik, ønskes der en musikalsk analyse af Jean Michel Jarre : *Oxygène IV* (1976) og New Order: *Blue Monday* (1983) samt et selvvalgt nyere nummer. Analyserne skal i særlig grad fokusere på sound - andre parametre skal inddrages i det omfang det er relevant.

Giv på baggrund af analyserne og med inddragelse af selvvalgte kilder en diskussion af perspektiverne for synthesizerens rolle i fremtidens musik.

Noder til de anvendte musikeksempler skal vedlægges som bilag.

Lyd til anvendte musikeksempler skal vedlægges som bilag eller som direkte links.

Bilag 1 Jean-Michel Jarre: *Oxygène. Part IV* (node)

Bilag 2 New Order: *Blue Monday*. (node)

Fag: Matematik A og Musik A

Litteratur og materialer:

- **Hvad er matematik? 3**, kapitel 16, Fagligt samarbejde Matematik-Musik, afsnit 4
- **Hvad er matematik? 3**, kapitel 11, Fagligt samarbejde Matematik-Fysik, afsnit 10
- **Pinch, Trevor et al.:** "Analog days", 1. Udgave, Harvard University Press, 2002
- **Marstal, Henrik et al.:** "Filtreringer – Elektronisk musik fra tonegeneratorer til samplere 1898-2001", Høst og søn, 2001
- **Pedersen, Karl:** "Når musikken er ude, spiller teknikken", systime, 1989
- **Aare, Anders et al.:** "Rockmusik i tid og rum", systime, 2000
- **Russ, Martin.:** "Sound Synthesis and sampling, Focal press, 2004
- + diverse websites

SRP og Hvad er Matematik?

Idéer og vejledning til studieretningsprojekter med matematik

